

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого"
(ФГБОУ ВО "ТГПУ им. Л.Н. Толстого")

ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ МОДУЛЬ Топология и дифференциальная геометрия

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	алгебры, математического анализа и геометрии
ОПОП	Направление 44.03.01 Педагогическое образование направленность (профиль) Математика
Квалификация	Бакалавр
Год начала подготовки	2019
Форма обучения	заочная
Общая трудоемкость	5 з.е.

Виды контроля на курсах:
экзамен 4

Курс	4		Итого	
	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	6	6	6	6
Практические	8	8	8	8
Итого ауд.	14	14	14	14
КСР	2	2	2	2
Контактная работа	16	16	16	16
Сам. работа	155	155	155	155
Часы на контроль	9	9	9	9
Итого трудоемкость в часах	180	180	180	180

Программу составил(и):

д.ф.-м.н., профессор, Балаба И.Н.

Рабочая программа дисциплины

Топология и дифференциальная геометрия

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 121)

составлена на основании учебного плана:

Направление 44.03.01 Педагогическое образование

направленность (профиль) Математика

утвержденного Учёным советом вуза от 30.05.2019 протокол № 6.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

алгебры, математического анализа и геометрии

Зав. кафедрой Добровольский Н.М.

РПД утверждена Учёным советом университета

протокол от 30.5.2019 г. № 6

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Знакомство студентов с основными понятиями топологии и формирование у студентов систематизированных знаний в области дифференциальной геометрии, умений изучать свойства геометрических объектов с помощью дифференциального и интегрального исчисления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:		Б1.О.06
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
1.	Дифференциальное исчисление	
2.	Дифференциальные уравнения	
3.	Многомерный анализ	
4.	Интегралы и ряды	
5.	Аналитическая геометрия	
6.	Основания геометрии	
7.	Педагогика	
8.	практика по получению первичных навыков научно-исследовательской работы	
9.	Теория и методика обучения математике	
10.	Теория чисел	
11.	Элементарная математика	
12.	Элементы теории изображений	
13.	Дискретная математика	
14.	Речевые практики	
15.	Теория многочленов	
16.	Физика	
17.	Философия	
18.	Введение в математический анализ	
19.	Геометрические преобразования плоскости	
20.	ИКТ и медиаинформационная грамотность	
21.	Иностранный язык	
22.	Линейная алгебра	
23.	Основные алгебраические структуры	
24.	проектно-технологическая практика	
25.	ознакомительная практика	
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
1.	История математики	

3. СООТНЕСЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

3.1 Компетенции обучающегося и индикаторы их достижения:

ОПК-2: Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	
ОПК-2.2	Проектирует индивидуальные образовательные маршруты освоения программ учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программ дополнительного образования в соответствии с образовательными потребностями обучающихся
владеет навыками исследования геометрических свойств кривых и поверхностей, используя средства дифференциального исчисления	
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	
УК-1.4	Анализирует ранее сложившиеся в науке оценки информации
знает основные положений топологии и теории кривых и поверхностей	
УК-1.5	Сопоставляет разные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений
умеет иллюстрировать примерами основные понятия топологии;	
УК-1.6	Аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение

<p>умеет находить уравнения плоскостей и прямых сопровождающего трехгранника, кривизну и кручение пространственной кривой; составлять уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности; вычислять первую поверхности,; вычислять длины дуг кривых на поверхности, находить углы между кривыми, лежащими на поверхности.</p>	
УК-4: Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)	
УК-4.4	Использует языковые средства для достижения профессиональных целей на русском, родном и иностранном (-ых) языках
умеет грамотно использовать математическую терминологию при доказательстве теорем и решении задач	
3.2 Результаты обучения по дисциплине:	
В результате освоения дисциплины обучающийся должен:	
	Знать:
З.1	Основные положений топологии и теории кривых и поверхностей
	Уметь:
У.1	иллюстрировать примерами основные понятия топологии;
У.2	грамотно использовать математическую терминологию при доказательстве теорем и решении задач
У.3	находить уравнения плоскостей и прямых сопровождающего трехгранника, кривизну и кручение пространственной кривой;
У.4	составлять уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности;
У.5	вычислять первую поверхности,;
У.6	вычислять длины дуг кривых на поверхности, находить углы между кривыми, лежащими на поверхности.
	Владеть:
В.1	навыками исследования геометрических свойств кривых и поверхностей, используя средства дифференциального исчисления

