

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого"
(ФГБОУ ВО "ТГПУ им. Л.Н. Толстого")

Комплексный анализ

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	кафедра алгебры, математического анализа и геометрии
ОПОП	Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки направленность (профиль) Математические основы компьютерных наук
Квалификация	Бакалавр
Год начала подготовки	2022
Форма обучения	очная
Общая трудоемкость	4 з.е.

Виды контроля по семестрам:
экзамен 6

Семестр(Курс.Номер семестра на курсе)	6(3.2)		Итого	
	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	18	18	18	18
Практические	26	26	26	26
Лабораторные	8	8	8	8
Итого ауд.	52	52	52	52
КСР	2	2	2	2
Контактная работа	54	54	54	54
Сам. работа	54	54	54	54
Часы на контроль	36	36	36	36
Практическая подготовка	0	0	0	0
Семинары	0	0	0	0
Консультации	0	0	0	0
Итого трудоемкость в часах	144	144	144	144

Программу составил(и):

д.ф.-м.н., профессор, Денисов И.В.

Рабочая программа дисциплины

Комплексный анализ

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (приказ Минобрнауки России от 23.08.2017 г. № 807)

составлена на основании учебного плана:

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки
направленность (профиль) Математические основы компьютерных наук
утвержденного Учёным советом вуза от 28.02.2022 протокол № 3.

РПД утверждена Учёным советом университета
протокол от 30.5.2019 г. № 6

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Ознакомить с основными понятиями и методами теории функций комплексного переменного

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
1.	Функции нескольких переменных и функциональный анализ
2.	Дифференциальные и разностные уравнения
3.	Интегральное исчисление
4.	Дифференциальное исчисление
5.	Дифференциальная геометрия и топология
6.	Теория чисел и элементы криптографии
7.	Численные методы
8.	Дифференциальные и разностные уравнения
9.	технологическая (проектно-технологическая) практика
10.	Функциональный анализ
11.	Математический анализ
12.	Педагогика и психология
13.	Теория вероятностей и математическая статистика
14.	Дискретная математика и ее приложения в компьютерных науках
15.	Математическая логика и ее приложение в компьютерных науках
16.	Аналитическая геометрия
17.	Линейная алгебра
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
1.	Методы вычислений
2.	Вариационное исчисление и методы оптимизации
3.	Математическое моделирование

3. СООТНЕСЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

3.1 Компетенции обучающегося и индикаторы их достижения:

ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями в области математических и естественных наук: математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики
	Знает основные понятия и методы теории функций комплексного переменного
ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности
	Умеет решать типовые задачи теории функций комплексного переменного
ОПК-1.4	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и естественных наук
	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических наук

3.2 Результаты обучения по дисциплине:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

	Знать:
3.1	основные понятия и методы теории функций комплексного переменного
	Уметь:
У.1	решать типовые задачи теории функций комплексного переменного

	Владеть:
В.1	практическое использование математического аппарата для решения стандартных задач теории функций комплексного переменного

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература	Содержание
	Дифференцируемость				
1.1	Плоскость комплексных чисел /Лек/	6	1	Л1.1Л2.1	Тема 1. Плоскость комплексных чисел. Комплексные числа и действия над ними. Бесконечность и стереографическая проекция.
1.2	Плоскость комплексных чисел /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 1. Плоскость комплексных чисел. Комплексные числа и действия над ними. Бесконечность и стереографическая проекция.
1.3	Числовые последовательности и ряды /Лек/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 2. Числовые последовательности и ряды. Числовые последовательности и ряды комплексных чисел.
1.4	Числовые последовательности и ряды /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 2. Числовые последовательности и ряды. Числовые последовательности и ряды комплексных чисел.
1.5	Функции комплексного переменного /Лек/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 3. Функции комплексного переменного. Определение функции комплексного переменного. Действительная и мнимая части функции комплексного переменного. Предел, непрерывность, равномерная непрерывность.
1.6	Функции комплексного переменного /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 3. Функции комплексного переменного. Определение функции комплексного переменного. Действительная и мнимая части функции комплексного переменного. Предел, непрерывность, равномерная непрерывность.
1.7	Функциональные последовательности и ряды /Лек/	6	1	Л1.1Л2.1	Тема 4. Функциональные последовательности и ряды. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Степенные ряды в комплексной области. Круг и радиус сходимости.
1.8	Функциональные последовательности и ряды /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 4. Функциональные последовательности и ряды. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Степенные ряды в комплексной области. Круг и радиус сходимости.
1.9	Дифференцируемость и аналитичность /Лек/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 5. Дифференцируемость. Линейная функция. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения. Тема 6. Аналитические функции. Определение аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда. Действительная и мнимая части аналитической функции, их связь с гармоническими функциями.

