

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
"Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого"  
(ФГБОУ ВО "ТГПУ им. Л.Н. Толстого")

## Алгебра

### рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	<b>алгебры, математического анализа и геометрии</b>
ОПОП	<b>01.03.01 Математика направленность (профиль) Математика</b>
Квалификация	<b>Бакалавр</b>
Год начала подготовки	<b>2023</b>
Форма обучения	<b>очная</b>
Общая трудоемкость	<b>14 з.е.</b>

Виды контроля по семестрам:  
Экзамен 1, 2, зачет 3.

Семестр (Курс.Номер семестра на курсе)	1(1.1)		2(1.2)		3(2.1)		Итого	
	УП	РПД	УП	РПД	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	34	34	34	34	34	34	102	102
Практические	34	34	34	34	34	34	102	102
Итого ауд.	68	68	68	68	68	68	204	204
КСР	4	4	4	4	4	4	12	12
Контактная работа	72	72	72	72	72	72	216	216
Сам. работа	72	72	72	72	72	72	216	216
Часы на контроль	36	36	36	36	0	0	72	72
Практическая подготовка	0	0	0	0	0	0	0	0
Семинары	0	0	0	0	0	0	0	0
Консультации	0	0	0	0	0	0	0	0
Итого трудоемкость в часах	180	180	180	180	144	144	504	504

Программу составил(и):

*Ст. преподаватель, Родионов Александр Валерьевич*

Рабочая программа дисциплины

**Алгебра**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки **01.03.01 Математика** (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 8)

составлена на основании учебного плана:

**01.03.01 Математика**

**направленность (профиль) Математика**

утвержденного Учёным советом вуза от 27.10.2022 протокол № 13.

РПД утверждена Учёным советом университета  
от 27.10.2022 протокол № 13.

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Достижение планируемых результатов обучения, соотнесенных с общими целями и задачами ОПОП, является целью освоения дисциплины.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
1.	Дисциплина «Безопасность жизнедеятельности» относится к дисциплинам базовой части образовательной программы.
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
1.	Многомерная геометрия
2.	Численные методы
3.	Теория чисел
4.	Введение в искусственный интеллект
5.	Компьютерная алгебра

### 3. СООТНЕСЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

#### 3.1 Компетенции обучающегося и индикаторы их достижения:

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями в области математических и естественных наук
ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности
ОПК-1.3	Умеет проводить консультации по базовым знаниям в области математических и естественных наук
ОПК-1.4	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и естественных наук

ОПК-3: Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики

ОПК-3.1	Имеет базовые знания в области математики и информатики
ОПК-3.2	Умеет применять базовые знания в области математики и информатики в педагогической деятельности
ОПК-3.3	Имеет навыки применения знания в области математики и информатики в педагогической деятельности

ПК-1: Способен понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий, способность использовать современные инструментальные и вычислительные

ПК-1.1	Знать базовый современный математический аппарат, базовые фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий, стандартный функционал современных инструментальных и вычислительных средств
ПК-1.2	Уметь использовать при решении конкретных научно-исследовательских и прикладных задач математический, информатический аппарат
ПК-1.3	Владеть навыками применения математического и информатического аппарата при решении научно-исследовательских и практических задач, в том числе с применением современных инструментальных и вычислительных средств

#### 3.2 Результаты обучения по дисциплине:

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен:**

	<b>Знать:</b>
3.1	понятийно-терминологический аппарат в области безопасности, основы системного подхода к анализу и обеспечению безопасности, их свойства и характеристики, характер воздействия вредных и опасных факторов на человека и природную среду, методы защиты от них применительно к сфере своей профессиональной деятельности
	<b>Уметь:</b>
У.1	идентифицировать основные опасности среды обитания человека, оценивать риск их реализации, выбирать методы защиты от опасностей применительно к сфере своей профессиональной деятельности и способы обеспечения комфортных условий жизнедеятельности
	<b>Владеть:</b>

