

Комбинаторная геометрия

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	алгебры, математического анализа и геометрии
ОПОП	01.03.01 Математика направленность (профиль) Математика
Квалификация	Бакалавр
Год начала подготовки	2023
Форма обучения	очная
Общая трудоемкость	3 з.е.

Виды контроля по семестрам:
зачет 6

Семестр(Курс.Номер семестра на курсе)	6(3.2)		Итого	
	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	18	18	18	18
Практические	22	22	22	22
Итого ауд.	40	40	40	40
КСР	2	2	2	2
Контактная работа	42	42	42	42
Сам. работа	66	66	66	66
Часы на контроль	0	0	0	0
Итого трудоемкость в часах	108	108	108	108

Программу составил(и):

д. ф.-м н., профессор Балаба Ирина Николаевна

Рабочая программа дисциплины

Комбинаторная геометрия

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки **01.03.01 Математика** (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 8)

составлена на основании учебного плана:

01.03.01 Математика
направленность (профиль) Математика

утвержденного Учёным советом вуза от 27.10.2022 протокол № 13.

РПД утверждена Учёным советом университета
от 27.10.2022 протокол № 13.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью дисциплины является ознакомление студентов с основными теоремами, проблемами и методами комбинаторной геометрии.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:	Б1.В.ДЭ
2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
1.	Дискретная математика
2.	Аналитическая геометрия
3.	Алгебра
2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
1.	Вычислительная геометрия
2.	Комбинаторный анализ и алгоритмы

3. СООТНЕСЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

3.1 Компетенции обучающегося и индикаторы их достижения:

ПК-1: Способен понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий, способность использовать современные инструментальные и вычислительные средства

ПК-1.1	Знать базовый современный математический аппарат, базовые фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий, стандартный функционал современных инструментальных и вычислительных средств
	Знать основные задачи комбинаторной геометрии, основные геометрические понятия и факты, лежащие в основе комбинаторных геометрических алгоритмов
ПК-1.2	Уметь использовать при решении конкретных научно-исследовательских и прикладных задач
	Уметь осуществить адекватный выбор компьютерной программы для решения поставленной задачи комбинаторного геометрического характера.
ПК-1.3	Владеть навыками применения математического и информатического аппарата при решении научно-исследовательских и практических задач, в том числе с применением современных инструментальных и вычислительных средств
	владеть навыками профессионального мышления, необходимыми для адекватного использования методов, лежащих в основе комбинаторной геометрии

ПК-9: Способен использовать методы математического и компьютерного моделирования при решении теоретических и прикладных задач

ПК-9.1	Знает математические и компьютерные методы и модели, используемые для решения конкретных
	Знает основные комбинаторные геометрические алгоритмы
ПК-9.2	Умеет формулировать теоретические и прикладные задачи профессиональной области в виде типовых задач, умеет разрабатывать алгоритмы и программы для решения комбинаторных геометрических задач
ПК-9.3	Владеет навыками решения задач профессиональной области, используя математическое и компьютерное моделирование
	владеет навыками решения комбинаторных геометрических задач

3.2 Результаты обучения по дисциплине:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

	Знать:
З.1	основные задачи комбинаторной геометрии;
З.2	основные геометрические понятия и факты, лежащие в основе комбинаторных геометрических алгоритмов;
З.3	основные комбинаторные геометрические алгоритмы
	Уметь:
У.1	осуществить адекватный выбор компьютерной программы для решения поставленной задачи комбинаторного геометрического характера.
У.2	разрабатывать алгоритмы и программы для решения комбинаторных геометрических задач
	Владеть:
В.1	навыками профессионального мышления, необходимыми для адекватного использования методов, лежащих в основе комбинаторной геометрии
В.2	навыками решения комбинаторных геометрических задач

