

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
"Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого"  
(ФГБОУ ВО "ТГПУ им. Л.Н. Толстого")

## Функциональный анализ

### рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	кафедра алгебры, математического анализа и геометрии
ОПОП	Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки направленность (профиль) Математические основы компьютерных наук
Квалификация	Бакалавр
Год начала подготовки	2022
Форма обучения	очная
Общая трудоемкость	4 з.е.

Виды контроля по семестрам:  
зачет 4

Семестр(Курс.Номер семестра на курсе)	4(2.2)		Итого	
	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	30	30	30	30
Практические	30	30	30	30
Лабораторные	8	8	8	8
Итого ауд.	68	68	68	68
КСР	4	4	4	4
Контактная работа	72	72	72	72
Сам. работа	72	72	72	72
Часы на контроль	0	0	0	0
Практическая подготовка	0	0	0	0
Семинары	0	0	0	0
Консультации	0	0	0	0
Итого трудоемкость в часах	144	144	144	144

Программу составил(и):

*д.ф.-м.н., профессор, Денисов И.В.*

Рабочая программа дисциплины

**Функциональный анализ**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (приказ Минобрнауки России от 23.08.2017 г. № 807)

составлена на основании учебного плана:

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки  
направленность (профиль) Математические основы компьютерных наук  
утвержденного Учёным советом вуза от 28.02.2022 протокол № 3.

РПД утверждена Учёным советом университета  
протокол от 1.1.1 г. №

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование научного мировоззрения и способности применять знания, полученные в области фундаментальных наук, в области профессиональной деятельности

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
1.	Дифференциальные уравнения
2.	Математический анализ
3.	Линейная алгебра и аналитическая геометрия
4.	Математический анализ
5.	Педагогика и психология
6.	Теория вероятностей и математическая статистика
7.	Дискретная математика и ее приложения в компьютерных науках
8.	Математическая логика и ее приложение в компьютерных науках
9.	Аналитическая геометрия
10.	Линейная алгебра
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
1.	Дифференциальная геометрия и топология
2.	Теория чисел и элементы криптографии
3.	Фундаментальная и компьютерная алгебра
4.	Численные методы
5.	Комплексный анализ
6.	практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (в том числе педагогическая практика)
7.	Теоретическая механика
8.	Теория и методика обучения математике
9.	Вариационное исчисление и методы оптимизации
10.	Математическое моделирование

### 3. СООТНЕСЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

#### 3.1 Компетенции обучающегося и индикаторы их достижения:

ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями в области математических и естественных наук: математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики
	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических наук
ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности
	Умеет использовать их в профессиональной деятельности
ОПК-1.4	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и естественных наук
	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических наук

#### 3.2 Результаты обучения по дисциплине:

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен:**

	<b>Знать:</b>
3.1	основные понятия и методы функционального анализа

	<b>Уметь:</b>
У.1	решать типовые задачи функционального анализа
	<b>Владеть:</b>
В.1	практическое использование математического аппарата для решения стандартных задач функционального анализа

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература	Содержание
	<b>Элементы теории множеств</b>				
1.1	Тема 1. Эквивалентные множества. /Лек/	4	4		Тема 1. Эквивалентные множества. Конечные и бесконечные множества. Счётные множества.
1.2	Тема 1. Эквивалентные множества. /Пр/	4	4		Тема 1. Эквивалентные множества. Конечные и бесконечные множества. Счётные множества.
1.3	Тема 1. Эквивалентные множества. /Ср/	4	6		Тема 1. Эквивалентные множества. Конечные и бесконечные множества. Счётные множества.
1.4	Тема 2. Несчётные множества. /Лек/	4	4		Тема 2. Несчётные множества. Несчётность множества действительных чисел. Теорема Кантора-Бернштейна. Понятие мощности множества.
1.5	Тема 2. Несчётные множества. /Пр/	4	4		Тема 2. Несчётные множества. Несчётность множества действительных чисел. Теорема Кантора-Бернштейна. Понятие мощности множества.
1.6	Тема 2. Несчётные множества. /Ср/	4	6		Тема 2. Несчётные множества. Несчётность множества действительных чисел. Теорема Кантора-Бернштейна. Понятие мощности множества.
1.7	Элементы теории множеств /Лаб/	4	2		Элементы теории множеств
	<b>Метрические и нормированные пространства</b>				
2.1	Тема 3. Понятие метрического пространства. Тема 4. Полные метрические пространства. /Лек/	4	4		Тема 3. Понятие метрического пространства. Определение и основные примеры. Непрерывные отображения метрического пространства. Сходимость, открытые и замкнутые множества. Тема 4. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. Пополнение пространства. Принцип сжимающих отображений и его применение.
2.2	Тема 3. Понятие метрического пространства. Тема 4. Полные метрические пространства. /Пр/	4	6		Тема 3. Понятие метрического пространства. Определение и основные примеры. Непрерывные отображения метрического пространства. Сходимость, открытые и замкнутые множества. Тема 4. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. Пополнение пространства. Принцип сжимающих отображений и его применение.
2.3	Тема 3. Понятие метрического пространства. Тема 4. Полные метрические пространства. Т /Ср/	4	8		Тема 3. Понятие метрического пространства. Определение и основные примеры. Непрерывные отображения метрического пространства. Сходимость, открытые и замкнутые множества. Тема 4. Полные метрические пространства. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. Пополнение пространства. Принцип сжимающих отображений и его применение.

