

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
"Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого"  
(ФГБОУ ВО "ТГПУ им. Л.Н. Толстого")

## Математический анализ: функции многих переменных и ряды Фурье

### рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	институт передовых информационных технологий
ОПОП	Направление 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии направленность (профиль) Большие данные и распределенная цифровая платформа
Квалификация	Бакалавр
Год начала подготовки	2023
Форма обучения	очная
Общая трудоемкость	4 з.е.

Виды контроля по семестрам:

экзамен 3  
зачет 3

Семестр(Курс.Номер семестра на курсе)	3(2.1)		Итого	
	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	42	42	42	42
Практические	44	44	44	44
Итого ауд.	86	86	86	86
Контактная работа	92	92	92	92
Сам. работа	48	48	48	48
Часы на контроль	4	4	4	4
Практическая подготовка	0	0	0	0
Семинары	0	0	0	0
Консультации	2	2	2	2
Итого трудоемкость в часах	146	146	146	146

Программу составил(и):

*д.ф.-м.н., профессор, Утешев А.Ю.*

Рабочая программа дисциплины

**Математический анализ: функции многих переменных и ряды Фурье**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (приказ Минобрнауки России от 23.08.2017 г. № 808)

составлена на основании учебного плана:

Направление 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии  
направленность (профиль) Большие данные и распределенная цифровая платформа  
утвержденного Учёным советом вуза от 29.09.2022 протокол № 11.

РПД утверждена Учёным советом университета  
протокол от 23.8.2022 г. № 11

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Математический анализ: функции многих переменных и ряды Фурье» являются:

ознакомление обучающихся с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы дифференциального и интегрального исчисления вещественнозначных функций одной и нескольких переменных; аппарата числовых и функциональных рядов, получение обучающимися знаний по теории, необходимых для понимания её приложений к математическим и прикладным дисциплинам; ознакомление обучающихся с математическим аппаратом и выработка способности его использования в профессиональной и исследовательской деятельности

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:		Б1.О
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
1.	Алгебра	
2.	Геометрия	
3.	Дискретная математика	
4.	Математический анализ II	
5.	Основы алгоритмов	
6.	Архитектура вычислительных систем	
7.	Математический анализ I	
8.	Алгебра	
9.	Геометрия	
10.	Дискретная математика	
11.	Математический анализ II	
12.	Основы алгоритмов	
13.	Архитектура вычислительных систем	
14.	Математический анализ I	
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
1.	Вариационное исчисление и методы оптимизации	
2.	Математический анализ: элементы функционального анализа	
3.	Теория вероятности и математическая статистика	
4.	Технологии искусственного интеллекта	
5.	Численные методы	
6.	Математическая статистика	
7.	Математическая физика	
8.	Наука о данных	
9.	Учебная практика (проектно-технологическая)	
10.	Вычисления общего назначения на видеокарте	
11.	Машинное обучение	
12.	Методы и средства научной визуализации	
13.	Методы оптимизации и исследование операций	
14.	Учебная практика (научно-исследовательская работа)	
15.	Информационный поиск	
16.	История развития математического моделирования	
17.	Нейросетевые технологии	
18.	Технологии и методологии онлайн образования	
19.	Философия (онлайн-курс)	
20.	Вариационные задачи обработки изображений	
21.	Высокопроизводительные вычисления и распараллеливание	
22.	Вычислительная статистика и статистические задачи машинного обучения	
23.	Компьютерные сети: безопасность и протоколы	
24.	Основы менеджмента	
25.	Право интеллектуальной собственности в цифровую эпоху (онлайн-курс)	
26.	Производственная практика (научно-исследовательская работа) (на английском языке)	

27.	Производственная практика (проектно-технологическая) (на английском языке)
28.	Вариационное исчисление и методы оптимизации
29.	Математический анализ: элементы функционального анализа
30.	Теория вероятности и математическая статистика
31.	Технологии искусственного интеллекта
32.	Численные методы
33.	Математическая статистика
34.	Математическая физика
35.	Наука о данных
36.	Учебная практика (проектно-технологическая)
37.	Вычисления общего назначения на видеокarte
38.	Машинное обучение
39.	Методы и средства научной визуализации
40.	Методы оптимизации и исследование операций
41.	Учебная практика (научно-исследовательская работа)
42.	Информационный поиск
43.	Нейросетевые технологии
44.	Философия (онлайн-курс)
45.	Вариационные задачи обработки изображений
46.	Основы менеджмента
47.	Право интеллектуальной собственности в цифровую эпоху (онлайн-курс)
48.	Производственная практика (научно-исследовательская работа) (на английском языке)

### 3. СООТНЕСЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

#### 3.1 Компетенции обучающегося и индикаторы их достижения:

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-1.1 | Применяет фундаментальные знания в области математических наук

умеет вычислять кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, возникающие при решении прикладных задач механики и физики;  
использовать технику рядов Фурье для решения задач теории дифференциальных уравнений и математической физики.

