

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого"
(ФГБОУ ВО "ТГПУ им. Л.Н. Толстого")

Линейная алгебра

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	кафедра алгебры, математического анализа и геометрии
ОПОП	Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки направленность (профиль) Математические основы компьютерных наук
Квалификация	Бакалавр
Год начала подготовки	2022
Форма обучения	очная
Общая трудоемкость	5 з.е.

Виды контроля по семестрам:
экзамен 1

Семестр(Курс.Номер семестра на курсе)	1(1.1)		Итого	
	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	34	34	34	34
Лабораторные	34	34	34	34
Итого ауд.	68	68	68	68
КСР	4	4	4	4
Контактная работа	72	72	72	72
Сам. работа	72	72	72	72
Часы на контроль	36	36	36	36
Практическая подготовка	0	0	0	0
Семинары	0	0	0	0
Консультации	0	0	0	0
Итого трудоемкость в часах	180	180	180	180

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Ваньков Борис Петрович

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (приказ Минобрнауки России от 23.08.2017 г. № 807)

составлена на основании учебного плана:

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки
направленность (профиль) Математические основы компьютерных наук
утвержденного Учёным советом вуза от 28.02.2022 протокол № 3.

РПД утверждена Учёным советом университета
протокол от 28.2.2022 г. № 3

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины является овладение теоретическими знаниями с целью их дальнейшего непосредственного использования в профессиональной деятельности для осуществления моделирования предметной области и построения модели, оценки эффективности разработанных алгоритмов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
1.	Изложение полностью базируется на содержании профильного курса математики средней школы.
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
1.	Вводный курс физики
2.	Основные алгебраические структуры
3.	Системы компьютерной математики
4.	Теория вероятностей и математическая статистика
5.	Методы вычислений
6.	Вычислительная геометрия.
7.	Программирование
8.	Структуры и алгоритмы компьютерной обработки данных
9.	Дискретная математика
10.	Теория графов
11.	Дискретная математика и ее приложения в компьютерных науках
12.	Математическая логика и ее приложение в компьютерных науках
13.	Педагогика и психология
14.	Теория вероятностей и математическая статистика
15.	Дифференциальные и разностные уравнения
16.	технологическая (проектно-технологическая) практика
17.	Функциональный анализ
18.	Дифференциальная геометрия и топология
19.	Теория чисел и элементы криптографии
20.	Фундаментальная и компьютерная алгебра
21.	Численные методы
22.	Комплексный анализ
23.	практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (в том числе педагогическая практика)
24.	Теоретическая механика
25.	Теория и методика обучения математике
26.	Вариационное исчисление и методы оптимизации
27.	Математическое моделирование

3. СООТНЕСЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

3.1 Компетенции обучающегося и индикаторы их достижения:

ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями в области математических и естественных наук: математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики
---------	---

Студент знает

- методы Гаусса, обратной матрицы и правила Крамера для решения систем линейных уравнений;
- определение и свойства определителей;
- свойства векторного пространства;

	• свойства линейных операторов.
ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности
	Студент умеет: <ul style="list-style-type: none"> • вычислять определители и применять результаты вычислений к решению систем линейных уравнений, к определению линейной зависимости (независимости) систем векторов; • использовать свойства векторного пространства для получения критериев совместности и определенности систем линейных уравнений; • находить собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
ОПК-1.4	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и естественных наук
	имеет навыки применения элементарных преобразований

3.2 Результаты обучения по дисциплине:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

	Знать:
3.1	• методы Гаусса, обратной матрицы и правила Крамера для решения систем линейных уравнений;
3.2	• определение и свойства определителей;
3.3	• свойства векторного пространства;
3.4	• свойства линейных операторов.
	Уметь:
У.1	• вычислять определители и применять результаты вычислений к решению систем линейных уравнений, к определению линейной зависимости (независимости) систем векторов;
У.2	• использовать свойства векторного пространства для получения критериев совместности и определенности систем линейных уравнений;
У.3	• находить собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
	Владеть:
В.1	• применения элементарных преобразований

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература	Содержание
	Линейные пространства				
1.1	Векторное пространство R^n . /Лек/	1	6	Л1.1Л2.1	<p>Арифметические векторы и линейные операции над ними. Векторное пространство R^n . Геометрический смысл пространств R^2 и R^3 . Линейные пространства общего вида. Линейная зависимость системы векторов и ее геометрический смысл. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Преобразование координат векторов при замене базиса. Подпространства линейного пространства.</p> <p>Скалярное произведение векторов в R^n. Евклидово пространство. Длины векторов и угол между векторами в R^n. Ортогональный и ортонормированный базисы в R^n. Координаты вектора в ортогональном базисе.</p>
1.2	Линейное пространство и его свойства /Лаб/	1	4	Л1.1Л2.1	<p>Арифметические векторы и линейные операции над ними. Векторное пространство R^n . Геометрический смысл пространств R^2 и R^3 .</p> <p>Линейная зависимость системы векторов и ее геометрический смысл. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Преобразование координат векторов при замене базиса. Подпространства линейного пространства.</p> <p>Скалярное произведение векторов в R^n. Евклидово пространство. Длины векторов и угол между векторами в R^n. Ортогональный и ортонормированный базисы в R^n. Координаты вектора в ортогональном базисе.</p>

