

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
"Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого"  
(ФГБОУ ВО "ТГПУ им. Л.Н. Толстого")

## Аналитическая теория чисел

### рабочая программа дисциплины (модуля)

ОПОП	<b>01.03.01 Математика</b> <b>направленность (профиль) Математика</b>
Квалификация	<b>Бакалавр</b>
Год начала подготовки	<b>2023</b>
Форма обучения	<b>очная</b>
Общая трудоемкость	<b>5 з.е.</b>

Виды контроля по семестрам:  
экзамен 7

Семестр(Курс.Номер семестра на курсе)	7(3.7)		Итого	
	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	18	18	18	18
Практические	34	34	34	34
Лабораторные	0	0	0	0
Итого ауд.	52	52	52	52
КСР	2	2	2	2
Контактная работа	54	54	54	54
Сам. работа	90	90	90	90
Часы на контроль	36	36	36	36
Практическая подготовка	0	0	0	0
Итого трудоемкость в часах	180	180	180	180

Программу составил(и):

*к.ф.-м.н., Добровольский Николай Николаевич*

Рабочая программа дисциплины

**Аналитическая теория чисел**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 № 8)

составлена на основании учебного плана:

01.03.01 Математика

направленность (профиль) Математика

утвержденного Учёным советом вуза от 27.10.2022 протокол № 13.

РПД утверждена Учёным советом университета  
протокол от 27.10.2022 г. № 13

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование у студентов систематизированных теоретических знаний в области аналитической теории чисел.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:	Б1.В
<b>2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
1.	Алгебра
2.	Математический анализ
3.	Теория чисел
<b>2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
1.	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

### 3. СООТНЕСЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

#### 3.1 Компетенции обучающегося и индикаторы их достижения:

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями в области математических и естественных наук знает теоретические основы математических методов, применяемых для решения задач аналитической теории чисел
ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности умеет применять базовые методы аналитической теории чисел при решении типовых задач
ОПК-1.3	Умеет проводить консультации по базовыми знаниями в области математических и естественных наук умеет проводить консультации по типовым задачам аналитической теории чисел
ОПК-1.4	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и естественных наук владеет методами, применяемыми для решения задач аналитической теории чисел
ОПК-3: Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики;	
ОПК-3.1	Имеет базовые знания в области математики и информатики знает теоретические основы математических и информатических методов, применяемых для решения типовых задач аналитической теории чисел
ОПК-3.2	Умеет применять базовые знания в области математики и информатики в педагогической деятельности умеет применять базовые знания в области информатики для построения докладов и презентаций обучающего характера
ОПК-3.3	Имеет навыки применения знания в области математики и информатики в педагогической деятельности владеет методами, применяемыми для описания решения типовых задач аналитической теории чисел в образовательных целях
ПК-1: способен понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий, способность использовать современные инструментальные и вычислительные средства	
ПК-1.1	Знать базовый современный математический аппарат, базовые фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий, стандартный функционал современных инструментальных и вычислительных средств знает теоретические основы математических методов и фундаментальных концепций, применяемых для решения типовых задач аналитической теории чисел
ПК-1.2	Уметь использовать при решении конкретных научно-исследовательских и прикладных задач математический, информатический аппарат умеет строить и исследовать математические модели; использовать стандартное программное обеспечение ПК, а также пакеты прикладных программ учебного назначения, необходимые для решения типовых задач аналитической теории чисел
ПК-1.3	Владеть навыками применения математического и информатического аппарата при решении научно-исследовательских и практических задач, в том числе с применением современных инструментальных и вычислительных средств

