

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
(ФГБОУ ВО "ТГПУ им. Л.Н. Толстого")

## Дополнительные главы математического анализа

### рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	<b>алгебры, математического анализа и геометрии</b>
ОПОП	<b>01.03.01 Математика направленность (профиль) Математика</b>
Квалификация	<b>Бакалавр</b>
Год начала подготовки	<b>2023</b>
Форма обучения	<b>очная</b>
Общая трудоемкость	<b>3 з.е.</b>

Виды контроля по семестрам:  
зачет 5

Семестр(Курс.Номер семестра на курсе)	5(3.1)		Итого	
	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	18	18	18	18
Практические	24	24	24	24
Итого ауд.	42	42	42	42
КСР	2	2	2	2
Контактная работа	44	44	44	44
Сам. работа	64	64	64	64
Часы на контроль	0	0	0	0
Практическая подготовка	0	0	0	0
Итого трудоемкость в часах	108	108	108	108

Программу составил(и):

*к.б.н., доцент, Исаева Нина Магомедрасуловна; д.ф.-м.н., профессор, Денисов Игорь Васильевич*

Рабочая программа дисциплины

**Дополнительные главы математического анализа**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 № 8)

составлена на основании учебного плана:

01.03.01 Математика

направленность (профиль) Математика

утвержденного Учёным советом вуза от 27.10.2022 протокол № 13.

РПД утверждена Учёным советом университета  
от 27.10.2022 г. протокол № 13

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование у студентов систематизированных теоретических знаний в области методов оптимизации и исследования операций.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
1.	Математический анализ
2.	Алгебра
3.	Аналитическая геометрия
4.	Теория вероятностей
5.	Дискретная математика
6.	Математическая логика
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
1.	Методы оптимизации
2.	Комбинаторный анализ и алгоритмы
3.	научно-исследовательская работа

### 3. СООТНЕСЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

<b>3.1 Компетенции обучающегося и индикаторы их достижения:</b>	
ОПК-3: Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики	
ОПК-3.1	Имеет базовые знания в области математики и информатики
	знает теоретические основы математических методов, применяемых для количественного обоснования управленческих решений; основные факты современной фундаментальной математики в области вариационного исчисления
ОПК-3.2	Умеет применять базовые знания в области математики и информатики в педагогической деятельности
	Умеет находить экстремали функционалов
ОПК-3.3	Имеет навыки применения знания в области математики и информатики в педагогической деятельности
	Владеет основами теории вариационного исчисления
ПК-4 Способен осуществлять под руководством специалиста более высокой квалификации педагогическую деятельность в соответствии с нормативно-правовыми актами по профильным дисциплинам (модулям) образовательных программ уровня СПО	
ПК-4.1	Знает нормативно-правовую и методологическую базу для осуществления образовательной деятельности по профильным дисциплинам (модулям) образовательных программ уровня СПО
	знает теоретические основы математических методов, применяемых для количественного обоснования управленческих решений; основные факты современной фундаментальной математики в области вариационного исчисления
ПК-4.2	Умеет планировать и реализовывать учебные занятия под руководством специалиста более высокой квалификации по профильным дисциплинам (модулям) образовательных программ уровня СПО
	Умеет находить экстремали функционалов
ПК-4.3	Владеет навыками осуществления учебной деятельности под руководством специалиста более высокой квалификации по программам среднего профессионального образования по математике
	Владеет основами теории вариационного исчисления
ПК-7 Способен разрабатывать под руководством специалиста более высокой квалификации учебно-методическое обеспечение программ дополнительного профессионального образования топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики	
ПК-7.1	Знает нормативно-правовую, методологическую базу для учебно-методического обеспечения программ дополнительного профессионального образования

	знает теоретические основы математических методов, применяемых для количественного обоснования управленческих решений; основные факты современной фундаментальной математики в области вариационного исчисления
ПК-7.2	Знает методы создания цифрового контента для учебно-методического обеспечения программ дополнительного профессионального образования
	знает теоретические основы математических методов, применяемых для количественного обоснования управленческих решений; основные факты современной фундаментальной математики в области вариационного исчисления
ПК-7.3	Умеет реализовывать элементы цифровизации учебно-методического обеспечения программ дополнительного профессионального образования
	Умеет находить экстремали функционалов
ПК-7.4	Владеет навыками работы в условиях цифровизации учебного процесса по программам дополнительного профессионального образования
	Владеет основами теории вариационного исчисления