В.1	навыки работы с законодательными и правовыми актами в области безопасности и охраны окружающей среды, применения требований к безопасности технических регламентов в сфере профессиональной деятельности, использования способов и технологий защиты в чрезвычайных ситуациях, рационализации профессиональной деятельности с целью обеспечения безопасности и защиты окружающей среды
-----	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература	Содержание
	<b>Системы линейных уравнений</b>				
1.1	Системы линейных уравнений /лк/	1	2	Л1.1Л2.1	Системы линейных уравнений. Прямоугольные матрицы. Приведение матриц и систем линейных уравнений к ступенчатому виду. Метод Гаусса. Решение задач на действия с матрицами. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Линейная зависимость строк (столбцов). Основная лемма о линейной зависимости, база и ранг системы строк (столбцов). Ранг матрицы. Критерий совместности и определенности системы линейных уравнений в терминах рангов матриц. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Решение задач на линейную зависимость векторов. Нахождение ранга матриц. Нахождение фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений.
1.2	Системы линейных уравнений /пр/	1	2	Л1.2Л2.1	
1.3	Прямоугольные матрицы. Приведение матриц и систем линейных уравнений к ступенчатому виду. Метод Гаусса /лк/	1	2	Л1.2Л2.1	
1.4	Прямоугольные матрицы. Приведение матриц и систем линейных уравнений к ступенчатому виду. Метод Гаусса /пр/	1	2	Л1.1Л2.1	
1.5	Линейная зависимость строк (столбцов). Основная лемма о линейной зависимости /лк/	1	2	Л1.2Л2.1	
1.6	Линейная зависимость строк (столбцов). Основная лемма о линейной зависимости /пр/	1	2	Л1.2Л2.1	
1.7	Ранг системы строк (столбцов). Ранг матрицы. /лк/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1	
1.8	Ранг системы строк (столбцов). Ранг матрицы. /пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1	
1.9	Критерий совместности и определенности системы линейных уравнений в терминах рангов матриц. /лк/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1	
1.10	Критерий совместности и определенности системы линейных уравнений. /пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1	
1.11	Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. /лк/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1	
1.12	Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. /пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1	
1.13	Внеаудиторная самостоятельная работа. /ср/	1	24	Л1.1 Л1.2Л2.1	
	<b>Матрицы и определители</b>				
2.1	Группа подстановок конечного множества /лк/	1	2	Л1.1Л2.1	Группа подстановок конечного множества, знак подстановки (четность), знакпеременна.

2.2	Группа подстановок конечного множества /пр/	1	2	Л1.2Л2.1	Решение задач на перестановки, нахождение количества инверсий, знака перестановки. Определитель квадратной матрицы, его основные свойства. Критерий равенства определителя нулю. Формула разложения определителя матрицы по строке (столбцу). Теорема Крамера о системах линейных уравнений с квадратной матрицей. Теорема о ранге матрицы. Решение задач по темам раздела. Вычисление определителей матриц. Операции над матрицами и их свойства. Теорема о ранге произведения двух матриц. Определитель произведения квадратных матриц. Обратная матрица, ее явный вид (формула). Решение задач по темам раздела. Вычисление обратных матриц.
2.3	Определитель квадратной матрицы, его основные свойства. /лк/	1	2	Л1.1Л2.1	
2.4	Определитель квадратной матрицы, его основные свойства. /пр/	1	2	Л1.2Л2.1	
2.5	Формула разложения определителя матрицы по строке (столбцу). Теорема Крамера. /лк/	1	2	Л1.1Л2.1	
2.6	Формула разложения определителя матрицы по строке (столбцу). Теорема Крамера /пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1	
2.7	Операции над матрицами и их свойства. Теорема о ранге произведения двух матриц. /лк/	1	2	Л1.1Л2.1	
2.8	Операции над матрицами и их свойства. Теорема о ранге произведения двух матриц. /пр/	1	2	Л1.2Л2.1	
2.9	Определитель произведения квадратных матриц. Обратная матрица, ее явный вид. /лк/	1	2	Л1.1Л2.1	
2.10	Определитель произведения квадратных матриц. Обратная матрица, ее явный вид. /пр/	1	2	Л1.1Л2.1	
2.11	Внеаудиторная самостоятельная работа. /ср/	1	24	Л1.1 Л1.2Л2.1	
	<b>Линейные пространства и линейные операторы</b>				
3.1	Понятие линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства. /лк/	1	4	Л1.1Л2.1	Понятие линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства. Изоморфизм n-мерных линейных пространств. Подпространства линейного пространства. Разложение пространства в прямую сумму. Преобразование координат при изменении базиса. Евклидово пространство. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенство Коши – Буняковского. Ортогональный базис. Расстояние от точки до полупространства. Линейные преобразования. Матрица линейного преобразования. Действия над линейными преобразованиями. Ядро и образ линейного преобразования. Собственные значения и собственные векторы.
3.2	Понятие линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства. /пр/	1	4	Л1.2Л2.1	
3.3	Евклидово пространство. /лк/	1	2	Л1.1Л2.1	
3.4	Евклидово пространство. /пр/	1	2	Л1.2Л2.1	
3.5	Линейные преобразования. Матрица линейного преобразования. /лк/	1	2	Л1.2Л2.1	
3.6	Линейные преобразования. Матрица линейного преобразования. /пр/	1	2	Л1.1Л2.1	
3.7	Ядро и образ линейного преобразования. Собственные значения и собственные векторы. /лк/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1	
3.8	Ядро и образ линейного преобразования. Собственные значения и собственные векторы. /пр/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1	