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература	Содержание
	Элементы топологии				
1.1	Топологические пространства. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы. /Лек/	4	2	Л1.2Л2.1	<p>Определение топологического пространства, примеры топологических пространств. Дискретная топология. Открытые и замкнутые множества, окрестности, внутренние, внешние и граничные точки множества; операции замыкания и внутренности, граница множества.</p> <p>Топология метрического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Критерий непрерывности. Примеры гомеоморфных топологических пространств. Топологические свойства. Топологические свойства. Хаусдорфовы, связные и компактные топологические пространства.</p>
1.2	Метрические и топологические пространства. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы /Пр/	4	2	Л1.2Л2.1 Л2.2	<p>Определение топологического пространства, примеры топологических пространств. Дискретная топология. Открытые и замкнутые множества, окрестности, внутренние, внешние и граничные точки множества; операции замыкания и внутренности, граница множества.</p> <p>Топология метрического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Критерий непрерывности. Примеры гомеоморфных топологических пространств. Топологические свойства. Топологические свойства. Хаусдорфовы, связные и компактные топологические пространства.</p>

1.3	Метрические и топологические пространства. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы. /Ср/	4	65	Л1.2Л2.1 Л2.2	<p>Определение топологического пространства, примеры топологических пространств. Открытые и замкнутые множества, окрестности; внутренние, внешние и граничные точки множества; операции замыкания и внутренности, граница множества.</p> <p>Непрерывные отображения топологических пространств. Гомеоморфизмы. Примеры гомеоморфных топологических пространств. Топологические свойства. Хаусдорфовы, связные и компактные топологические пространства.</p>
	Элементы дифференциальной геометрии				
2.1	Кривые в трехмерном евклидовом пространстве. /Лек/	4	2	Л1.1Л2.2	<p>Понятие кривой. Параметризация кривой с помощью векторной функции. Длина кривой; естественная параметризация. Нормальная плоскость кривой. Сопровождающий трехгранник кривой. Кривизна и кручение пространственной кривой. Формулы Френе.</p>
2.2	Кривые в трехмерном евклидовом пространстве. /Пр/	4	4	Л1.1Л2.2	<p>Понятие кривой. Параметризация кривой с помощью векторной функции. Длина кривой; естественная параметризация. Нормальная плоскость кривой. Сопровождающий трехгранник кривой. Кривизна и кручение пространственной кривой. Формулы Френе.</p>
2.3	Поверхности в трехмерном евклидовом пространстве. /Лек/	4	2	Л1.1Л2.2	<p>Понятие поверхности. Параметризация поверхности с помощью векторной функции. Координатные линии на поверхности. Определение гладкой регулярной поверхности. Кривые на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности, угол между кривыми на поверхности, площадь куска поверхности.</p>
2.4	Поверхности в трехмерном евклидовом пространстве. /Пр/	4	2	Л1.1Л2.2	<p>Понятие поверхности. Параметризация поверхности с помощью векторной функции. Координатные линии на поверхности. Определение гладкой регулярной поверхности. Кривые на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности, угол между кривыми на поверхности, площадь куска поверхности.</p>
2.5	Кривые и поверхности в евклидовом пространстве /Ср/	4	90	Л1.1Л2.2	<p>Параметризация кривой с помощью векторной функции. Длина кривой; естественная параметризация. Нормальная плоскость кривой. Сопровождающий трехгранник кривой. Кривизна и кручение пространственной кривой. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.</p> <p>Параметризация поверхности с помощью векторной функции. Координатные линии на поверхности. Определение гладкой регулярной поверхности. Кривые на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности, угол между кривыми на поверхности, площадь куска поверхности.</p>

5.1. Типовые задания для проведения текущего контроля

Индивидуальное задание №1 «Линии в евклидовом пространстве».