### 3.2 Результаты обучения по дисциплине:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

	<b>Знать:</b>
3.1	• Теоретические основы математических методов, применяемых для количественного обоснования управленческих решений
3.2	• основные факты современной фундаментальной математики в области вариационного исчисления,
	<b>Уметь:</b>
У.1	• находить экстремали функционалов
	<b>Владеть:</b>
В.1	• основами теории вариационного исчисления

### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература	Содержание
	<b>Функционалы. Функциональные пространства</b>				
1.1	Функционалы. Функциональные пространства /Лек/	5	4	Л1.1 Л2.3	Определение функционала. Примеры функционала. Построение функционалов качества (линейных и квадратичных). Линейные нормированные пространства. Пространства $C[a,b]$ , $D1[a,b]$ .
1.2	Функционалы. Функциональные пространства / Пр /	5	4	Л1.1 Л2.3	Определение функционала. Примеры функционала. Построение функционалов качества (линейных и квадратичных). Линейные нормированные пространства. Пространства $C[a,b]$ , $D1[a,b]$ .
1.3	Функционалы. Функциональные пространства / Ср /	5	14	Л1.1 Л2.3	Определение функционала. Примеры функционала. Построение функционалов качества (линейных и квадратичных). Линейные нормированные пространства. Пространства $C[a,b]$ , $D1[a,b]$
	<b>Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала</b>				
2.1	Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала /Лек/	5	4	Л1.1 Л2.3	Определение линейного функционала. Примеры линейных функционалов. Условия обращения в ноль линейных функционалов. Необходимые условия экстремума функционала.

2.2	Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала / Пр /	5	6	Л1.1 Л2.3	Определение линейного функционала. Примеры линейных функционалов. Условия обращения в ноль линейных функционалов. Необходимые условия экстремума функционала.
2.3	Дифференциал функционала. Необходимые условия экстремума функционала / Ср /	5	12	Л1.2 Л2.3	Определение линейного функционала. Примеры линейных функционалов. Условия обращения в ноль линейных функционалов. Необходимые условия экстремума функционала.
	<b>Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами</b>				
3.1	Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами /Лек/	5	4	Л1.2 Л2.3	Уравнение Эйлера. Частные виды уравнения Эйлера. Примеры. Условия разрешимости задачи со свободными концами.
3.2	Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами / Пр /	5	4	Л1.2 Л2.3	Уравнение Эйлера. Частные виды уравнения Эйлера. Примеры. Условия разрешимости задачи со свободными концами.
3.3	Задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Задача со свободными концами / Ср /	5	12	Л1.2 Л2.3	Уравнение Эйлера. Частные виды уравнения Эйлера. Примеры. Условия разрешимости задачи со свободными концами.
	<b>Изопериметрическая задача. Условный экстремум</b>				
4.1	Изопериметрическая задача. Условный экстремум /Лек/	5	4	Л1.1 Л2.3	Теорема о существовании экстремума функционала, заданного на множестве функций, на котором специальный функционал имеет постоянное значение. Необходимое условие экстремума функционала, определенного на множестве функций, удовлетворяющих уравнению связи. Примеры.
4.3	Изопериметрическая задача. Условный экстремум / Ср /	5	12	Л1.1 Л2.3	Теорема о существовании экстремума функционала, заданного на множестве функций, на котором специальный функционал имеет постоянное значение. Необходимое условие экстремума функционала, определенного на множестве функций, удовлетворяющих уравнению связи. Примеры.
	<b>Квадратичный функционал. Вторая вариация</b>				

5.1	Квадратичный функционал. Вторая вариация /Лек/	5	2	Л1.1 Л2.3	Определение квадратичного функционала. Положительно определенный квадратичный функционал. Формула для второй вариации. Условие Лежандра. Достаточное условие экстремума. Неравенство Коши-Буняковского
5.2	Квадратичный функционал. Вторая вариация / Пр /	5	4	Л1.1 Л2.3	Определение квадратичного функционала. Положительно определенный квадратичный функционал. Формула для второй вариации. Условие Лежандра. Достаточное условие экстремума. Неравенство Коши-Буняковского
5.3	Квадратичный функционал. Вторая вариация / Ср /	5	14	Л1.1 Л2.3	Определение квадратичного функционала. Положительно определенный квадратичный функционал. Формула для второй вариации. Условие Лежандра. Достаточное условие экстремума. Неравенство Коши-Буняковского
5.4	КСРС	5	2	Л1.1 Л2.3	КСРС