1.3	Векторное пространство R_n /Ср/	1	12	Л1.1Л2.1	<p>Арифметические векторы и линейные операции над ними. Векторное пространство R_n. Геометрический смысл пространств R^2 и R^3. Линейные пространства общего вида. Линейная зависимость системы векторов и ее геометрический смысл. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Преобразование координат векторов при замене базиса. Подпространства линейного пространства.</p> <p>Скалярное произведение векторов в R_n. Евклидово пространство. Длины векторов и угол между векторами в R_n. Ортогональный и ортонормированный базисы в R_n. Координаты вектора в ортогональном базисе.</p>
Матрицы					
2.1	Алгебра матриц /Лек/	1	6	Л1.1Л2.1	<p>Сложение матриц и умножение матрицы на число. Ранг матрицы. Умножение матриц. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.</p> <p>Решение матричных уравнений вида $AX=B$.</p>
2.2	Матрицы и операции над ними /Лаб/	1	6	Л1.1Л2.1	<p>Сложение матриц и умножение матрицы на число. Ранг матрицы. Умножение матриц. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.</p> <p>Решение матричных уравнений вида $AX=B$.</p>
2.3	Алгебра матриц /Ср/	1	12	Л1.1Л2.1	<p>Сложение матриц и умножение матрицы на число. Ранг матрицы. Умножение матриц. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.</p> <p>Решение матричных уравнений вида $AX=B$.</p>
Определители					
3.1	Определители и их свойства /Лек/	1	6	Л1.1Л2.1	<p>Определители и их свойства. Непосредственное вычисление определителей второго и третьего порядка. Формула разложения определителя по строкам и столбцам.</p>
3.2	Вычисление определителей /Лаб/	1	6	Л1.1Л2.1	<p>Определители и их свойства. Непосредственное вычисление определителей второго и третьего порядка. Формула разложения определителя по строкам и столбцам.</p>
3.3	Определитель квадратной матрицы /Ср/	1	12	Л1.1Л2.1	<p>Определители и их свойства. Непосредственное вычисление определителей второго и третьего порядка. Формула разложения определителя по строкам и столбцам.</p>
Системы линейных уравнений					
4.1	Система линейных алгебраических уравнений /Лек/	1	6	Л1.1Л2.1	<p>Система линейных алгебраических уравнений, ее матричная запись. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Пространство решений однородной системы, связь его размерности с рангом матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений однородной системы. Связь между общими решениями однородной и неоднородной систем.</p>

4.2	Решение систем линейных алгебраических уравнений /Лаб/	1	8	Л1.1Л2.1	Система линейных алгебраических уравнений, ее матричная запись. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Пространство решений однородной системы, связь его размерности с рангом матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений однородной системы. Связь между общими решениями однородной и неоднородной систем.
4.3	Совместность и определенность систем линейных алгебраических уравнений /Ср/	1	12	Л1.1Л2.1	Система линейных алгебраических уравнений, ее матричная запись. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Пространство решений однородной системы, связь его размерности с рангом матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений однородной системы. Связь между общими решениями однородной и неоднородной систем.
	Применение определителей				
5.1	Применение определителей /Лек/	1	6	Л1.1Л2.1	Критерий невырожденности квадратной матрицы. Нахождение ранга матрицы. Критерий существования ненулевых решений однородной системы линейных алгебраических уравнений с n неизвестными, состоящей из n уравнений. Нахождение обратной матрицы. Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы и по правилу Крамера.
5.2	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений /Лаб/	1	6	Л1.1Л2.1	Критерий невырожденности квадратной матрицы. Нахождение ранга матрицы. Критерий существования ненулевых решений однородной системы линейных алгебраических уравнений с n неизвестными, состоящей из n уравнений. Нахождение обратной матрицы. Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы и по правилу Крамера.
5.3	Применение определителей /Ср/	1	12	Л1.1Л2.1	Критерий невырожденности квадратной матрицы. Нахождение ранга матрицы. Критерий существования ненулевых решений однородной системы линейных алгебраических уравнений с n неизвестными, состоящей из n уравнений. Нахождение обратной матрицы. Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы и по правилу Крамера.
	Линейные операторы				
6.1	Свойства линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения. /Лек/	1	4	Л1.1Л2.1	Свойства линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения.
6.2	Свойства линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения. /Лаб/	1	4	Л1.1Л2.1	Свойства линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения.
6.3	Свойства линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения. /Ср/	1	12	Л1.1Л2.1	Свойства линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения.
6.4	КСР /КСР/	1	4		КСР

5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

5.1. Типовые задания для проведения текущего контроля

Задания сформулированы в приложении к РПД

5.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра».