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература	Содержание
Комбинаторные вопросы элементарной геометрии					
1.1	Предмет комбинаторной геометрии. Принадлежность точек прямым и окружностям. /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2	Принадлежность точек прямым и окружностям.
1.2	Принадлежность точек прямым и окружностям. /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2	Принадлежность точек прямым и окружностям.
1.3	Целочисленные решетки и правильные многоугольники. /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2	Целочисленные расстояния. Целочисленные решетки и правильные многоугольники. Соизмеримые углы.
1.4	Целочисленные решетки и правильные многоугольники. /Пр /	6	2	Л1.1 Л1.2	Целочисленные решетки и правильные многоугольники.
1.5	Задачи о расположении точек и фигур / Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2	Задачи о расположении точек и фигур
1.6	Различные конфигурации точек на плоскости / Пр /	6	2	Л1.1 Л1.2	Различные конфигурации точек на плоскости
1.7	Комбинаторные вопросы элементарной геометрии /Ср/	6	25	Л1.1 Л1.2	Принадлежность точек прямым и окружностям. Целочисленные расстояния. Целочисленные решетки и правильные многоугольники. Соизмеримые углы. Задачи о расположении точек и фигур. Различные конфигурации точек на плоскости.
Выпуклые фигуры на плоскости.					
2.1	Выпуклые фигуры на плоскости. Основные определения. /Лек/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л2.1	Выпуклые фигуры на плоскости. Основные определения. Сумма множеств. Выпуклая оболочка, теорема Каратеодори. Теорема об отделимости, опорная гиперплоскость. Геометрия точечных множеств и выпуклость
2.2	Выпуклые фигуры на плоскости. Основные определения. / Пр /	6	2	Л1.1 Л1.2 Л2.1	Выпуклые фигуры на плоскости. Основные определения. Сумма множеств. Выпуклая оболочка, теорема Каратеодори. Теорема об отделимости, опорная гиперплоскость. Геометрия точечных множеств и выпуклость
2.3	Теорема Хелли /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л2.1	Теорема Хелли о пересечении выпуклых фигур и ее приложения
2.4	Теорема Хелли / Пр /	6	4	Л1.1 Л1.2 Л2.1	Теорема Хелли о пересечении выпуклых фигур и ее приложения
2.5	Покрытие фигур. /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л2.1	Покрытие фигур. Теорема Юнга. Покрытие фигур гомотетичными. Теорема Гохберга-Маркуса.
2.6	Покрытие фигур / Пр /	6	2	Л1.1 Л1.2 Л2.1	Покрытие фигур. Покрытие фигур гомотетичными.
2.7	Диаметр фигуры. /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л2.2	Диаметр и радиус множества и их основные свойства. Проблема Борсука о разбиении фигур на части меньшего диаметра. Теорема Болтянского.
2.8	Диаметр фигуры. / Пр /	6	2	Л1.1 Л1.2 Л2.2	Диаметр и радиус множества и их основные свойства. Разбиение фигур на части меньшего диаметра.

2.9	Выпуклые фигуры на плоскости.	6	25	Л1.1 Л1.2 Л2.1, Л2.2	Выпуклые фигуры на плоскости. Основные определения. Геометрия точечных множеств и выпуклость. Теорема Хелли о пересечении выпуклых фигур и ее приложения. Покрытие фигур гомотетичными. Диаметр и радиус множества и их основные свойства. Разбиении фигур на части меньшего диаметра.
Разные задачи					
3.1	Простейшие парадоксы теории множеств. /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2	Существование ограниченных множеств, равных собственной части. Существование точечных множеств, которые можно разложить на части, равные исходному множеству.
3.2	Простейшие парадоксы теории множеств. / Пр /	6	2	Л1.1 Л1.2	Примеры множеств, обладающих «парадоксами»
3.3	Теорема Рамсея и связанные с ней задачи. /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2	Теорема Рамсея. Применение теоремы Рамсея к задачи типа Эрдеша-Секереша и задачам типа Ван Дер Варден
3.4	Теорема Рамсея и связанные с ней задачи. / Пр /	6	2	Л1.1 Л1.2	Теорема Рамсея и связанные с ней задачи.
3.5	Простейшие парадоксы теории множеств. Теорема Рамсея и связанные с ней задачи. /Ср/	6	16	Л1.1 Л1.2	Примеры множеств, обладающих «парадоксами». Теорема Рамсея и связанные с ней задачи
4	Комбинаторная геометрия. /Кср/	6	2		Отчет по лабораторным работам

5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

5.1. Типовые задания для проведения текущего контроля

Примерная тематика практических работ:

Практическая работа №1 «Принадлежность точек прямым и окружностям».

Рассматриваются утверждения, касающиеся точек, прямых и окружностей.

Практическая работа №2 «Целочисленные решетки и правильные многоугольники»

В задачах данного типа основную роль играют рациональность и целочисленные расстояния.

Рассматриваются задачи, связанные с возможностью реализации расстояний с теми или иными свойствами парами точек заданного множества.

Практическая работа № 3 «Задачи о расположении точек и фигур»

Рассматриваются задачи следующего типа: Сколько кругов (квадратов, треугольников) можно приложить к данному кругу (квадрату, треугольнику) чтобы они не пересекались

Практическая работа №4 «Различные конфигурации точек на плоскости»

Рассматриваются различные конфигурации точек на плоскости и оценивается их количество.

Практическая работа № 5 «Выпуклые фигуры на плоскости. Основные определения»

Изучаются основные свойства выпуклых множеств. Рассматриваются примеры на вычисление выпуклой оболочки и применение теоремы Каратеодори. Рассматривается теорема об отделимости, приводится ее приложение.

Практические работы № 6-7 «Теорема Хелли и ее приложения»

Доказывается существенность выполнения всех условий теоремы Хелли. Рассматриваются задачи, связанные с различными приложениями теоремы Хелли.