владеет математическими и информатическими методами, применяемыми для решения типовых задач аналитической теории чисел	
<b>3.2 Результаты обучения по дисциплине:</b> <b>В результате освоения дисциплины обучающийся должен:</b>	
	<b>Знать:</b>
3.1	знает теоретические основы математических методов, применяемых для решения задач аналитической теории чисел
3.2	знает теоретические основы математических и информатических методов, применяемых для решения типовых задач аналитической теории чисел
3.3	знает теоретические основы математических методов и фундаментальных концепций, применяемых для решения типовых задач аналитической теории чисел
	<b>Уметь:</b>
У.1	умеет применять базовые методы аналитической теории чисел при решении типовых задач
У.2	умеет проводить консультации по типовым задачам аналитической теории чисел
У.3	умеет строить и исследовать математические модели; использовать стандартное программное обеспечение ПК, а также пакеты прикладных программ учебного назначения, необходимые для решения типовых задач аналитической теории чисел
У.4	умеет применять базовые знания в области информатики для построения докладов и презентаций обучающего характера
	<b>Владеть:</b>
В.1	владеет методами, применяемыми для решения задач аналитической теории чисел
В.2	владеет методами, применяемыми для описания решения типовых задач аналитической теории чисел в образовательных целях
В.3	Владеть навыками применения математического и информатического аппарата при решении научно-исследовательских и практических задач, в том числе с применением современных инструментальных и вычислительных средств

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)					
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература	Содержание
1.1	Элементарные теорема о простых числах /Лк/	7/4	4	Л1, Л2	Делимость целых чисел. Простые числа. Теорема Евклида и Эйлера. Оценки Чебышева для функции $\pi(x)$
1.2	Элементарные теорема о простых числах /Пр/	7/4	8	Л1, Л2	Делимость целых чисел. Простые числа. Теорема Евклида и Эйлера. Оценки Чебышева для функции $\pi(x)$
1.3	Элементарные теорема о простых числах /Ср/	7/4	12	Л1, Л2	Делимость целых чисел. Простые числа. Теорема Евклида и Эйлера. Оценки Чебышева для функции $\pi(x)$
1.4	Асимптотический закон распределение простых чисел /Лк/	7/4	6	Л1, Л2	Дзета-функция Римана. Нули дзета-функции. Доказательство асимптотического закона распределения простых чисел.
1.5	Асимптотический закон распределение простых чисел /Пр/	7/4	12	Л1, Л2	Дзета-функция Римана. Нули дзета-функции. Доказательство асимптотического закона распределения простых чисел.
1.6	Асимптотический закон распределение простых чисел /Ср/	7/4	16	Л1, Л2	Дзета-функция Римана. Нули дзета-функции. Доказательство асимптотического закона распределения простых чисел.
1.7	Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии /Лк/	7/4	4	Л1, Л2	Простейшие частные случаи теоремы Дирихле. Доказательство бесконечности простых чисел в прогрессиях вида $4n + 1$ . Характеры. L-функции Дирихле. Доказательство теоремы Дирихле.

1.8	Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии /Пр/	7/4	8	Л1, Л2	Простейшие частные случаи теоремы Дирихле. Доказательство бесконечности простых чисел в прогрессиях вида $4n + 1$ . Характеры. L-функции Дирихле. Доказательство теоремы Дирихле.
1.9	Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии /Ср/	7/4	12	Л1, Л2	Простейшие частные случаи теоремы Дирихле. Доказательство бесконечности простых чисел в прогрессиях вида $4n + 1$ . Характеры. L-функции Дирихле. Доказательство теоремы Дирихле.
1.10	Алгебраические и трансцендентные числа. /Лк/	7/4	4	Л1, Л2	Алгебраические числа. Приближение действительного числа рациональными числами. Приближение алгебраического числа рациональными числами. Существование трансцендентных чисел. Трансцендентность числа $e$ . Трансцендентность числа $\pi$ .
1.11	Алгебраические и трансцендентные числа. /Пр/	7/4	8	Л1, Л2	Алгебраические числа. Приближение действительного числа рациональными числами. Приближение алгебраического числа рациональными числами. Существование трансцендентных чисел. Трансцендентность числа $e$ . Трансцендентность числа $\pi$ .
1.12	Алгебраические и трансцендентные числа. /Ср/	7/4	16	Л1, Л2	Алгебраические числа. Приближение действительного числа рациональными числами. Приближение алгебраического числа рациональными числами. Существование трансцендентных чисел. Трансцендентность числа $e$ .
1.13	Контрольная работа /ксп/	7/4	2	Л1, Л2	

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### 5.1. Типовые задания для проведения текущего контроля

Пусть  $a, b \in \mathbb{Z}$  ( $a, b$ ) = 1. Доказать по индукции, что уравнение  

$$ax + bx = 1$$
разрешимо в целых числах.