2.4	Тема 5. Топологические пространства. Тема 6. Компактность. /Лек/	4	4		Тема 5. Топологические пространства. Определение и примеры топологических пространств. Сходящиеся последовательности. Непрерывные отображения топологических пространств. Метризуемость топологических пространств. Тема 6. Компактность. Понятие компактности. Непрерывные отображения компактных пространств. Полная ограниченность. Теорема Арцела.
2.5	Тема 5. Топологические пространства. Тема 6. Компактность. /Пр/	4	2		Тема 5. Топологические пространства. Определение и примеры топологических пространств. Сходящиеся последовательности. Непрерывные отображения топологических пространств. Метризуемость топологических пространств. Тема 6. Компактность. Понятие компактности. Непрерывные отображения компактных пространств. Полная ограниченность. Теорема Арцела.
2.6	Тема 5. Топологические пространства. Тема 6. Компактность. /Ср/	4	6		Тема 5. Топологические пространства. Определение и примеры топологических пространств. Сходящиеся последовательности. Непрерывные отображения топологических пространств. Метризуемость топологических пространств. Тема 6. Компактность. Понятие компактности. Непрерывные отображения компактных пространств. Полная ограниченность. Теорема Арцела.
2.7	Тема 7. Нормированные и евклидовы пространства. /Лек/	4	4		Тема 7. Нормированные и евклидовы пространства. Определение и примеры. Существование ортогональных базисов. Неравенство Бесселя.
2.8	Тема 7. Нормированные и евклидовы пространства. /Пр/	4	2		Тема 7. Нормированные и евклидовы пространства. Определение и примеры. Существование ортогональных базисов. Неравенство Бесселя.
2.9	Тема 7. Нормированные и евклидовы пространства. /Ср/	4	6		Тема 7. Нормированные и евклидовы пространства. Определение и примеры. Существование ортогональных базисов. Неравенство Бесселя.
2.10	Метрические и нормированные пространства /Лаб/	4	2		Метрические и нормированные пространства
2.11	Метрические пространства /КСР/	4	4		Метрические пространства
	<b>Линейные функционалы и операторы</b>				
3.1	Тема 8. Линейные функционалы. Тема 9. Сопряженные пространства. /Лек/	4	4		Тема 8. Линейные функционалы. Определение и примеры. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Тема 9. Сопряженные пространства. Определение и примеры.
3.2	Тема 8. Линейные функционалы. Тема 9. Сопряженные пространства. /Пр/	4	4		Тема 8. Линейные функционалы. Определение и примеры. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Тема 9. Сопряженные пространства. Определение и примеры.
3.3	Тема 8. Линейные функционалы. Тема 9. Сопряженные пространства. /Ср/	4	8		Тема 8. Линейные функционалы. Определение и примеры. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Тема 9. Сопряженные пространства. Определение и примеры.

3.4	Тема 10. Линейные операторы. /Лек/	4	4		Тема 10. Линейные операторы. Определение и примеры.
3.5	Тема 10. Линейные операторы. /Пр/	4	2		Тема 10. Линейные операторы. Определение и примеры.
3.6	Тема 10. Линейные операторы. /Ср/	4	12		Тема 10. Линейные операторы. Определение и примеры.
3.7	Линейные функционалы и операторы /Лаб/	4	2		Линейные функционалы и операторы
	<b>Мера, измеримые функции, интеграл</b>				
4.1	Тема 11. Мера плоских множеств. Тема 12. Измеримые функции. Тема 13. Интеграл Лебега. /Лек/	4	2		Тема 11. Мера плоских множеств. Мера Лебега. Тема 12. Измеримые функции. Определение и свойства. Сходимость по мере. Тема 13. Интеграл Лебега. Определение и свойства. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.
4.2	Тема 11. Мера плоских множеств. Тема 12. Измеримые функции. Тема 13. Интеграл Лебега. /Пр/	4	6		Тема 11. Мера плоских множеств. Мера Лебега. Тема 12. Измеримые функции. Определение и свойства. Сходимость по мере. Тема 13. Интеграл Лебега. Определение и свойства. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.
4.3	Тема 11. Мера плоских множеств. Тема 12. Измеримые функции. Тема 13. Интеграл Лебега. /Ср/	4	20		Тема 11. Мера плоских множеств. Мера Лебега. Тема 12. Измеримые функции. Определение и свойства. Сходимость по мере. Тема 13. Интеграл Лебега. Определение и свойства. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.
4.4	Мера, измеримые функции, интеграл /Лаб/	4	2		Мера, измеримые функции, интеграл