1. Система n линейных уравнений с n переменными (общий вид) и матричная форма ее записи. Решение системы (определение). Совместные и несовместные, определенные и неопределенные системы линейных уравнений.
2. Метод Гаусса решения системы n линейных уравнений с n переменными. Понятие о методе Жордана-Гаусса. Базисные (основные) и свободные (неосновные) переменные системы m линейных уравнений с n переменными. Базисное решение.
3. Векторное пространство. Линейная зависимость и независимость системы векторов.
4. Векторное (линейное) пространство, его размерность и базис. Теорема о существовании и единственности разложения вектора линейного пространства по векторам базиса.
6. Ранг матрицы (определение). Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Пример.
7. n -мерный вектор. Линейная комбинация, линейная зависимость и независимость векторов.
8. Система m линейных уравнений с n переменными. Теорема Кронекера-Капелли. Условие определенности и неопределенности любой системы линейных уравнений.
9. Понятие матрицы. Виды матриц. Транспонирование матрицы. Равенство матриц. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение и умножение матриц.
10. Квадратная матрица. Матрица, обратная данной.
11. Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы.
12. Определители второго, третьего и n го порядков (определения и их свойства). Теорема Лапласа о разложении определителя по элементам строки или столбца.
13. Особенная и неособенная квадратные матрицы. Присоединенная матрица. Обратная матрица и алгоритм ее вычисления
14. Правило Крамера.
15. Система линейных однородных уравнений и ее решения. Условие существования ненулевых решений системы.
21. Скалярное произведение двух векторов (определение) и его выражение в координатной форме. Угол между векторами.
22. Скалярное произведение векторов в n -мерном пространстве. Евклидово пространство. Длина (норма) вектора.
23. Ортогональные векторы. Ортогональный и ортонормированный базисы. Теорема о существовании ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.
24. Определение оператора. Понятие линейного оператора. Образ и прообраз векторов. Матрица линейного оператора в заданном базисе: связь между вектором x и образом y . Ранг оператора.
25. Собственные векторы и собственные значения матрицы. Характеристическое уравнение матрицы.
26. Собственные векторы и собственные значения оператора A (матрицы A). Характеристический многочлен оператора и его характеристическое уравнение.

5.3. Перечень видов оценочных средств

1. Вопросы к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра».
2. Тренировочный тест по дисциплине (приложения)
3. Примерный вариант контрольной работы по дисциплине (приложения)

5.4. Процедура применения оценочных материалов

Проведение экзамена осуществляется по билетам.

Студент имеет 2 теоретических вопроса из приведенного перечня и задачу.

Контрольная работа содержит типовые задания по курсу.

Контрольная работа является обязательным элементом в процессе текущей аттестации.

Тренировочный тест используется для получения студентами навыка рефлексии знаний.

БРС представлена в приложениях

Промежуточная аттестация может проводиться с применением электронного обучения и (или) дистанционных образовательных технологий в соответствии с «Порядком проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения и /или дистанционных образовательных технологий».

Проведение экзамена с применением дистанционных образовательных технологий может проходить по следующим процедурам:

- в форме устного собеседования преподавателя со студентом по предложенным вопросам к экзамену (без предварительной подготовки к конкретному вопросу в период проведения экзамена),
- в виде решения обучающимся уникального кейс-задания,
- в виде защиты индивидуального учебного проекта;
- в виде решения обучающимися экзаменационных тестовых заданий (с ограничением по времени выполнения);
- в виде электронного портфолио обучающегося.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л1.1	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник для студентов университетов. Ч.2: Линейная алгебра	М: Физматлит, 2009	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л2.1	Куликова Е. В.	Высшая математика для горных вузов: учебное пособие	, 2012	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=22899 7

6.3. Информационные технологии

6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

1.	Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Russian. Контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.
2.	Программное обеспечение Microsoft Office Enterprise 2007 Russian. Лицензия №46138962 от 16.11.2009

6.3.2 Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных

1.	Портал «Информационно-коммуникационные технологии в образовании» (http://www.ict.edu.ru)
----	--

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
4-338	Учебная аудитория	аудиоколонки, доска учебная, кондиционер, проектор, сабвуфер, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран настенный	Лек
4-324	Учебная аудитория	доска учебная, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя	КСР
4-318	Компьютерный класс	компьютеры, маркерная доска, серверная стойка лаборатории МТС, стол преподавателя, столы компьютерные, столы учебный большой	Лаб

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Осваивая курс студенту необходимо научиться работать на лекциях, проявлять творчество и деятельную активность на практических занятиях и организовывать самостоятельную внеаудиторную деятельность. В начале лекции необходимо уяснить цель, которую лектор ставит перед собой и студентами. Важно внимательно слушать лектора, отмечать наиболее существенную информацию и кратко записывать ее в тетрадь. Сравнить то, что услышано на лекции с прочитанным и усвоенным ранее, укладывать новую информацию в собственную, уже имеющуюся, систему знаний.