1. Найдите длину дуги кривой пространства заключенной между двумя точками.
2. В пространстве задана кривая. Составьте уравнения касательной, нормальной плоскости и бинормали в произвольной точке, соприкасающейся плоскости и главной нормали к этой кривой в данной точке.
3. Вычислите кривизну и кручение кривой в ее произвольной точке.

Индивидуальное задание № 2 «Поверхности в евклидовом пространстве»

1. Заданы параметрические уравнения поверхности. Найдите ее неявное уравнение.
2. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в заданной на ней точке.
3. Вычислите первую квадратичную форму поверхности.
4. Найдите углы между линиями, лежащими на поверхности

5.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Теоретические вопросы для подготовки к экзамену

1. Метрические пространства. Открытые множества в метрическом пространстве. Примеры.
2. Топологические пространства. Примеры.
3. Открытые и замкнутые множества топологического пространства. Замыкание множества.
4. Непрерывные отображения топологических пространств. Критерий непрерывности.
5. Гомеоморфизмы. Примеры гомеоморфных топологических пространств.
6. Хаусдорфовы, связные и компактные топологические пространства. Примеры.
7. Векторная функция одного скалярного аргумента.
8. Векторная функция двух скалярных аргументов.
9. Линии в евклидовом пространстве. Параметризация линии с помощью векторной функции одного скалярного аргумента.
10. Касательная к кривой. Уравнение касательной и нормальной плоскости.
11. Длина дуги и естественная параметризация кривой.
12. Кривизна кривой в точке. Сопровождающий трехгранник кривой.
13. Кручение кривой в точке. Формулы Френе.
14. Плоская линия.
15. Поверхности в евклидовом пространстве. Координатные линии на поверхности.
16. Касательная плоскости и нормаль к поверхности.
17. Первая квадратичная форма и ее приложения (вычисление длины дуги линии, лежащей на поверхности, угол между кривыми на поверхности, площадь куска поверхности).

Каждый экзаменационный билет содержит 2 теоретических вопроса и 2 задачи.

5.3. Перечень видов оценочных средств

Работа на практических занятиях

Индивидуальные задания

Экзамен

5.4. Процедура применения оценочных материалов

Промежуточная аттестация может проводиться с применением электронного обучения и (или) дистанционных образовательных технологий в соответствии с «Порядком проведения промежуточной аттестации с применением электронного обучения и /или дистанционных образовательных технологий».

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, контрольных и проверочных работ. Для активизации работы студентов в течение семестра и лучшего усвоения дисциплины предусмотрена балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов.

Критерии и показатели оценивания индивидуальных заданий:

- объем выполненных заданий индивидуального задания;
- верная последовательность всех шагов решения задачи;
- обоснованность каждого шага решения задачи;
- получение верного ответа.

Балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов:

Максимальное количество (100 баллов) распределяется по следующей схеме:

- максимальное число баллов, набранных студентом в течение семестра, составляет – 60;
- максимальное число баллов за промежуточную аттестацию (экзамен) – 40.

В течение семестра баллы распределяются следующим образом:

1. Посещаемость занятий (до 10 баллов)
2. Выполнение индивидуального задания №1 «Кривые в евклидовом пространстве» (до 20 баллов);
3. Выполнение индивидуального задания №2 «Поверхности в евклидовом пространстве» (до 20 баллов);

4. Бонусы за работу на занятиях (до 10 баллов).