ПК-18: Способен к моделированию сложных нелинейных систем различной природы с отображением результатов на современные вычислительные комплексы

ПК-18.1 | Понимает современный математический аппарат

знает основные понятия математического анализа

УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1 | Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

знает основные понятия математического анализа

УК-1.2 | Определяет информацию, необходимую для решения поставленной задачи

умеет вычислять кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, возникающие при решении прикладных задач механики и физики

УК-1.4 | Оценивает достоинства, недостатки и последствия вариантов решения поставленных задач

умеет использовать технику рядов Фурье для решения задач теории дифференциальных уравнений и математической физики.

УК-1.5 | Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения, решения и оценки

имеет навыки вычисления рядов Фурье для решения задач теории дифференциальных уравнений и математической физики

#### 3.2 Результаты обучения по дисциплине:

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен:**

**Знать:**

3.1 | основные понятия математического анализа

**Уметь:**

У.1	вычислять кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, возникающие при решении прикладных задач механики и физики;
У.2	использовать технику рядов Фурье для решения задач теории дифференциальных уравнений и математической физики.
<b>Владеть:</b>	
В.1	вычисления рядов Фурье для решения задач теории дифференциальных уравнений и математической физики

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература	Содержание
	<b>Глава 1: Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы</b>				
1.1	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы /Лек/	3	14	Л1.1 Л1.2Л2.1	Двойные интегралы. Условия существования, механический смысл. Вычисление посредством повторного интеграла. Вычисление в случае области произвольной формы. Изменение площади при нелинейном отображении. Замена переменных в двойном интеграле. Тройные и многократные интегралы. Криволинейные интегралы первого и второго родов.
1.2	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы /Пр/	3	14		Двойные интегралы. Условия существования, механический смысл. Вычисление посредством повторного интеграла. Вычисление в случае области произвольной формы. Изменение площади при нелинейном отображении. Замена переменных в двойном интеграле. Тройные и многократные интегралы. Криволинейные интегралы первого и второго родов.
1.3	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы /Ср/	3	16		Двойные интегралы. Условия существования, механический смысл. Вычисление посредством повторного интеграла. Вычисление в случае области произвольной формы. Изменение площади при нелинейном отображении. Замена переменных в двойном интеграле. Тройные и многократные интегралы. Криволинейные интегралы первого и второго родов.
	<b>Глава 2: Элементы теории поля</b>				
2.1	Элементы теории поля /Лек/	3	14		Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Площадь поверхности в трехмерном пространстве, площадь ее проекции на координатные плоскости. Поверхностные интегралы первого и второго родов. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса. Условие равенства нулю поверхностного интеграла по любой замкнутой поверхности. Скалярное, векторное и потенциальное поля. Условие потенциальности поля. Поток вектора через поверхность. Дивергенция. Вращение векторного поля. Ротор. Символьный формализм в теории поля. Безвихревое, соленоидальное и гармоническое поля. Обратная задача теории поля.

2.2	Элементы теории поля /Пр/	3	14		Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Площадь поверхности в трехмерном пространстве, площадь ее проекции на координатные плоскости. Поверхностные интегралы первого и второго родов. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса. Условие равенства нулю поверхностного интеграла по любой замкнутой поверхности. Скалярное, векторное и потенциальное поля. Условие потенциальности поля. Поток вектора через поверхность. Дивергенция. Вращение векторного поля. Ротор. Символьный формализм в теории поля. Безвихревое, соленоидальное и гармоническое поля. Обратная задача теории поля.
2.3	Элементы теории поля /Ср/	3	16		Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Площадь поверхности в трехмерном пространстве, площадь ее проекции на координатные плоскости. Поверхностные интегралы первого и второго родов. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса. Условие равенства нулю поверхностного интеграла по любой замкнутой поверхности. Скалярное, векторное и потенциальное поля. Условие потенциальности поля. Поток вектора через поверхность. Дивергенция. Вращение векторного поля. Ротор. Символьный формализм в теории поля. Безвихревое, соленоидальное и гармоническое поля. Обратная задача теории поля.
2.4	Коллоквиум /Колл/	3	2		Коллоквиум
	<b>Глава 3: Ряды Фурье</b>				
3.1	Ряды Фурье /Лек/	3	14		Понятие о ряде Фурье. Сходимость, интеграл Дирихле, теорема Римана. Признаки Дини и Липшица. Четные и нечетные функции. Задача о распространении тепла в стержне. Интегралы Фурье.
3.2	Ряды Фурье /Пр/	3	16		Понятие о ряде Фурье. Сходимость, интеграл Дирихле, теорема Римана. Признаки Дини и Липшица. Четные и нечетные функции. Задача о распространении тепла в стержне. Интегралы Фурье.
3.3	Ряды Фурье /Ср/	3	16		Понятие о ряде Фурье. Сходимость, интеграл Дирихле, теорема Римана. Признаки Дини и Липшица. Четные и нечетные функции. Задача о распространении тепла в стержне. Интегралы Фурье.
3.4	Контрольная работа /Контр.раб./	3	2		Контрольная работа
3.5	Консультация /Конс/	3	2		Консультация

