

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
"Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого"  
(ФГБОУ ВО "ТГПУ им. Л.Н. Толстого")

## Дополнительные главы теории вероятностей

### рабочая программа дисциплины (модуля)

ОПОП	<b>01.03.01 Математика</b> <b>Направленность (профиль) Математика</b>
Квалификация	<b>Бакалавр</b>
Год начала подготовки	<b>2023</b>
Форма обучения	<b>очная</b>
Общая трудоемкость	<b>3 з.е.</b>

Виды контроля по семестрам:  
зачет 7

Семестр (Курс. Номер семестра на курсе)	3(2.1)		Итого	
	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	18	18	18	18
Практические	24	24	24	24
Лабораторные	0	0	0	0
Итого ауд.	42	42	42	42
КСР	2	2	2	2
Контактная работа	44	44	44	44
Сам. Работа	64	64	64	64
Часы на контроль	0	0	0	0
Итого трудоемкость в часах	108	108	108	108

Программу составил(и):

*к.ф.-м.н., доцент, Ваньков Борис Петрович*

Рабочая программа дисциплины

**Дополнительные главы теории вероятностей**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 8)

составлена на основании учебного плана:

**01.03.01 Математика**

**направленность (профиль) Математика**

утвержденного Учёным советом вуза от 27.10.2022 протокол № 13.

РПД утверждена Учёным советом университета  
от 27.10.2022 протокол № 13.

<b>1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	
Формирование компетенции применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук, и использовать их в профессиональной деятельности	
<b>2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП</b>	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.В.ДЭ.01.02.04
<b>2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
1.	Теория вероятностей
<b>2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
1.	Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы
<b>3. СООТНЕСЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ</b>	
<b>3.1 Компетенции обучающегося и индикаторы их достижения:</b>	
ОПК-3: Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики	
ОПК-3.1	Имеет базовые знания в области математики и информатики
	Знает основные законы распределения случайных величин
ОПК-3.2	Умеет применять базовые знания в области математики и информатики в педагогической деятельности
	Умеет: применять законы распределения случайных величин для анализа педагогических и социальных процессов
ОПК-3.3	Имеет навыки применения знания в области математики и информатики в педагогической деятельности
	Имеет навыки: использования нормального закона распределения непрерывной случайной величины для исследования социальных процессов
ПК-4. Способен осуществлять под руководством специалиста более высокой квалификации педагогическую деятельность в соответствии с нормативно-правовыми актами по профильным дисциплинам (модулям) образовательных программ уровня СПО	
ПК-4.1	Знает нормативно-правовую и методологическую базу для осуществления образовательной деятельности по профильным дисциплинам (модулям) образовательных программ уровня СПО
	Знает: содержание образовательных программ уровня СПО в части математической составляющей
ПК-4.2	Умеет планировать и реализовывать учебные занятия под руководством специалиста более высокой квалификации по профильным дисциплинам (модулям) образовательных программ уровня СПО
	Умеет: осуществить тематическое планирование в рамках образовательных программ уровня СПО в части изучения теории вероятностей
ПК-4.3	Владеет навыками осуществления учебной деятельности под руководством специалиста более высокой квалификации по программам <b>среднего</b> профессионального <b>образования по</b> математике
	Владеет навыками: организации и проведения занятий в рамках образовательных программ уровня СПО в части изучения основных формул, законов и теорем теории вероятностей
ПК-7. Способен разрабатывать под руководством специалиста более высокой квалификации учебно-методическое обеспечение программ дополнительного профессионального образования	
ПК-7.1	Знает нормативно-правовую, методологическую базу для учебно-методического обеспечения программ дополнительного профессионального образования
	Знает: о применении основного закона распределения непрерывной случайной величины и закона больших чисел в педагогических исследованиях
ПК-7.2	Знает методы создания цифрового контента для учебно-методического обеспечения программ дополнительного профессионального образования