### 5.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

1. Делимость целых чисел.
2. Простые числа.
3. Теорема Евклида и Эйлера.
4. Оценки Чебышева для функции  $\pi(x)$
5. Дзета-функция Римана.
6. Нули дзета-функции.
7. Доказательство асимптотического закона распределения простых чисел.
8. Простейшие частные случаи теоремы Дирихле.
9. Доказательство бесконечности простых чисел в прогрессиях вида  $4n + 1$ .
10. Характеры.
11. L-функции Дирихле.
12. Доказательство теоремы Дирихле.
13. Алгебраические числа.
14. Приближение действительного числа рациональными числами.
15. Приближение алгебраического числа рациональными числами.
16. Существование трансцендентных чисел.
17. Трансцендентность числа  $e$ .
18. Трансцендентность числа  $\pi$ .

### 5.3. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа  
Индивидуальные задания  
Экзамен

### 5.4. Процедура применения оценочных материалов

Итоговая рейтинговая оценка по дисциплине «Аналитическая теория чисел» складывается из следующих составляющих:

- 1) За каждый укрупненный блок тем студент может максимально получить количество баллов, которые включают в себя: выполнение заданий для самостоятельной работы - до 2 баллов; устный ответ и (или) выполнение проверочной работы - до 3 баллов.
- 2) Обязательной формой текущей аттестации знаний является контрольная работа. Максимальная отметка на контрольной работе может составить 10 баллов.
- 3) Студентам, желающим повысить свой рейтинг, предлагаются задания повышенной сложности (индивидуальные задания), которые максимально могут быть оценены в 10 баллов.
- 4) На экзамене ответ студента может быть максимально оценен в 30 баллов. Из них 10 баллов могут быть получены на тестировании и 20 баллов за ответ по билету.

Оценка «отлично» выставляется, если студент в целом за семестр набрал от 81 до 100 баллов (при условии, что на экзамене набрано не менее 10 баллов).

Оценка «хорошо» выставляется, если студент в целом за семестр набрал от 61 до 80 баллов (при условии, что на экзамене набрано не менее 10 баллов).

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент в целом за семестр набрал от 41 до 60 баллов (при условии, что на экзамене набрано не менее 10 баллов).

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент в целом за семестр набрал менее 41 баллов или на экзамене набрано менее 10 баллов.

Промежуточная аттестация может проводиться с применением электронного обучения и (или) дистанционных образовательных технологий в соответствии с «Порядком проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения и /или дистанционных образовательных технологий».

Проведение экзамена с применением дистанционных образовательных технологий может проходить по следующим процедурам:

- в форме устного собеседования преподавателя со студентом по предложенным вопросам к экзамену (без предварительной подготовки к конкретному вопросу в период проведения экзамена),
- в виде решения обучающимся уникального кейс-задания,
- в виде защиты индивидуального учебного проекта;
- в виде решения обучающимися экзаменационных тестовых заданий (с ограничением по времени выполнения);
- в виде электронного портфолио обучающегося.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л1	А. И. Галочкин, Ю. В. Нестеренко, А. Б. Шидловский -	Введение в теорию чисел	М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1984	

6.1.2. Дополнительная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л2	Виноградов И. М.	Основы теории чисел	М.: Гос. изд.-во. тех.-теор. лит., 1952	