## 5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### 5.1. Типовые задания для проведения текущего контроля

Типовые задания приведены в Приложениях.

### 5.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Типовые задания приведены в Приложениях.

### 5.3. Перечень видов оценочных средств

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, а также выполнения четырех лабораторных работ.

Для формирования итоговой оценки знаний, умений используется балльно-рейтинговая система, учитывающая значительную долю практических занятий и лабораторных работ.

Итоговая рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается из 100 баллов, которые складываются из следующих составляющих:

- 1) За каждую из четырех лабораторных работ студент может максимально получить по 15 баллов.
- 2) Студентам, желающим повысить свой рейтинг, предлагаются задания повышенной сложности, которые максимально могут быть оценены в 10 баллов.
- 3) На зачете ответ студента может быть максимально оценен в 30 баллов.

Знания, умения, навыки и компетенции студентов по дисциплине оцениваются по двухбалльной шкале с оценками: «зачтено»; «не зачтено». Как правило, при двухбалльной системе преподавателями используются следующие показатели, при условии успешного прохождения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Оценка «зачтено» ставится, если студент освоил программный материал всех разделов, последователен в его изложении, умеет увязывать теорию с практикой, успешно прошел текущий контроль успеваемости по дисциплине, продемонстрировал индивидуальные знания, умениями и навыки практической работы.

Оценка «не зачтено» ставится, если студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, непоследователен в изложении материала, не прошел текущий контроль успеваемости, не в полной мере владеет необходимыми знаниями, умениями и навыками при выполнении практических заданий.

### 5.4. Процедура применения оценочных материалов

Промежуточная аттестация может проводиться с применением электронного обучения и (или) дистанционных образовательных технологий в соответствии с «Порядком проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения и /или дистанционных образовательных технологий».

<b>6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>	
<b>6.1. Рекомендуемая литература</b>	
<b>6.3. Информационные технологии</b>	
<b>6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения</b>	
1.	Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Russian. Контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.
2.	Программное обеспечение Microsoft Office 2013 Professional. Контракт № 405535 от 2 ноября 2015 года, контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г.
3.	Комплексная система антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – стандартный Russian Edition. 500-999 Node 2 year Educational Renewal License. Лицензия № 13С8-190514-084943-783-1256 от 15.05.2019
4.	Файловый архиватор 7z. Свободно распространяемое ПО
5.	Браузеры Google Chrome, Mozilla, Opera. Свободно распространяемое ПО
6.	Текстовый редактор NotePad++. Свободно распространяемое ПО
7.	Программа просмотра файлов формата RPD Adobe Acrobat Reader DC. Свободно распространяемое ПО
8.	Среда выполнения Adobe Flash Player. Свободно распространяемое ПО
9.	Файловый менеджер Far manager. Свободно распространяемое ПО
<b>6.3.2 Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных</b>	

<b>7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>			
Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
4-304	Лекционная с мультимедийным комплексом	доска учебная, проектор, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран	

<b>8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>
<p>Функциональный анализ представляет собой часть современной математики, главной задачей которой является изучение бесконечномерных пространств и их отображений. Наиболее изучены линейные пространства и линейные отображения. Для функциональный анализ характерно сочетание методов классического анализа, топологии и алгебры. Абстрагируясь от конкретных ситуаций, удаётся выделить аксиомы и на их основе построить теории, включающие в себя классические задачи как частный случай и дающие возможность решать новые задачи. Сам процесс абстрагирования имеет самостоятельное значение, проясняя ситуацию, отбрасывая лишнее и открывая неожиданные связи. В результате удаётся глубже проникнуть в сущность математических понятий и проложить новые пути исследования.</p> <p>Развитие функционального анализа происходило параллельно с развитием современной теоретической физики, при этом выяснилось, что язык функционального анализа наиболее адекватно отражает закономерности квантовой механики, квантовой теории поля и т.п. В свою очередь эти физические теории оказали существенное влияние на проблематику и методы функционального анализа.</p>