	Знает: о возможностях использования информационных технологий в целях создания цифрового контента в предметной области
ПК-7.3	Умеет реализовывать элементы цифровизации учебно-методического обеспечения программ дополнительного профессионального образования
	Умеет: использовать информационные технологии для создания цифровых образовательных ресурсов для поддержки изучения основных теорем и законов предметной области
ПК-7.4	Владеет навыками работы в условиях цифровизации учебного процесса по программам дополнительного профессионального образования
	Владеет навыками: использования цифровых образовательных ресурсов для демонстрации приложений основных теорем и законов предметной области в профессиональной деятельности и проекции на социальные процессы общества

### 3.2 Результаты обучения по дисциплине:

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен:**

	<b>Знать:</b>
З.1	основные законы распределения случайных величин
З.2	о возможностях использования информационных технологий в целях создания цифрового контента в предметной области
З.3	содержание образовательных программ уровня СПО в части математической составляющей
З.4	о применении основного закона распределения непрерывной случайной величины и закона больших чисел в педагогических исследованиях
	<b>Уметь:</b>
У.1	использовать информационные технологии для создания цифровых образовательных ресурсов для
У.2	осуществить тематическое планирование в рамках образовательных программ уровня СПО в части изучения теории вероятностей
У.3	применять законы распределения случайных величин для анализа педагогических и социальных процессов
	<b>Владеть (иметь навыки):</b>
В.1	использования цифровых образовательных ресурсов для демонстрации приложений основных теорем и законов предметной области в профессиональной деятельности и проекции на социальные процессы общества
В.2	организации и проведения занятий в рамках образовательных программ уровня СПО в части изучения <b>основных формул, законов и теорем теории вероятностей</b>
В.3	использования нормального закона распределения непрерывной случайной величины для исследования социальных процессов

**4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература	Содержание
	<b>Случайные события и случайные величины</b>				
1.1	Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применения. /Лек/	7	2	Л1.1Л2.1	Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применения. Распределение Пуассона для дискретной случайной величины
1.2	Функция Лапласа и ее свойства. /Лек/	7	2	Л1.1Л2.1	Использование функция Лапласа для вычисления вероятностей
1.3	Нормальная кривая и зависимость ее положения и формы от параметров. /Лек/	7	2	Л1.1Л2.1	Свойства функции Гаусса. Ее использование для получения функции Лапласа и приложения к вычислению вероятности
1.4	Нормальный закон распределения /Лек/	7	2	Л1.1Л2.1	Функция распределения - нормально распределенной случайной величины и ее выражение через функцию Лапласа.
1.5	Формулы для расчета вероятностей: /Лек/	7	2	Л1.1Л2.1	Формулы для расчета вероятностей: а) попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал; б) отклонения нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания. Правила «трех сигм».
1.6	Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова. /Лек/	7	2	Л1.1Л2.1	Использование центральной предельной теоремы Ляпунова для определения закона распределения непрерывной случайной величины
1.7	Двумерная случайная величина. /Лек/	7	2	Л1.1Л2.1	Понятие двумерной случайной величины. Примеры. Условные распределения.
1.8	Корреляционная зависимость /Лек/	7	2	Л1.1Л2.1	Ковариация и коэффициент корреляции. Свойства коэффициента корреляции. Примеры. Линии регрессии.
1.9	Теоретические и методологические аспекты изучения теории вероятностей в системе СПО и дополнительного образования /Лек/	7	2	Л1.1Л2.1	Систематизация и обобщение знаний и обсуждение тематического планирования и методики построения курсов теории вероятностей в системе СПО и дополнительного образования
1.10	Последовательность независимых испытаний /Ср/	7	10	Л1.1Л2.1	Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применения. Функция Лапласа и ее свойства.
1.11	Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применения. /Пр/	7	2	Л1.1Л2.1	Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применения. Распределение Пуассона для дискретной случайной величины
1.12	Функция Лапласа и ее свойства. / Пр /	7	2	Л1.1Л2.1	Использование функция Лапласа для вычисления вероятностей
1.13	Нормальная кривая и зависимость ее положения и формы от параметров. / Пр /	7	2	Л1.1Л2.1	Свойства функции Гаусса. Ее использование для получения функции Лапласа и приложения к вычислению вероятности