3.9	Внеаудиторная самостоятельная работа. /ср/	1	24	Л1.1 Л1.2Л2.1	
3.10	Линейная алгебра /КСР/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1	
	<b>Элементы теории множеств</b>				
4.1	Множества. Метод математической индукции /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	Операции над множествами, их свойства. Метод математической индукции. Бинарные отношения на множестве, их свойства. Операции над бинарными отношениями. Отношение эквивалентности. Построение разбиения множества по эквивалентности. Определение, примеры и виды отображений (соответствий, функций). Композиция отображений, её свойства.
4.2	Множества. Метод математической индукции /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	Обратное отображение. Критерий обратимости отображения.
4.3	Отношения на множестве /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
4.4	Отношения на множестве /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
4.5	Отображения /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
4.6	Отображения /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
4.7	Элементы теории множеств /Ср/	2	24	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
	<b>Основные алгебраические структуры</b>				
5.1	Бинарная алгебраическая операция /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	Бинарная алгебраическая операция и её свойства. Нейтральные и симметричные элементы, их свойства. Определение, примеры и простейшие свойства групп. Группы подстановок и классов вычетов. Подгруппы. Смежные классы и теорема Лагранжа. Изоморфизмы и гомоморфизмы групп.
5.2	Бинарная алгебраическая операция /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	Определение, примеры и простейшие свойства колец.
5.3	Группы /Лек/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	Подкольца и идеалы кольца. Поле как частный случай кольца: примеры и простейшие свойства.
5.4	Группы /Пр/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
5.5	Кольца /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
5.6	Кольца /Пр/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	

5.7	Поле /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
5.8	Поле /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
5.9	Основные алгебраические структуры /Ср/	2	28	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
5.10	Основные алгебраические структуры /КСР/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
	<b>Комплексные числа</b>				
6.1	Поле комплексных чисел /Лек/	2	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Свойства операции комплексного сопряжения. Геометрическое представление комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел.
6.2	Поле комплексных чисел /Пр/	2	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
6.3	Поле комплексных чисел /Ср/	2	20	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
6.4	Поле комплексных чисел /КСР/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
	<b>Теория многочленов</b>				
7.1	Кольцо многочленов от одной переменной. Корень многочлена /Лек/	3	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	Кольцо многочленов от одной неизвестной. Степень многочлена и ее свойства. Многочлены над полем: деление с остатком, НОД многочленов, разложение многочлена на неприводимые множители. Теорема Безу. Схема Горнера. Многочлены над областью целостности: количество корней, функциональное и алгебраическое равенство многочленов. Формальная производная многочлена и кратные корни. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена над полем комплексных чисел на неприводимые множители. Теорема Виета. Решение уравнений 3-й и 4-й степени. Неприводимые многочлены над полем действительных чисел. Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел. Алгебраические расширения полей. Избавление от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.
7.2	Кольцо многочленов от одной переменной. Корень многочлена /Пр/	3	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
7.3	Кольцо многочленов над полем комплексных чисел /Лек/	3	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
7.4	Кольцо многочленов над полем комплексных чисел /Пр/	3	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
7.5	Кольцо многочленов над полем действительных чисел /Лек/	3	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
7.6	Кольцо многочленов над полем действительных чисел /Пр/	3	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
7.7	Кольцо многочленов над полем рациональных чисел /Лек/	3	10	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
7.8	Кольцо многочленов над полем рациональных чисел /Пр/	3	10	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
7.9.	Теория многочленов /Ср/	3	72	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	
7.10	Теория многочленов /КСР/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5	

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### 5.1. Типовые задания для проведения текущего контроля

#### Варианты контрольной работы по дисциплине

#### «Алгебра: Линейная алгебра»

1. Даны матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 5 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу  $C=B \cdot A$  и выяснить, являются ли строки матрицы  $C$  линейно зависимыми.