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### 5.1. Типовые задания для проведения текущего контроля

1. Перечислите задачи, приводящие к вариационным проблемам.
2. Перечислите основные определения вариационного исчисления
3. Что такое функционал?
4. Основные леммы вариационного исчисления
5. Сформулируйте простейшую задачу вариационного исчисления
6. Вариационные задачи с фиксированными границами
7. Функционалы от нескольких функций. Функционалы с производными высшего порядка. Функционалы от функций многих переменных
8. Приведите канонический вид уравнений Эйлера
9. Перечислите аксиомы линейного пространства.
10. Вариационные задачи с подвижными границами.
11. Приведите основные задачи на условный экстремум.
12. Что такое задача Лагранжа?
13. Приведите достаточные условия экстремума.
14. Чем различаются слабый и сильный экстремум?
15. Опишите применение вариационных методов в оптимальном управлении.

### 5.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

1. Определение функционала. Примеры функционала.
2. Линейные нормированные пространства. Пространства  $C[a,b]$ ,  $D_1[a,b]$
3. Определение линейного функционала.
4. Примеры линейных функционалов.
5. Необходимые условия экстремума функционала.
6. Уравнение Эйлера. Частные виды уравнения Эйлера. Примеры.
7. Теорема о существовании экстремума функционала, заданного на множестве функций, на котором специальный функционал имеет постоянное значение.
8. Определение квадратичного функционала.
9. Условие Лежандра. Достаточное условие экстремума.
10. Неравенство Коши-Буняковского

### 5.3. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа  
Зачет

### 5.4. Процедура применения оценочных материалов

Итоговая рейтинговая оценка по дисциплине «Дополнительные главы математического анализа» складывается из следующих составляющих:

- 1) За каждый укрупненный блок тем студент может максимально получить количество баллов, которые включают в себя: выполнение заданий для самостоятельной работы - до 2 баллов; устный ответ и (или) выполнение проверочной работы - до 3 баллов.
- 2) Обязательной формой текущей аттестации знаний является срезовая контрольная работа. Максимальная оценка на срезовой контрольной работе может составить 10 баллов.
- 3) Студентам, желающим повысить свой рейтинг, предлагаются задания повышенной сложности (творческие задания), которые максимально могут быть оценены в 10 баллов.
- 4) На зачете ответ студента может быть максимально оценен в 30 баллов. Из них 10 баллов могут быть получены на тестировании и 20 баллов за ответ по билету.

Шкала перевода баллов в оценку: до 40 - «незачтено»; 41-60 –«зачтено».

Промежуточная аттестация может проводиться с применением электронного обучения и (или) дистанционных образовательных технологий в соответствии с «Порядком проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения и /или дистанционных образовательных технологий».

Проведение экзамена с применением дистанционных образовательных технологий может проходить по следующим процедурам:

- в форме устного собеседования преподавателя со студентом по предложенным вопросам к экзамену (без предварительной подготовки к конкретному вопросу в период проведения экзамена),
- в виде решения обучающимся уникального кейс-задания,
- в виде защиты индивидуального учебного проекта;
- в виде решения обучающимися экзаменационных тестовых заданий (с ограничением по времени выполнения);
- в виде электронного портфолио обучающегося.электронного обучения и /или дистанционных образовательных технологий».

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л1.1	Болдырев, Ю. Я.	Вариационное исчисление и методы оптимизации	Юрайт, 2017	

#### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л2.1	Балдин К. В.	Математические методы и модели в экономике: учебник	Москва: Издательство «Флинта», 2012	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&amp;book_id=103331">http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&amp;book_id=103331</a>
Л2.2	Гюнтер, Н. М.	Курс вариационного исчисления	Лань, 2009	

### 6.3. Информационные технологии

#### 6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

1.	Операционная система ROSA Enterprise Linux Desktop № RL00450-1-110518-01. RL00450-1-110518-17 от 11 мая 2018 г.
2.	Операционная система Microsoft Windows XP Professional Russian. Лицензия № 16698685 от 08.08.2003 г.
3.	Операционная система Microsoft Windows Professional 7 Russian. Лицензия №48497058 от 13.05.2011 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.
4.	Программное обеспечение Microsoft Office Enterprise 2007 Russian. Лицензия №46138962 от 16.11.2009
5.	Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Russian. Контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.
6.	Программное обеспечение Microsoft Office 2013 Professional. Контракт № 405535 от 2 ноября 2015 года, контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г.