1.14	Нормальный закон распределения / Пр /	7	2	Л1.1Л2.1	Функция распределения - нормально распределенной случайной величины и ее выражение через функцию Лапласа.
1.15	Формулы для расчета вероятностей: / Пр	7	2	Л1.1Л2.1	Формулы для расчета вероятностей: а) попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал; б) отклонения нормально распределенной случайной величины от ее математического
1.16	Распределение случайной величины. Непрерывная случайная величина. Теорема Ляпунова. Закон больших чисел / Пр /	7	2	Л1.1Л2.1	Распределение случайной величины. Непрерывная случайная величина. Теорема Ляпунова. Закон больших чисел
1.17	Законы распределения случайной величины /Пр/	7	2	Л1.1Л2.1	Законы распределения случайной величины

1.18	Двумерная случайная величина /Пр/	7	2	Л1.1Л2.1	Понятие двумерной случайной величины. Условные распределения. Ковариация и коэффициент корреляции. Свойства коэффициента корреляции. Сущность закона больших чисел. Неравенство Чебышева и его частные случаи: а) для случайной величины, распределенной по биномиальному закону и для частоты события; б) для средней арифметической случайных величин. Теорема Чебышева и ее следствия: а) для случайных величин с одинаковыми математическими ожиданиями; б) для частоты события в $n$ повторных независимых испытаниях (теорема Бернулли).
1.19	Корреляционная зависимость /Пр/	7	4	Л1.1Л2.1	Ковариация и коэффициент корреляции. Свойства коэффициента корреляции. Примеры. Линии регрессии.
1.20	Теоретические и методологические аспекты изучения теории вероятностей в системе СПО и дополнительного образования /Пр/	7	4	Л1.1Л2.1	Систематизация и обобщение знаний и обсуждение тематического планирования и методики построения курсов теории вероятностей в системе СПО и дополнительного образования
1.21	Нормальное распределение /Ср/	7	15	Л1.1Л2.1	Нормальная кривая и зависимость ее положения и формы от параметров. Функция распределения - нормально распределенной случайной величины и ее выражение через функцию Лапласа. Формулы для расчета вероятностей: а) попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал; б) отклонения нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания.

1.22	Двумерная случайная величина /Ср/	7	15	Л1.1Л2.1	Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова. Понятие двумерной случайной величины. Условные распределения. Ковариация и коэффициент корреляции. Свойства коэффициента корреляции. Сущность закона больших чисел.
1.23	Неравенство и теорема Чебышева /Ср/	7	24	Л1.1Л2.1	Неравенство Чебышева и его частные случаи: а) для случайной величины, распределенной по биномиальному закону и для частоты события; б) для средней арифметической случайных величин. Теорема Чебышева и ее следствия: а) для случайных величин с одинаковыми математическими ожиданиями; б) для частоты события в $n$ повторных независимых испытаниях (теорема Бернулли).
1.24	КСРС	7	2	Л1.1Л2.1	КСРС

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### 5.1. Типовые задания для проведения текущего контроля

1. Вариант контрольной работы приведен в приложениях
2. Вариант тренировочного теста приведен в приложениях

### 5.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применения.

Распределение Пуассона для дискретной случайной величины

Использование функция Лапласа для вычисления вероятностей

Свойства функции Гаусса.

Использование функции Гаусса для получения функции Лапласа

Приложения функции Лапласа к вычислению вероятности

Функция распределения нормально распределенной случайной величины и ее выражение через функцию Лапласа.

Формулы для расчета вероятностей попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал.

Формулы отклонения нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания.

Правила «трех сигм».

Использование центральной предельной теоремы Ляпунова для определения закона распределения непрерывной случайной величины.

Понятие двумерной случайной величины. Примеры. Условные распределения.

Ковариация и коэффициент корреляции.

Свойства коэффициента корреляции. Примеры.

Линии регрессии.