2. Методом обратной матрицы решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Методом Гаусса решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 - x_4 = 8, \\ 2x_1 + 5x_2 - 11x_3 - 4x_4 = 9, \\ -x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 13, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 21. \end{cases}$$

Найти одно из ее базисных решений.

4. Найти частное решение неоднородной системы и фундаментальную систему решений ассоциированной однородной системы

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2; \\ 2x_1 + 6x_2 + 5x_3 + ax_4 = 4; \\ 3x_1 + 9x_2 + bx_3 + x_4 = 6. \end{cases}$$

5. Найти базис системы векторов  $\vec{a}_1 = (1, 3, 2, 2)$ ,  $\vec{a}_2 = (2, 5, 3, 2)$ ,  
 $\vec{a}_3 = (0, 1, 1, 2)$ ,  $\vec{a}_4 = (2, a, 1, b)$  и выразить остальные векторы через базис.

6. Найти обратную к матрице  $A$  и проверить результат, умножив  $A$  на  $A^{-1}$ :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & a \\ 1 & 1 & b \\ -3 & -5 & 1+2a-b \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & a & 4 & 6 \\ 4 & 2 & b & 4 \end{vmatrix}.$$



### ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Докажите, что в группе любая подгруппа индекса два является нормальной.
2. Докажите, что все циклические группы одного и того же порядка изоморфны.
3. Докажите, что если группа  $G$  – абелева, то всякая фактор-группа  $G/H$  сама является абелевой.
4. Докажите, что множество  $Z \times Z$  со следующими операциями является коммутативным кольцом с единицей:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2), \\ & (a_1, b_1) \cdot (a_2, b_2) = (a_1 \cdot a_2, b_1 \cdot b_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & (a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2), \\ & (a_1, b_1) \cdot (a_2, b_2) = (a_1 a_2 + b_1 b_2, a_1 b_2 + a_2 b_1). \end{aligned}$$

Покажите, что множество чисел вида  $a + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{4}$  с рациональными  $a, b, c$  образует поле.

5. Докажите, что пересечение левых идеалов кольца есть левый идеал кольца.
6. Покажите, что поле не имеет идеалов, отличных от нулевого и единичного.
7. Докажите, что наименьшее подполе любого поля характеристики нуль изоморфно полю рациональных чисел.
8. Пусть  $Z$  – кольцо целых чисел. Докажите, что совокупность чисел вида  $4m + 6n + 10k$ , где  $m, n, k \in Z$ , образует идеал в кольце целых чисел. Найдите порождающий элемент этого идеала.

9. Найдите  $x, y, z, t$  считая их вещественными

$$\text{a)} \quad (1 - 3i)x + (5 + i)y = 4 - 3i,$$

$$\text{b)} \quad 2x + 5xi - 3yi - 7y = 7 + 2i,$$

$$\text{c)} \quad \frac{5x + yi - 3xi + 3y}{2 + i} = 3.$$

$$\text{d)} \quad \begin{cases} (2 - i)x + (2 + i)y - (1 - i)z + (2 + 3i)t = 1 - 2i, \\ (3 + i)x - (1 + 2i)y - (2 + 3i)z + (1 - i)t = 3i. \end{cases}$$

10. Вычислите

$$\text{a)} \quad i^{132}, \quad \text{b)} \quad i^{141}, \quad \text{c)} \quad i^{150}, \quad \text{d)} \quad i^{207}$$

11. Найдите на плоскости точки, изображающие комплексные числа

$$\text{a)} \quad 1 - i, \quad \text{b)} \quad -2 + 3i, \quad \text{c)} \quad -\frac{1}{2} - \frac{3}{4}i, \quad \text{d)} \quad \frac{3}{5} + \frac{1}{2}i$$

12. Решите уравнения:

$$\text{a)} \quad |z| - z = 1 - 3i, \quad \text{b)} \quad |(2 - i)z| + 3(1 + i)z = 2i.$$

13. Представьте в тригонометрической форме:

$$\text{a)} \quad -1 + i, \quad \text{b)} \quad -1 - i, \quad \text{c)} \quad 1 + i, \quad \text{d)} \quad 2 + i + \sqrt{3}, \quad \text{e)} \quad \sqrt{3} - i.$$

14. Найдите геометрическое место точек  $Z$ , для которых:

$$\text{a)} \quad |z - 2 - i| < 3, \quad \text{b)} \quad |z - 2 - i| \leq 3, \quad \text{c)} \quad |z + 2i| > 1.$$

15. Вычислите:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sqrt{-15 + 8i}, \quad \text{b)} \quad \sqrt{-3 - 4i}, \quad \text{c)} \quad \sqrt{-8 + 6i}. \\ \text{d)} \quad & \sqrt{8 - 15i}, \quad \text{e)} \quad \sqrt{3 + 4i}, \quad \text{f)} \quad \sqrt{6 - 8i} \end{aligned}$$

16. Вычислите:

$$\text{a)} \quad \sqrt[4]{\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}}, \quad \text{b)} \quad \sqrt[6]{\frac{1-i}{1+i\sqrt{3}}}.$$

17. Найти значения простого числа  $p$ , если известно, что  $p + 4$  и  $p + 34$  тоже простые числа.