1.10	Дифференцируемость и аналитичность /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	<p>Тема 5. Дифференцируемость. Линейная функция. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.</p> <p>Тема 6. Аналитические функции. Определение аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда. Действительная и мнимая части аналитической функции, их связь с гармоническими функциями.</p>
1.11	Дифференцируемость /Ср /	6	16	Л1.1Л2.1	<p>Тема 1. Плоскость комплексных чисел. Комплексные числа и действия над ними. Бесконечность и стереографическая проекция.</p> <p>Тема 2. Числовые последовательности и ряды. Числовые последовательности и ряды комплексных чисел.</p> <p>Тема 3. Функции комплексного переменного. Определение функции комплексного переменного. Действительная и мнимая части функции комплексного переменного. Предел, непрерывность, равномерная непрерывность.</p> <p>Тема 4. Функциональные последовательности и ряды. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Степенные ряды в комплексной области. Круг и радиус сходимости.</p> <p>Тема 5. Дифференцируемость. Линейная функция. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.</p> <p>Тема 6. Аналитические функции. Определение аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда. Действительная и мнимая части аналитической функции, их связь с гармоническими функциями.</p>
	Элементарные функции				
2.1	Дробно-линейная функция /Лек/	6	1	Л1.1Л2.1	Тема 7. Дробно-линейная функция. Определение и геометрия дробно-линейной функции.
2.2	Дробно-линейная функция /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 7. Дробно-линейная функция. Определение и геометрия дробно-линейной функции.
2.3	Степенная функция /Лек/	6	1	Л1.1Л2.1	Тема 8. Степенная функция. Степенная функция и радикал. Понятие римановой поверхности.
2.4	Степенная функция /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 8. Степенная функция. Степенная функция и радикал. Понятие римановой поверхности.
2.5	Трансцендентные функции /Лек/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 9. Трансцендентные функции. Показательная и логарифмическая функции. Формула Эйлера. Степень с произвольным показателем. Тригонометрические функции и им обратные.
2.6	Трансцендентные функции /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 9. Трансцендентные функции. Показательная и логарифмическая функции. Формула Эйлера. Степень с произвольным показателем. Тригонометрические функции и им обратные.

2.7	Элементарные функции /Ср/	6	11	Л1.1Л2.1	<p>Тема 7. Дробно-линейная функция. Определение и геометрия дробно-линейной функции.</p> <p>Тема 8. Степенная функция. Степенная функция и радикал. Понятие римановой поверхности.</p> <p>Тема 9. Трансцендентные функции. Показательная и логарифмическая функции. Формула Эйлера. Степень с произвольным показателем. Тригонометрические функции и им обратные.</p>
2.8	КРС /КСР/	6	2		КРС
2.9	/Лаб/	6	8		
	Интеграл				
3.1	Интеграл функции комплексного переменного /Лек/	6	1	Л1.1Л2.1	<p>Тема 10. Интеграл. Интеграл от функции комплексного переменного и его вычисление. Теорема Коши для односвязных и многосвязных областей. Интеграл и первообразная. Интегральное определение логарифмической функции. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем и принцип максимума модуля.</p>
3.2	Интеграл функции комплексного переменного /Пр/	6	4	Л1.1Л2.1	<p>Тема 10. Интеграл. Интеграл от функции комплексного переменного и его вычисление. Теорема Коши для односвязных и многосвязных областей. Интеграл и первообразная. Интегральное определение логарифмической функции. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем и принцип максимума модуля.</p>
3.3	Представление аналитической функции рядом Тейлора /Лек/	6	1	Л1.1Л2.1	<p>Тема 11. Ряды Тейлора. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Формулы Коши для производных. Неравенства Коши. Целые функции. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры. Изолированность нулей аналитических функций. Единственность и аналитическое продолжение.</p>
3.4	Представление аналитической функции рядом Тейлора /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	<p>Тема 11. Ряды Тейлора. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Формулы Коши для производных. Неравенства Коши. Целые функции. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры. Изолированность нулей аналитических функций. Единственность и аналитическое продолжение.</p>
3.5	Ряды Лорана /Лек/	6	2	Л1.1Л2.1	<p>Тема 12. Ряды Лорана. Изолированные особые точки. Представление аналитических функций рядами Лорана. Единственность разложения функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек: устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка. Классификация особенностей в бесконечно удаленной точке.</p>
3.6	Ряды Лорана /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	<p>Тема 12. Ряды Лорана. Изолированные особые точки. Представление аналитических функций рядами Лорана. Единственность разложения функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек: устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка. Классификация особенностей в бесконечно удаленной точке.</p>