Вопросы к зачету

1. Понятие двумерной случайной величины. Примеры. Таблица ее распределения.
2. Одномерные распределения ее составляющих двумерной случайной величины.
3. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин.
4. Связь между некоррелированностью и независимостью случайных величин.
5. Понятие о двумерном нормальном законе распределения.
6. Условные математические ожидания и дисперсии.
7. Неравенство Маркова (лемма Чебышева) (с выводом).
8. Неравенство Чебышева (с выводом) и его частные случаи для случайной величины, распределенной по биномиальному закону, и частоты события.
9. Неравенство Чебышева для средней арифметической случайных величин (с выводом).
10. Теорема Чебышева (с доказательством), ее значение и следствие.

**5.3. Перечень видов оценочных средств**

1. Вопросы к зачету
2. Вариант контрольной работы
3. Вариант тренировочного теста

**5.4. Процедура применения оценочных материалов**

Проведение экзамена осуществляется по билетам.

Студент имеет 2 теоретических вопроса из приведенного перечня и задачу.

Контрольная работа содержит типовые задания по курсу.

Контрольная работа является обязательным элементом в процессе текущей аттестации.

Тренировочный тест используется для получения студентами навыка рефлексии знаний.

БРС представлена в приложениях

Промежуточная аттестация может проводиться с применением электронного обучения и (или) дистанционных образовательных технологий в соответствии с «Порядком проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения и /или дистанционных образовательных технологий».

Проведение экзамена с применением дистанционных образовательных технологий может проходить по следующим процедурам:

- в форме устного собеседования преподавателя со студентом по предложенным вопросам к экзамену (без предварительной подготовки к конкретному вопросу в период проведения экзамена),
- в виде решения обучающимся уникального кейс-задания,
- в виде защиты индивидуального учебного проекта;
- в виде решения обучающимися экзаменационных тестовых заданий (с ограничением по времени выполнения);
- в виде электронного портфолио обучающегося.



<b>6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>				
<b>6.1. Рекомендуемая литература</b>				
<b>6.1.1. Основная литература</b>				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л1.1	Гусева Е. Н.	Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие	Москва: ФЛИНТА, 2021	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83543">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=83543</a>
<b>6.1.2. Дополнительная литература</b>				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л2.1	Шведов А. С.	Теория вероятностей и математическая статистика: промежуточный уровень	, 2017	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=486562">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=486562</a>
<b>6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"</b>				
Э1	Университетская библиотека Online [Электронный ресурс] / ООО "Директ-Медиа" . - М : [б. и.], 2006			
Э2	Math.ru [Электронный ресурс]: портал математического образования / Отделение математических наук Российской Академии Наук ; Московский центр непрерывного математического образования. - М : [б. и.], 2011			
Э3	Math-Net.Ru [Электронный ресурс]: общероссийский математический портал / Математический институт им. В. А. Стеклова РАН ; Российская академия наук, Отделение математических наук. - М : [б. и.], 2010			
Э4	МЦНМО [Электронный ресурс]: свободно распространяемые издания / Департамент образования г. Москвы, Математический институт имени В.А. Стеклова, МГУ имени М.В. Ломоносова, отделение математики РАН. - М : [б. и.], 2004.			
Э5	Электронное обучение ТГПУ им. Л.Н. Толстого			
<b>6.3. Информационные технологии</b>				
<b>6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения</b>				
1.	Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Russian. Контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.			
2.	Программное обеспечение Microsoft Office Enterprise 2007 Russian. Лицензия №46138962 от 16.11.2009			
3.	Программное обеспечение Microsoft Office 2013 Professional. Контракт № 405535 от 2 ноября 2015 года, контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г.			
<b>6.3.2 Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных</b>				
1.	Портал «Информационно-коммуникационные технологии в образовании» ( <a href="http://www.ict.edu.ru">http://www.ict.edu.ru</a> )			
2.	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования ( <a href="http://fgosvo.ru">http://fgosvo.ru</a> )			