### 6.3. Информационные технологии

#### 6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

1.	Операционная система ROSA Enterprise Linux Desktop № RL00450-1-110518-01. RL00450-1-110518-17 от 11 мая 2018 г.
2.	Операционная система Microsoft Windows XP Professional Russian. Лицензия № 16698685 от 08.08.2003 г.
3.	Операционная система Microsoft Windows Professional 7 Russian. Лицензия №48497058 от 13.05.2011 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.
4.	Программное обеспечение Microsoft Office Enterprise 2007 Russian. Лицензия №46138962 от 16.11.2009
5.	Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Russian. Контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.
6.	Программное обеспечение Microsoft Office 2013 Professional. Контракт № 405535 от 2 ноября 2015 года, контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г.
7.	Программа для распознавания текста ABBYY FineReader 9.0 Corporate Edition. Лицензионный сертификат - код позиции AF90-3U1V25-102, ABBYY FineReader 9.0 Corporate Edition Volume License Concurrent от 28 июля 2009 г.
8.	Электронный словарь ABBYY Lingvo X3 Европейская версия - Код позиции AL14-2U1V05-102, ABBYY Lingvo x3 Европейская версия. Именная лицензия Concurrent от 28 июля 2009 г.
9.	Комплексная система антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – стандартный Russian Edition. 500-999 Node 2 year Educational Renewal License. Лицензия № 13C8-190514-084943-783-1256 от 15.05.2019
10.	Браузеры Google Chrome, Mozilla, Opera. Свободно распространяемое ПО
11.	Файловый архиватор 7z. Свободно распространяемое ПО
12.	Текстовый редактор NotePad++. Свободно распространяемое ПО
13.	Инструмент для очистки и оптимизации операционных систем Microsoft Windows C Cleaner. Свободно распространяемое ПО
14.	Программа для записи видео и потокового вещания Open Broadcaster Software. Свободно распространяемое ПО
15.	Пакет офисных приложений Apache OpenOffice 4.1.6. Свободно распространяемое ПО
16.	Программа просмотра файлов формата RPD Adobe Acrobat Reader DC. Свободно распространяемое ПО
17.	Среда выполнения Adobe Flash Player. Свободно распространяемое ПО
18.	ПО интерактивной доски Elite Panaboard. Свободно распространяемое ПО
19.	Файловый менеджер Far manager. Свободно распространяемое ПО
20.	Система Интернет-телефонии Skype. Свободно распространяемое ПО
21.	Система облачного хранилища Dropbox. Свободно распространяемое ПО
22.	Редактор диаграмм, схем, блок-схем, UML-схем Dia 0.97.2. Свободно распространяемое ПО
23.	Оболочка программирования Code: Blocks 17.12. Свободно распространяемое ПО
24.	Среда программирования и набор инструментов для программирования. MinGW 0.6.3 Свободно распространяемое ПО

#### 6.3.2 Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных

1.	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных ( <a href="http://webofscience.com">http://webofscience.com</a> )
2.	Портал «Информационно-коммуникационные технологии в образовании» ( <a href="http://www.ict.edu.ru">http://www.ict.edu.ru</a> )
3.	Компьютерная информационно-правовая система «Гарант»

### 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
4-320	Учебная	комплект учебной мебели, компьютер Intel (R) Atom (TM) мультимедийный комплекс проектор Mitsubishi	Лек, Пр, КСР, экзамен
4-305	Помещение для самостоятельной работы	компьютерная техника, подключенная к сети Интернет, обеспечен доступ к электронно-образовательной среде Университета: комплект учебной мебели, персональные компьютеры (ноутбуки) с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду Университета, доска, компьютер стационарный (моноблок)	Ср

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дисциплина «Аналитическая теория чисел» направлена на формирование у студентов готовности к успешному проведению фундаментальных исследований. Для этого даются начальные представления о таких понятиях как тригонометрические суммы, являющееся инструментом для получения фундаментальных математических знаний; равномерное распределения; квадратурные и интерполяционные формулы по теоретико-числовым сеткам. Студенты знакомятся с различными методами теоретико-числовых доказательств. В результате изучения дисциплины должно быть сформировано представление об основных задачах аналитической теории чисел.

Для успешного освоения дисциплины следует использовать пособия [1] списка основной литературы и пособие [1] списка дополнительной литературы, в которых дается необходимая теория, приводятся методы решения типовых задач. Для более глубокого изучения материала используется другая литература из приведенного списка.