3.7	Вычеты /Лек/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 13. Вычеты. Определение вычета и его вычисление. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению определенных интегралов.
3.8	Вычеты /Пр/	6	2	Л1.1Л2.1	Тема 13. Вычеты. Определение вычета и его вычисление. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению определенных интегралов.
3.9	Интеграл /Ср/	6	27	Л1.1Л2.1	Тема 10. Интеграл. Интеграл от функции комплексного переменного и его вычисление. Теорема Коши для односвязных и многосвязных областей. Интеграл и первообразная. Интегральное определение логарифмической функции. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем и принцип максимума модуля. Тема 11. Ряды Тейлора. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Формулы Коши для производных. Неравенства Коши. Целые функции. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры. Изолированность нулей аналитических функций. Единственность и аналитическое продолжение. Тема 12. Ряды Лорана. Изолированные особые точки. Представление аналитических функций рядами Лорана. Единственность разложения функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек: устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка. Классификация особенностей в бесконечно удаленной точке. Тема 13. Вычеты. Определение вычета и его вычисление. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению определенных интегралов.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

5.1. Типовые задания для проведения текущего контроля

Типовые задания приведены в Приложениях.

5.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Типовые задания приведены в Приложениях.

5.3. Перечень видов оценочных средств

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, а также выполнения индивидуальных заданий.

Для формирования итоговой оценки знаний, умений используется балльно-рейтинговая система, учитывающая значительную долю практических и индивидуальных занятий.

Итоговая рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается из 100 баллов, которые складываются из следующих составляющих:

- 1) За индивидуальную работу студент может максимально получить 30 баллов.
- 2) Студентам, желающим повысить свой рейтинг, предлагаются задания повышенной сложности, которые максимально могут быть оценены в 10 баллов.
- 3) На экзамене ответ студента может быть максимально оценен в 30 баллов.

Отметка «отлично» выставляется, если студент в целом за семестр набрал от 81 до 100 баллов (с учетом баллов, набранных на промежуточной аттестации).

Отметка «хорошо» выставляется, если студент в целом за семестр набрал от 61 до 80 баллов (с учетом баллов, набранных на промежуточной аттестации).

Отметка «удовлетворительно» выставляется, если студент в целом за семестр набрал от 41 до 60 баллов (с учетом баллов, набранных на промежуточной аттестации).

Отметка «неудовлетворительно» выставляется, если студент в целом за семестр набрал менее 41 балла (с учетом баллов, набранных на промежуточной аттестации).

5.4. Процедура применения оценочных материалов

Промежуточная аттестация может проводиться с применением электронного обучения и (или) дистанционных образовательных технологий в соответствии с «Порядком проведения промежуточной аттестации с применением

электронного обучения и /или дистанционных образовательных технологий».