Практическая работа № 8 «Покрытие фигур»

Рассматриваются задачи, связанные с покрытием фигур

Практическая работа № 9 «Диаметр фигуры. Разбиение фигур на части меньшего диаметра»

Рассматриваются основные свойства диаметра и радиуса множества. Приводятся примеры.

Рассматриваются задачи, связанные с разбиением множеств на части меньшего диаметра.

Практическая работа № 10 «Простейшие парадоксы теории множеств»

Доказываются существование ограниченных множеств, равных собственной части, существование точечных множеств, которые можно разложить на части, равные исходному множеству.

Практическая работа № 11 «Теорема Рамсея и связанные с ней задачи».

Рассматриваются задачи на применение теоремы Рамсея.

стр. 12

5.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Собеседования на промежуточной аттестации (зачете):

Примерный перечень вопросов к зачету:

1. Предмет комбинаторной геометрии.
2. Принадлежность точек прямым и окружностям.
3. Целочисленные расстояния.
4. Целочисленные решетки и правильные многоугольники.
5. Соизмеримые углы.
6. Задачи о расположении точек и фигур.
7. Различные конфигурации точек на плоскости.
8. Выпуклые фигуры на плоскости. Основные определения.
9. Выпуклая оболочка, теорема Каратеодори.
10. Теорема об отделимости, опорная гиперплоскость.
11. Геометрия точечных множеств и выпуклость
12. Теорема Хелли о пересечении выпуклых фигур и ее приложения.
13. Покрывание фигур гомотетичными. Теорема Гохберга-Маркуса.
14. Диаметр и радиус множества и их основные свойства.
15. Проблема Борсука о разбиении фигур на части меньшего диаметра.
16. Теорема Болтянского.
17. Простейшие парадоксы теории множеств.
18. Теорема Рамсея и связанные с ней задачи.

5.3. Перечень видов оценочных средств

Работа на занятиях

Выполнение и отчет по практическим работам

Зачет

5.4. Процедура применения оценочных материалов

Промежуточная аттестация может проводиться с применением электронного обучения и (или) дистанционных образовательных технологий в соответствии с «Порядком проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения и /или дистанционных образовательных технологий».

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, контрольных и проверочных работ. Для активизации работы студентов в течение семестра и лучшего усвоения дисциплины предусмотрена балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов.

Балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов:

Максимальное количество (100 баллов) распределяется по следующей схеме:

- максимальное число баллов, набранных студентом в течение семестра, составляет – 80;
- максимальное число баллов за промежуточную аттестацию (зачете) – 20.

В течение семестра баллы распределяются следующим образом

1. Посещаемость лекций (до 9 баллов – по 1 баллу за каждую посещенную лекцию)
2. Выполнение и отчет по практическим работам (до 6 баллов за каждую);
3. Бонусы за работу на занятиях (до 5 баллов).

Критерии и показатели оценивания практических работ:

- осознанность (соответствие требуемым в программе умениям применять полученную информацию);
- ориентирование в основных, методах и алгоритмах решения задач.
- содержательность и четкость ответа;

Корреляция между стобалльной системой оценивания БРС и оценкой

0-40 баллов – не зачтено;

41-100 баллов – зачтено.

Зачет может быть выставлен по результатам текущего контроля, если студент в течение семестра набрал больше 65 баллов.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**6.1. Рекомендуемая литература****6.1.1. Основная литература**

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных)	Ссылка на электронное издание
Л1.1	Шклярский, Ченцов Н. Н., Яглом И. М.	Геометрические оценки и задачи из комбинаторной геометрии.– Москва : Наука, 1974. – 383 с. : ил. – (Библиотека математического кружка).	, 1974	https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=472740
Л1.2	Болтянский В. Г., Гохберг И. Ц.	Теоремы и задачи комбинаторной геометрии. – Москва : Наука, – (Математическая библиотечка).	, 1965.	https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=446137

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных)	Ссылка на электронное издание
Л2.1	Данцер Л., Грюнбаум Б., Кли В.	Теорема Хелли и ее применения	, 1968	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450365
Л2.2	Райгородский, А. М.	Системы общих представителей в комбинаторике и их приложения в геометрии. – Москва : МЦНМО, 2009. – 132	, 2017	https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63016

6.3. Информационные технологии**6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения**