Корреляция между стобалльной системой оценивания БРС и оценкой на экзамене
 0-40 баллов - неудовлетворительно;
 41-60 баллов - удовлетворительно;
 61-80 баллов - хорошо;
 81-100 баллов - отлично

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**6.1. Рекомендуемая литература****6.1.1. Основная литература**

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л1.1	Игнатъев Ю.	Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей в евклидовом пространстве: IV семестр	, 2013	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276302
Л1.2	Игнаточкина Л. А.	Топология для бакалавров математики: учебное пособие	, 2016	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=437314

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год (кол-во экземпляров для печатных изданий)	Ссылка на электронное издание
Л2.1	Асташова И. В., Никишкин В. А.	Геометрия и топология: учебно-методический комплекс	, 2011	http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90953
Л2.2	Безверхняя И. С., Буркин И. М., Кириченко В. Ф.	Геометрия: Учебное пособие	, 2009 (21 шт.)	

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Элементы топологии и дифференциальная геометрия			
Э2	Электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн». URL: http://biblioclub.ru			
Э3	Math.ru [Электронный ресурс]: портал математического образования / Отделение ма-тематических наук Российской Академии Наук ; Московский центр непрерывного математического образования. - М : [б. и.], 2011. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. URL: http://www.math.ru			

6.3. Информационные технологии**6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения**

1.	Операционная система Microsoft Windows Professional 7 Russian. Лицензия №48497058 от 13.05.2011 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.			
2.	Операционная система Microsoft Windows 10 Professional Russian. Контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г., договор № Пр/16/6 от 05 апреля 2016 г.			
3.	Программное обеспечение Microsoft Office Enterprise 2007 Russian. Лицензия №46138962 от 16.11.2009			
4.	Программное обеспечение Microsoft Office 2013 Professional. Контракт № 405535 от 2 ноября 2015 года, контракт № ПР/ФЕН/15/18 от 23.10.2015 г.			
5.	Электронный словарь АBBYY Lingvo X3 Европейская версия - Код позиции AL14-2U1V05-102, АBBYY Lingvo x3 Европейская версия. Именная лицензия Concurrent от 28 июля 2009 г.			
6.	Комплексная система антивирусной защиты Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – стандартный Russian Edition. 500-999 Node 2 year Educational Renewal License. Лицензия № 13C8-190514-084943-783-1256 от 15.05.2019			
7.	Браузеры Google Chrome, Mozilla, Opera. Свободно распространяемое ПО			
8.	Инструмент для очистки и оптимизации операционных систем Microsoft Windows С Cleaner. Свободно распространяемое ПО			

9.	Программа для записи видео и потокового вещания Open Broadcaster Software. Свободно распространяемое ПО
10.	Программа просмотра файлов формата RPD Adobe Acrobat Reader DC. Свободно распространяемое ПО
11.	ПО интерактивной доски Elite Panaboard. Свободно распространяемое ПО

6.3.2 Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных

1.	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (http://fgosvo.ru)
2.	Портал «Информационно-коммуникационные технологии в образовании» (http://www.ict.edu.ru)

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Ауд.	Назначение	Оборудование и технические средства обучения	Вид
4-306	Компьютерный класс	аудиоколонки для проектора и интерактивной доски, интерактивная доска, компьютеры, кондиционер, маркерная доска, проектор, столы компьютерные, столы учебные	Ср
4-302	Учебная аудитория	доска учебная, проектор, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран	Пр
4-338	Учебная аудитория	аудиоколонки, доска учебная, кондиционер, проектор, сабвуфер, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя, экран настенный	Лек
4-324	Учебная аудитория	доска учебная, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя	Лек
4-322	Учебная аудитория	доска учебная, стол преподавателя, столы учебные, стул преподавателя	

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Целью дисциплины «Элементы топологии и дифференциальной геометрии» является знакомство студентов с основными понятиями топологии и формирование у студентов систематизированных знаний в области дифференциальной геометрии, умений изучать свойства геометрических объектов с помощью дифференциального и интегрального исчисления.

Дисциплина содержит два дополняющих друг друга раздела абстрактный и чисто теоретический раздел «Элементы топологии» и чисто практический раздел «Элементы дифференциальной геометрии».

При изучении «Аналитической геометрии» и «Многомерная геометрия» мы составляли уравнения геометрического объекта, или решали двойственную задачу – по уравнению определяли сам геометрический объект.