Проведение экзамена с применением дистанционных образовательных технологий может проходить по следующим процедурам:

- в форме устного собеседования преподавателя со студентом по предложенным вопросам к экзамену (без предварительной подготовки к конкретному вопросу в период проведения экзамена),
- в виде решения обучающимся уникального кейс-задания,
- в виде защиты индивидуального учебного проекта.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л1.1	Шабунин М. И., Сидоров Ю.	Теория функций комплексного переменного: Учебник для студентов вузов	, 2006 (13 шт.)	

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л2.1	Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.	Методы теории функций комплексного переменного: учебное пособие	, 1965	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=46423 7

6.3. Информационные технологии

6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

1.	Программное обеспечение Microsoft Office 2013 Professional. Контракт № 405535 от 2 ноября 2015 года, контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г.
2.	Программа просмотра файлов формата RPD Adobe Acrobat Reader DC. Свободно распространяемое ПО
3.	Операционная система ROSA Enterprise Linux Desktop № RL00450-1-110518-01. RL00450-1-110518-17 от 11 мая 2018 г.
4.	Операционная система Microsoft Windows XP Professional Russian. Лицензия № 16698685 от 08.08.2003 г.
5.	Операционная система Microsoft Windows Professional 7 Russian. Лицензия №48497058 от 13.05.2011 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.
6.	Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Russian. Контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.
7.	Программное обеспечение Microsoft Office Enterprise 2007 Russian. Лицензия №46138962 от 16.11.2009
8.	Программа для распознавания текста ABBYY FineReader 9.0 Corporate Edition. Лицензионный сертификат - код позиции AF90-3U1V25-102, ABBYY FineReader 9.0 Corporate Edition Volume License Concurrent от 28 июля 2009 г.
9.	Электронный словарь ABBYY Lingvo X3 Европейская версия - Код позиции AL14-2U1V05-102, ABBYY Lingvo x3 Европейская версия. Именная лицензия Concurrent от 28 июля 2009 г.
10.	Комплексная система антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – стандартный Russian Edition. 500-999 Node 2 year Educational Renewal License. Лицензия № 13С8-190514-084943-783-1256 от 15.05.2019

6.3.2 Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных

1.	Компьютерная информационно-правовая система «Гарант»
2.	Официальный интернет-портал базы данных правовой информации (http://pravo.gov.ru)
3.	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (http://fgosvo.ru)
4.	Портал «Информационно-коммуникационные технологии в образовании» (http://www.ict.edu.ru)
5.	Web of Science Core Collection – политематическая реферативно-библиографическая и наукометрическая (библиометрическая) база данных (http://webofscience.com)
6.	Полнотекстовый архив ведущих западных научных журналов на российской платформе Национального электронно-информационного консорциума (НЭИКОН) (http://neicon.ru)
7.	Базы данных издательства Springer (https://link.springer.com)

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
------	------------	--	-----

Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
4-304	Лекционная с мультимедийным комплексом	доска учебная, проектор, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран	Лек

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В курсе «Комплексные функции» изучаются те же понятия, что и в курсах «Дифференциальное исчисление» и «Интегральное исчисление». Однако их содержание меняется весьма существенно. Прежде всего, приходится иметь дело с многозначными функциями. Отпадает обычная геометрическая иллюстрация функции с помощью графика и на её место становится представление об отображении плоских множеств. Условие дифференцируемости функции комплексного переменного оказывается значительно более жёстким, чем условие дифференцируемости функции действительного переменного. Например, из условия дифференцируемости в комплексной области автоматически вытекает существование производных всех порядков и целый ряд свойств функций, совершенно необычных для действительного анализа. Курс завершается приложением построенной теории к вычислению определённых интегралов, даже «не берущихся» в рамках действительного анализа. Показывается, что вычисление интегралов возможно без нахождения первообразных функций. Такой подход предполагает аналитическое продолжение подынтегральной функции в комплексную плоскость. С помощью теории функций комплексного переменного происходит формирование представлений о математике как целостной дисциплине, обоснование решений алгебраических и дифференциальных уравнений. Оказывается, что аналитические функции находятся в тесной связи с решениями уравнения Лапласа, к которому приводятся многие физические задачи.