18. Доказать, что числа вида  $a + b\sqrt{3}$ , где  $a, b \in Q$ , образуют поле.

19. Найти натуральные числа  $a$  и  $b$ , если  $(a, b) = 24$ ,  $[a, b] = 2496$ .

20. Делимое 95, остаток 9. Найдите делитель  $b$  и частное  $q$ .

21. Доказать, что  $5n^2 - 8n + 5 \geq 0$  при всех целых  $n$ .

22. Пусть  $Z$  – кольцо целых чисел. Докажите, что совокупность чисел вида  $4m + 6n + 10k$ , где  $m, n, k \in Z$ , образует идеал в кольце целых чисел. Найдите порождающий элемент этого идеала.

## Типовые задания для контрольной работы

1. Разложите многочлен  $f = 2x^4 - 5x^2 + 3x + 2$  по степеням  $x - 2$ .
2. Найдите НОД( $f, g$ ) и его линейное представление:  
$$f = x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 8x + 4, \quad g = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$
3. Постройте многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий двойной корень 2 и простой корень  $1 - 2i$ .
4. Найдите рациональные корни многочлена  $4x^4 + 8x^3 - 19x^2 - 23x + 30$ .
5. Решите уравнение  $(x - 3)(x - 2)(x + 1)(x + 2) = 32$ .
6. Решите уравнение  $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$ .
7. Решите уравнение  $(x^2 - 3x + 1)^2 + 3(x - 2)^2 = 4(x^2 - 3x + 1)(x - 2)$ .

### 5.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

1 семестр.

Примерные вопросы к экзамену:

1. Матрицы и операции над ними (свойства операций, примеры). Кольцо матриц.
  2. Знак подстановки. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей второго и третьего порядка.
  3. Основные свойства определителей.
  4. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
  5. Обратная матрица, способы её вычисления.
  6. Системы линейных уравнений. Совместные и несовместные, определенные и неопределенные системы линейных уравнений.
  7. Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными в матричной форме. Правило Крамера.
- Конечномерные векторные пространства
8. Примеры и простейшие свойства векторных пространств. Арифметические векторные пространства.
  9. Линейная зависимость системы векторов.
  10. Базис и ранг конечной системы векторов. Разложение вектора по базису. Базис и размерность конечномерного векторного пространства.
  11. Ранг матрицы. Способы его вычисления.
  12. Критерий совместности системы линейных уравнений.
  13. Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.
  14. Однородная система линейных уравнений. Связь решений неоднородной и ассоциированной с ней однородной системы.
  15. Подпространства, критерий подпространства, примеры.
  16. Подпространство фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений.
  17. Евклидово векторное пространство. Норма вектора. Угол между векторами. Ортонормированный базис.
- Линейные отображения и линейные операторы
18. Линейные отображения и линейные операторы векторных пространств, примеры, простейшие свойства. Ядро и образ линейного отображения.
  19. Матрица линейного оператора относительно данного базиса, ее изменение при переходе к другому базису.
  20. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение.

2 семестр.

Примерные вопросы к экзамену:

Системы линейных уравнений и матрицы

1. Операции над множествами, их свойства.
2. Метод математической индукции.
3. Бинарные отношения на множестве, их свойства. Операции над бинарными отношениями.
4. Отношение эквивалентности. Построение разбиения множества по эквивалентности.
5. Определение, примеры и виды отображений (соответствий, функций). Композиция отображений, её свойства.
6. Обратное отображение. Критерий обратимости отображения.
7. Бинарная алгебраическая операция и её свойства. Нейтральные и симметричные элементы, их свойства.
8. Определение, примеры и простейшие свойства групп. Группы подстановок и классов вычетов.
9. Подгруппы. Смежные классы и теорема Лагранжа.
10. Изоморфизмы и гомоморфизмы групп.
11. Определение, примеры и простейшие свойства колец.
12. Подкольца и идеалы кольца.
13. Поле как частный случай кольца: примеры и простейшие свойства.
14. Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Свойства операции комплексного сопряжения.
15. Геометрическое представление комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа.
16. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра.
17. Извлечение корней из комплексных чисел.