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### 5.1. Типовые задания для проведения текущего контроля

Примерный перечень вопросов к экзамену:

1. Определение и условия существования двойного интеграла
2. Основные свойства и механический смысл двойного интеграла
3. Вычисление двойного интеграла в случае прямоугольной области
4. Вычисление двойного интеграла в случае произвольной области
5. Выражение площади плоской фигуры в криволинейных координатах
6. Замена переменных в двойном интеграле

7.	Тройные и n-кратные интегралы
8.	Криволинейный интеграл первого рода
9.	Криволинейный интеграл второго рода
10.	Формула Грина
11.	Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
12.	Площадь поверхности в трехмерном пространстве
13.	Поверхностный интеграл первого рода
14.	Площадь проекции куска поверхности на координатную плоскость
15.	Поверхностный интеграл второго рода
16.	Формула Гаусса-Остроградского
17.	Формула Стокса
18.	Условие равенства нулю поверхностного интеграла по любой замкнутой поверхности
19.	Скалярные и векторные поля
20.	Потенциальное поле
21.	Условие потенциальности поля в случае поверхностно-односвязной области.
22.	Поток вектора через поверхность. Дивергенция
23.	Вращение векторного поля
24.	Ротор
25.	Символьный формализм в теории поля
26.	Безвихревое поле
27.	Соленоидальное поле
28.	Гармоническое поле
29.	Обратная задача теории поля
30.	Ряд Фурье. Сходимость, интеграл Дирихле, теорема Римана.
31.	Признаки Дини и Липшица.
32.	Ряд Фурье для четных и нечетных функций
33.	Задача о распространении тепла в стержне.
<b>5.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации</b>	
Практические задания повторяют программную и аналитическую реализацию алгоритмов, рассмотренных в процессе лекций	
Темы контрольных работ: Контрольная работа 1. Вычисление кратного интеграла. Разложение в ряд Фурье.	
<b>5.3. Перечень видов оценочных средств</b>	
Контрольная работа Практические работы Зачет Экзамен	
<b>5.4. Процедура применения оценочных материалов</b>	
Показателями, характеризующими текущую работу обучающихся, являются:	
1.	Активность посещения занятий и работы на практических занятиях
2.	Результаты контрольных работ;
3.	Результаты контрольных опросов.
Проведение промежуточной аттестации в форме зачета заключается в проведении собеседования по программе курса, отчётность по выполнению контрольных и самостоятельных работ. Оценка "зачтено" выставляется при условиях владения основными определениями объектов, упоминаемых в программе, выполнении практических работ по курсу. Преподаватель имеет право предоставить информацию о задолженностях студента в аттестационную комиссию	
Оценки "отлично" заслуживает обучающийся, свободно владеющий всеми разделами учебного материала по данному курсу и способный установить взаимосвязь материала данного курса с материалом других изученных курсов. Обычно оценка "отлично" ставится тем, кто изучил как основную, так и дополнительную литературу по предмету, способен к самостоятельному пополнению и обновлению знаний и уверенному применению их к решению практических задач.	
Оценки "хорошо" заслуживает обучающийся, обнаруживший полное знание учебного материала по данному курсу, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Обычно оценка "хорошо" ставится тем, кто успешно и самостоятельно выполняет задания, предусмотренные программой обучения.	
Оценки "удовлетворительно" заслуживает обучающийся, обнаруживший знание учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Обычно оценка "удовлетворительно" ставится тем, кто допускает погрешности при выполнении заданий, но способен их устранить с помощью преподавателя.	
Оценка "неудовлетворительно" ставится обучающемуся, не проявившему знания основного материала курса и рекомендованной литературы, не справляющийся с заданиями, предусмотренными программой. Обычно оценка	

"неудовлетворительно" ставится тем, кто не способен продолжать обучение дальше или приступить к профессиональной деятельности по окончании образовательной программы без дополнительных занятий по данному предмету.