<b>7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>			
Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
4-301	Учебная аудитория	комплект учебной мебели, компьютер Intel (R) Atom (TM) мультимедийный комплекс проектор Mitsubishi	Лек, Пр, КСР, Зачет
4-305	Помещение для самостоятельной работы	компьютерная техника, подключенная к сети Интернет, обеспечен доступ к электронно-образовательной среде Университета: комплект учебной мебели, персональные компьютеры (ноутбуки) с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду Университета, доска, компьютер стационарный (моноблок)	Ср

<b>8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>
---

Осваивая курс студенту необходимо научиться работать на лекциях, проявлять творчество и деятельную активность на практических занятиях и организовывать самостоятельную внеаудиторную деятельность.

В начале лекции необходимо уяснить цель, которую лектор ставит перед собой и студентами. Важно внимательно слушать лектора, отмечать наиболее существенную информацию и кратко записывать ее в тетрадь. Сравнивать то, что услышано на лекции с прочитанным и усвоенным ранее, укладывать новую информацию в собственную, уже имеющуюся, систему знаний.

По ходу лекции важно подчеркивать новые термины, устанавливать их взаимосвязь с понятиями, научиться использовать новые понятия в процессе анализа положений науки.

Очень важно активно участвовать в дискуссиях, анализе творческих задач, моделировании и решении различных проблемных ситуаций, предлагаемых лектором.

Если на лекции студент не получил ответа на возникшие у него вопросы, необходимо в конце лекции задать их лектору.

Дома необходимо прочитать записанную лекцию, подчеркнуть наиболее важные моменты, определить словарь новых терминов, определить сущность изученной проблемы, а также какие вопросы оказались сложными для его восприятия. Зная тему практического занятия, необходимо готовиться к нему заблаговременно. Для этого необходимо изучить лекционный материал, соответствующий теме занятия и рекомендованный преподавателем материал из учебной литературы, подготовить необходимый материал, информацию, предложенные для самостоятельного выполнения на предыдущей лекции или практическом занятии.

Важнейшей особенностью обучения в высшей школе является высокий уровень самостоятельности студентов в ходе образовательного процесса. Эффективность самостоятельной работы зависит от таких факторов как:

- уровень мотивации студентов к овладению конкретными знаниями и умениями;
- наличие навыка самостоятельной работы, сформированного на предыдущих этапах обучения;
- наличие четких ориентиров самостоятельной работы.

Приступая к самостоятельной работе, необходимо получить следующую информацию:

- цель изучения конкретного учебного материала;
- место изучаемого материала в системе знаний, необходимых для формирования специалиста;
- перечень знаний и умений, которыми должен овладеть студент;
- порядок изучения учебного материала;
- источники информации;
- наличие контрольных заданий;
- форма и способ фиксации результатов выполнения учебных заданий;
- сроки выполнения самостоятельной работы.

Следует выполнять рекомендуемые задания, анализировать вопросы.

Результатом самостоятельной работы должна быть систематизация и структурирование учебного материала по изучаемой теме, включение его в уже имеющуюся у студента систему знаний.

После изучения учебного материала необходимо проверить усвоение учебного материала с помощью предлагаемых контрольных вопросов и при необходимости повторить учебный материал.

В процессе подготовки к экзамену и зачету необходимо систематизировать, запомнить учебный материал.

Основными способами приобретения знаний, как известно, являются: чтение учебника и дополнительной литературы, рассказ и объяснение преподавателя, анализ ситуаций, проблем организационного поведения, поиск ответа на контрольные вопросы.

Известно, что приобретение новых знаний идет в несколько этапов:

- знакомство;
- понимание, уяснение основных закономерностей строения и функционирования изучаемого объекта, выявление связей между его элементами и другими подобными объектами;
- фиксация новых знаний в системе имеющихся знаний;
- запоминание и последующее воспроизведение;
- использование полученных знаний для приобретения новых знаний, умений и навыков и т.д.

Для того, чтобы студент имел прочные знания на определенном уровне (уровень узнавания, уровень воспроизведения и т.д.), рекомендуют проводить обучение на более высоком уровне.