В данном курсе нас будут интересовать локальные свойства геометрического объекта, т.е. его поведение в окрестности некоторой точки, заданного уравнениями. Отсюда тесная связь данной дисциплины с дифференциальным и интегральным исчислением функции одной и нескольких переменных. А потому для успешного усвоения дисциплины нужно вспомнить многие понятия, изучаемые еще на первом и втором курсе, а именно нужно:

- повторить основные свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов;
- вспомнить, как вычисляются произведения векторов, если известны координаты векторов;
- вспомнить способы задания прямых и плоскостей в трехмерном евклидовом пространстве повторить;
- повторить определения производной и дифференциала функций одной переменной;
- вспомнить, как вычисляются частные производные и дифференциал для функции двух и трех переменных.

Только повторение данных разделов математики позволит, успешно освоить дисциплину «Элементы топологии и дифференциальной геометрии».

В курсе предусмотрено проведение лекционных и практических занятий, выполнение индивидуальных заданий, что способствует лучшему и углубленному освоению теоретического материала.

Для студентов подготовлен электронный курс в системе Moodle (<http://moodle.tspu.ru/course/view.php?id=11016>), который содержит учебно-методические материалы.

Для успешного освоения содержания дисциплины необходимо посещать лекции, принимать активное участие в работе на практических занятиях, а также выполнять задания, предлагаемые преподавателем для самостоятельного изучения.

На лекционных занятиях необходимо конспектировать изучаемый материал. Для систематизации лекционного материала, который будет полезен при подготовке к итоговому контролю знаний, записывайте на каждой лекции тему, вопросы для изучения, рекомендуемую литературу. В каждом вопросе выделяйте главное, обязательно выделяйте ключевые моменты.

Перед следующей лекцией обязательно прочитайте предыдущую, чтобы актуализировать знания и осознанно приступить к освоению нового содержания.

Практическое занятие – это форма работы, где студенты максимально активно участвуют в обсуждении темы. Темы практических занятий представлены в рабочей программе дисциплины. В процессе изучения темы анализируйте

несколько источников. Полезным будет работа с электронными учебниками и учебными пособиями в Internet-библиотеках. Зарегистрируйтесь в них: университетская библиотека Онлайн (<http://www.biblioclub.ru/>), электронно-библиотечная система «Юрайт» (www.biblio-online.ru) и электронно-библиотечная система «Лань» (<http://e.lanbook.com/>)

При возникновении трудностей в процессе подготовки взаимодействуйте с преподавателем, консультируйтесь по самостоятельному изучению темы.

Самостоятельная работа по дисциплине – неотъемлемая часть процесса профессиональной подготовки, позволяющая систематизировать теоретические знания, сформировать необходимые умения, овладеть основными навыками. При изучении дисциплины не все вопросы рассматриваются на лекциях и семинарских занятиях, часть вопросов рекомендуется преподавателем для самостоятельного изучения.

В ходе изучения дисциплины предусмотрены выполнение двух индивидуальных заданий по темам «Линии в евклидовом пространстве» и «Поверхности в евклидовом пространстве».

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, контрольных и проверочных работ.

Для активизации работы студентов в течение семестра и лучшего усвоения дисциплины предусмотрена балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов:

Максимальное количество (100 баллов) распределяется по следующей схеме:

- максимальное число баллов, набранных студентом в течение семестра, составляет – 60;
- максимальное число баллов за промежуточную аттестацию (экзамен) – 40.

В течение семестра баллы распределяются следующим образом:

1. Посещаемость занятий (до 10 баллов)
2. Выполнение индивидуального задания №1 «Кривые в евклидовом пространстве» (до 20 баллов);
3. Выполнение индивидуального задания №2 «Поверхности в евклидовом пространстве» (до 20 баллов);
4. Бонусы за работу на занятиях (до 10 баллов).

Корреляция между стобальной системой оценивания БРС и оценкой на экзамене

- 0-40 баллов - неудовлетворительно;
- 41-60 баллов - удовлетворительно;
- 61-80 баллов - хорошо;
- 81-100 баллов - отлично