Критерии выставления оценок за экзамен (устно, традиционная форма) по системе ECTS

Оценка «отлично» («А» по системе ECTS) ставится, если обучающийся владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на все вопросы билета, подчеркивает при этом самое существенное, умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное: устанавливать причинно-следственные связи; четко формулировать ответы, свободно решает предложенные задачи повышенной сложности (не менее двух), хорошо знаком с основной литературой в объеме, необходимом для практической деятельности, способен без подготовки или после небольших затрат времени ответить на дополнительные вопросы, итоговый процент выполнения аттестационных заданий составил 90-100%.

Оценка «хорошо» («В» по системе ECTS) ставится, если обучающийся владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах дает полноценные ответы на вопросы билета; не всегда выделяет наиболее существенное, не допускает вместе с тем серьезных ошибок в ответах; умеет решать легкие и средней тяжести задачи (не менее двух), итоговый процент выполнения аттестационных заданий составил 80-89%.

Оценка «хорошо» («С» по системе ECTS) ставится, если обучающийся уверенно владеет материалом, но при ответе упускает отдельные существенные моменты; владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); неуверенно себя чувствует при ответах на дополнительные вопросы, умеет решать легкие и средней тяжести задачи (не менее двух), итоговый процент выполнения аттестационных заданий составил 70-79%.

Оценка «удовлетворительно» («D» по системе ECTS) ставится, если обучающийся ориентируется в поставленных вопросах, может сформулировать основные моменты, но теряется при ответах на дополнительные вопросы, Студент способен решать лишь легкие задачи (не менее одной), владеет обязательным минимумом методов исследований, итоговый процент выполнения аттестационных заданий составил 60-69%.

Оценка «удовлетворительно» («E» по системе ECTS) ставится, если обучающийся владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускаются ошибки по существу вопросов. Студент способен решать лишь наиболее легкие задачи (не менее одной), владеет только обязательным минимумом методов исследований, итоговый процент выполнения аттестационных заданий составил 50-59%.

Если обучающийся неспособен дать ответ на поставленные вопросы, ему выставляется оценка «неудовлетворительно» («F» по системе ECTS), итоговый процент выполнения аттестационных заданий составил менее 50 %.

Для определения итоговой оценки используется следующая взаимосвязь шкал оценивания:

Оценка ECTS            Оценка СПбГУ

A	отлично
B	хорошо
C	
D	удовлетворительно
E	
F	неудовлетворительно

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л1.1	Привалов И. И.	Ряды Фурье: Учебник	, 2018	<a href="http://www.biblio-online.ru/book/F7FF0D52-3C35-4EAE-AC4F-5CCE948D7580">http://www.biblio-online.ru/book/F7FF0D52-3C35-4EAE-AC4F-5CCE948D7580</a>
Л1.2	Волков В. А.	Ряды Фурье. Интегральные преобразования Фурье и Радона: учебное пособие	, 2014	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=27656">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=27656</a> <a href="#">6</a>

#### 6.1.2. Дополнительная литература



	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л2.1	А. И. Ефимова [и др.]	Оптика: инфракрасная фурье-спектрометрия: учебное пособие для вузов	, 2017	<a href="https://www.biblio-online.ru/book/AF0E61A2-2924-4957-B8B4-8EB03A33E56E">https://www.biblio-online.ru/book/AF0E61A2-2924-4957-B8B4-8EB03A33E56E</a>

### 6.3. Информационные технологии

#### 6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

1.	Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Russian. Контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.			
----	--	--	--	--

#### 6.3.2 Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных

1.	Компьютерная информационно-правовая система «Гарант»			
----	--	--	--	--

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
4-303	Помещение для самостоятельной работы	аудиоколонки, кондиционер, маркерная доска, столы компьютерные, столы учебные, компьютерная техника с возможностью подключения сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета	Ср
4-304	Лекционная с мультимедийным комплексом	доска учебная, проектор, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран	Лек
4-304	Лекционная с мультимедийным комплексом	доска учебная, проектор, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран	Пр
4-304	Лекционная с мультимедийным комплексом	доска учебная, проектор, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран	Колл
4-304	Лекционная с мультимедийным комплексом	доска учебная, проектор, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран	Конс
4-304	Лекционная с мультимедийным комплексом	доска учебная, проектор, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран	Контр.раб
4-304	Лекционная с мультимедийным комплексом	доска учебная, проектор, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран	Экзамен
4-304	Лекционная с мультимедийным комплексом	доска учебная, проектор, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран	Зачёт

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В методическое обеспечение самостоятельной работы входят электронные методические пособия по курсу «Математический анализ: функции многих переменных и ряды Фурье», рекомендуемые в списке литературы учебники и задачки, задания для организации текущей самостоятельной работы обучающихся, примерные варианты контрольных работ и тестов, доступные обучающимся в течение всего периода обучения.