1.	Операционная система ROSA Enterprise Linux Desktop № RL00450-1-110518-01. RL00450-1-110518-17 от 11 мая 2018 г.
2.	Операционная система Microsoft Windows XP Professional Russian. Лицензия № 16698685 от 08.08.2003 г.
3.	Операционная система Microsoft Windows Professional 7 Russian. Лицензия №48497058 от 13.05.2011 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.
4.	Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Russian. Контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.
5.	Программное обеспечение Microsoft Office Enterprise 2007 Russian. Лицензия №46138962 от 16.11.2009
6.	Программное обеспечение Microsoft Office 2013 Professional. Контракт № 405535 от 2 ноября 2015 года, контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г.
7.	Программа для распознавания текста ABBYY FineReader 9.0 Corporate Edition. Лицензионный сертификат - код позиции AF90-3U1V25-102, ABBYY FineReader 9.0 Corporate Edition Volume License Concurrent от 28 июля 2009 г.
8.	Электронный словарь ABBYY Lingvo X3 Европейская версия - Код позиции AL14-2U1V05-102, ABBYY Lingvo x3 Европейская версия. Именная лицензия Concurrent от 28 июля 2009 г.
9.	Комплексная система антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – стандартный Russian Edition. 500-999 Node 2 year Educational Renewal License. Лицензия № 13C8-190514-084943-783-1256 от 15.05.2019
10.	Файловый архиватор 7z. Свободно распространяемое ПО
11.	Браузеры Google Chrome, Mozilla, Opera. Свободно распространяемое ПО
12.	Текстовый редактор NotePad++. Свободно распространяемое ПО
13.	Инструмент для очистки и оптимизации операционных систем Microsoft Windows С Cleaner. Свободно распространяемое ПО
14.	Программа для записи видео и потокового вещания Open Broadcaster Software. Свободно распространяемое ПО

6.3.2 Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных

1.	Базы данных издательства Springer (https://link.springer.com)
2.	Полнотекстовый архив ведущих западных научных журналов на российской платформе Национального электронно-информационного консорциума (НЭИКОН) (http://neicon.ru)
3.	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных (http://webofscience.com)
5.	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (http://fgosvo.ru)

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
4-322	Учебная аудитория	комплект учебной мебели, компьютер Foxconn Intel(R) мультимедийный комплекс проектор Optoma	Лек, Пр, КСР, зачет
4-305	Помещение для самостоятельной работы	компьютерная техника, подключенная к сети Интернет, обеспечен доступ к электронно-образовательной среде Университета: комплект учебной мебели, персональные компьютеры (ноутбуки) с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду Университета, доска, компьютер стационарный (моноблок)	Ср

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Развитие геометрии после Римана привело к тому, что современная геометрия далеко ушла от "наивной" геометрии греческих математиков. В настоящее время "геометрическое видение" более необходимо для специалистов по математическому анализу или алгебре, чем для собственно геометра" (И.М. Яглом). В связи с этим, в последние десятилетия возникли некоторые новые направления геометрических исследований, весьма насыщенных геометрическим содержанием. Одним из таких направлений и является, так называемая, комбинаторная геометрия.

Важной чертой комбинаторной геометрии является ее удивительная наглядность и простота многих результатов, опирающихся на элементарные представления, доступные школьникам. При этом простота формулировок теорем и используемых средств не означает их тривиальности. Здесь элементарные задачи непосредственно переходят в трудные, часто даже нерешенные проблемы. Соединение элементарности и глубины является особенно привлекательным.

В курсе предусмотрено проведение лекционных занятий и выполнение лабораторных работ, что способствует лучшему и углубленному освоению теоретического материала.

Для успешного освоения содержания дисциплины необходимо посещать лекции, выполнять задания, предлагаемые преподавателем для самостоятельного изучения.

На лекционных занятиях необходимо конспектировать изучаемый материал. Для систематизации лекционного материала, который будет полезен при подготовке к итоговому контролю знаний, записывайте на каждой лекции тему, вопросы для изучения, рекомендуемую литературу. В каждом вопросе выделяйте главное, обязательно выделяйте ключевые моменты.

Перед следующей лекцией обязательно прочитайте предыдущую, чтобы актуализировать знания и осознанно приступить к освоению нового содержания.

Практические работы – это форма работы, где студенты максимально способствующая усвоению изучаемого материала. В процессе изучения темы анализируйте несколько источников. Полезным будет работа с электронными учебниками и учебными пособиями в Internet-библиотеках. Зарегистрируйтесь в них: университетская библиотека Онлайн (<http://www.biblioclub.ru/>), электронно-библиотечная система «Юрайт» (www.biblio-online.ru) и электронно-библиотечная система «Лань» (<http://e.lanbook.com/>).

Самостоятельная работа по дисциплине – неотъемлемая часть процесса профессиональной подготовки, позволяющая систематизировать теоретические знания, сформировать необходимые умения, овладеть основными навыками. При изучении дисциплины не все вопросы рассматриваются на лекциях, часть вопросов рекомендуется преподавателем для самостоятельного изучения.

При возникновении трудностей в процессе подготовки и выполнения лабораторных работ взаимодействуйте с преподавателем, консультируйтесь по самостоятельному изучению темы.