7.	Программа для распознавания текста ABBYY FineReader 9.0 Corporate Edition. Лицензионный сертификат - код позиции AF90-3U1V25-102, ABBYY FineReader 9.0 Corporate Edition Volume License Concurrent от 28 июля 2009 г.
8.	Электронный словарь ABBYY Lingvo X3 Европейская версия - Код позиции AL14-2U1V05-102, ABBYY Lingvo x3 Европейская версия. Именная лицензия Concurrent от 28 июля 2009 г.
9.	Комплексная система антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – стандартный Russian Edition. 500-999 Node 2 year Educational Renewal License. Лицензия № 13С8-190514-084943-783-1256 от 15.05.2019
10.	Браузеры Google Chrome, Mozilla, Opera. Свободно распространяемое ПО
11.	Файловый архиватор 7z. Свободно распространяемое ПО
12.	Текстовый редактор NotePad++. Свободно распространяемое ПО
13.	Инструмент для очистки и оптимизации операционных систем Microsoft Windows С Cleaner. Свободно распространяемое ПО
14.	Программа для записи видео и потокового вещания Open Broadcaster Software. Свободно распространяемое ПО
15.	Пакет офисных приложений Apache OpenOffice 4.1.6. Свободно распространяемое ПО
16.	Программа просмотра файлов формата RPD Adobe Acrobat Reader DC. Свободно распространяемое ПО
17.	Среда выполнения Adobe Flash Player. Свободно распространяемое ПО
18.	ПО интерактивной доски Elite Panaboard. Свободно распространяемое ПО
19.	Файловый менеджер Far manager. Свободно распространяемое ПО
20.	Система Интернет-телефонии Skype. Свободно распространяемое ПО
21.	Система облачного хранилища Dropbox. Свободно распространяемое ПО
22.	Редактор диаграмм, схем, блок-схем, UML-схем Dia 0.97.2. Свободно распространяемое ПО
23.	Оболочка программирования Code: Blocks 17.12. Свободно распространяемое ПО
24.	Среда программирования и набор инструментов для программирования. MinGW 0.6.3 Свободно распространяемое ПО
<b>6.3.2 Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных</b>	
1.	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных ( <a href="http://webofscience.com">http://webofscience.com</a> )
2.	Портал «Информационно-коммуникационные технологии в образовании» ( <a href="http://www.ict.edu.ru">http://www.ict.edu.ru</a> )
3.	Компьютерная информационно-правовая система «Гарант»

#### 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
4-301	Учебная	комплект учебной мебели, компьютер Intel (R) Atom (TM) мультимедийный комплекс проектор Mitsubishi	Лек, Пр, КСР, Зачет
4-305	Помещение для самостоятельной работы	компьютерная техника, подключенная к сети Интернет, обеспечен доступ к электронно-образовательной среде Университета: комплект учебной мебели, персональные компьютеры (ноутбуки) с подключением к сети Интернет и	Ср

#### 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина «Дополнительны главы математического анализа» направлена на формирование у студентов готовности к успешному изучению других прикладных математических дисциплин. Для этого даются начальные представления о таких понятиях, как функционал, линейное пространство; квадратичный функционал, вариация функционала, экстремум функционала. Студенты знакомятся с различными задачами вариационного исчисления, используемыми в прикладных математических дисциплинах, в частности, изопериметрической задачей. В результате изучения дисциплины должно быть сформировано представление о моделях, широко используемых в математике и приложениях.

Для успешного освоения дисциплины следует использовать пособия [1] списка основной литературы и пособие [1] списка дополнительной литературы, в которых дается необходимая теория, приводятся методы решения типовых задач. Для более глубокого изучения материала используется другая литература из приведенного списка.