3 семестр.

Примерные вопросы к зачету:

Теория делимости

1. Отношение делимости на цело на множестве целых чисел и его простейшие свойства. Теорема о делении с остатком.
  2. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа.
  3. Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел.
  4. Основная теорема арифметики и следствия из неё.
  5. Отношение сравнимости по натуральному модулю на множестве целых чисел и его свойства. Множество классов вычетов  $Z_m$ .
- Теория многочленов
6. Кольцо многочленов от одной неизвестной. Степень многочлена и ее свойства.
  7. Многочлены над полем: деление с остатком, НОД многочленов, разложение многочлена на неприводимые множители.
  8. Теорема Безу. Схема Горнера. Многочлены над областью целостности: количество корней, функциональное и алгебраическое равенство многочленов.
  9. Формальная производная многочлена и кратные корни.
  10. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена над полем комплексных чисел на неприводимые множители.
  11. Теорема Виета.
  12. Решение уравнений 3-й и 4-й степени.
  13. Неприводимые многочлены над полем действительных чисел.
  14. Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами.
  15. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел.
  16. Алгебраические расширения полей. Избавление от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.
  17. Алгебраические и трансцендентные числа.
  18. Построение кольца многочленов от нескольких переменных.
  19. Симметрические многочлены.
  20. Применение симметрических многочленов к решению систем уравнений.

### 5.3. Перечень видов оценочных средств

Устный опрос, письменные работы, зачет, экзамен.

### 5.4. Процедура применения оценочных материалов

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения учебных целей по дисциплине и проводится в форме экзамена.

При проведении экзамена экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый. В процессе сдачи экзамена экзаменатору предоставляется право задавать студентам дополнительные вопросы и задания по рабочей учебной программе дисциплины.

Во время проведения экзамена студент имеет право с разрешения экзаменатора пользоваться учебными программами, справочниками, таблицами и другой литературой.

Время подготовки ответа должно составлять не более 40 минут, а время ответа студента – не более 20 минут.

Студент, испытавший затруднения при подготовке к ответу по выбранному билету, имеет право на второй билет с соответствующим продлением времени на подготовку.

При окончательной оценке ответа оценка снижается на 10 баллов.

Выдача третьего билета не разрешается.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
--	---------------------	----------	-------------------------------------------------------------------	----------------------------------

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л1.1	Устьян А. Е., Безверхний В.Н., Добрынина И. В., Безверхняя Н. Б., Гринблат В. А.	Алгебра: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению 01.03.01 математика	Тула: ТГПУ. Л. Н. Толстого, 2016 (5 шт.)	
Л1.2	М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев	Алгебра: Учебник для студентов вузов	Гелиос, 2003 (12 шт.)	
Л1.3	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник для студентов университетов. Ч.2: Линейная алгебра	М: Физматлит, 2009	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63144">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63144</a>
Л1.4	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник для студентов высших учебных заведений. Ч.1: Основы алгебры	М: Физматлит, 2009	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=62951">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=62951</a>
Л1.5	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник	Москва: МЦНМО, 2009	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63140">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63140</a>
Л1.6	Винберг Э. Б.	Курс алгебры: учебник	М.: МЦНМО, 2013 (5 шт.)	

### 6.3. Информационные технологии

#### 6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

1.	Браузеры Google Chrome, Mozilla, Opera. Свободно распространяемое ПО
2.	Программное обеспечение Microsoft Office 2013 Professional. Контракт № 405535 от 2 ноября 2015 года, контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г.
3.	Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Russian. Контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г., договор № ПР/16/6 от 05 апреля 2016 г.

#### 6.3.2 Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных

### 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
4-322	Учебная аудитория	Учебная аудитория для проведения учебных занятий, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: комплект учебной мебели, компьютер Foxconn Intel(R) мультимедийный комплекс проектор Optoma	Лек, Пр, Зачет, экзамен
4-305	Помещение для самостоятельной работы обучающихся	Помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой, подключенной к сети Интернет, обеспечен доступ к электронно-образовательной среде Университета: комплект учебной мебели, персональные компьютеры (ноутбуки) с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду Университета, доска, компьютер стационарный (моноблок)	Ср

### 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практические навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний. Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.