По ходу лекции важно подчеркивать новые термины, устанавливать их взаимосвязь с понятиями, научиться использовать новые понятия в процессе анализа положений науки.

Очень важно активно участвовать в дискуссиях, анализе творческих задач, моделировании и решении различных проблемных ситуаций, предлагаемых лектором.

Если на лекции студент не получил ответа на возникшие у него вопросы, необходимо в конце лекции задать их лектору. Дома необходимо прочитать записанную лекцию, подчеркнуть наиболее важные моменты, определить словарь новых терминов, определить сущность изученной проблемы, а также какие вопросы оказались сложными для его восприятия. Зная тему практического занятия, необходимо готовиться к нему заблаговременно. Для этого необходимо изучить лекционный материал, соответствующий теме занятия и рекомендованный преподавателем материал из учебной литературы, подготовить необходимый материал, информацию, предложенные для самостоятельного выполнения на предыдущей лекции или практическом занятии.

Предусмотренные по ряду тем лабораторные работы ставят своей целью демонстрацию студентами способности работать по предложенному преподавателем плану, после выполненного задания делать обобщения и выводы. Важным навыком, отрабатываемым во время выполнения лабораторной работы, является формирование терминологии и лексикологии предметной области. С целью дальнейшей профессиональной формализации предметной области особняком стоит задача выделения характеризующих свойств объектов рассматриваемой области математики.

Важнейшей особенностью обучения в высшей школе является высокий уровень самостоятельности студентов в ходе образовательного процесса. Эффективность самостоятельной работы зависит от таких факторов как:

- уровень мотивации студентов к овладению конкретными знаниями и умениями;
- наличие навыка самостоятельной работы, сформированного на предыдущих этапах обучения;
- наличие четких ориентиров самостоятельной работы.

Приступая к самостоятельной работе, необходимо получить следующую информацию:

- цель изучения конкретного учебного материала;
- место изучаемого материала в системе знаний, необходимых для формирования специалиста;
- перечень знаний и умений, которыми должен овладеть студент;

- порядок изучения учебного материала;
- источники информации;
- наличие контрольных заданий;
- форма и способ фиксации результатов выполнения учебных заданий;
- сроки выполнения самостоятельной работы.

Следует выполнять рекомендуемые задания, анализировать вопросы.

Результатом самостоятельной работы должна быть систематизация и структурирование учебного материала по изучаемой теме, включение его в уже имеющуюся у студента систему знаний.

После изучения учебного материала необходимо проверить усвоение учебного материала с помощью предлагаемых контрольных вопросов и при необходимости повторить учебный материал.

В процессе подготовки к экзамену необходимо систематизировать, запомнить учебный материал.

Основными способами приобретения знаний, как известно, являются: чтение учебника и дополнительной литературы, рассказ и объяснение преподавателя, анализ ситуаций, проблем организационного поведения, поиск ответа на контрольные вопросы.

Известно, что приобретение новых знаний идет в несколько этапов:

- знакомство;
- понимание, уяснение основных закономерностей строения и функционирования изучаемого объекта, выявление связей между его элементами и другими подобными объектами;
- фиксация новых знаний в системе имеющихся знаний;
- запоминание и последующее воспроизведение;
- использование полученных знаний для приобретения новых знаний, умений и навыков и т.д.

Приобретение новых знаний требует от студента определенных усилий и активной работы на каждом этапе формирования знаний. Знания, приобретенные учащимся в ходе активной самостоятельной работы, являются более глубокими и прочными.

Изучая материал, студент сталкивается с необходимостью понять и запомнить определённого объёма учебный материал.

Важнейшим условием для успешного формирования прочных знаний является их упорядочивание, приведение их в единую систему. Это осуществляется в ходе выполнения студентом следующих видов работ по самостоятельному структурированию учебного материала:

- запись ключевых терминов,
- составление словаря терминов,
- составление таблиц, схем
- выявление причинно-следственных связей,
- составление коротких рефератов, учебных текстов,
- составление опорных схем и конспектов,
- составление плана рассказа.

Информация, организованная в систему, где учебные элементы связаны друг с другом различного рода связями (функциональными, логическими и др.), лучше запоминается. При структурировании учебного материала на помощь студенту приходит содержание самой учебной дисциплины, при этом у студента есть возможность проявить свою эрудицию и общий уровень подготовки по данному направлению, что существенно повышает мотивацию и облегчает запоминание необходимой информации.