

Теоретическое введение

Отношение заряда частицы к его массе называется удельным зарядом. Данная величина экспериментально определяется значительно проще, чем заряд и масса частицы в отдельности. Существуют различные способы определения удельных зарядов частиц. В данной работе используется метод магнитной фокусировки электронных пучков.

Движение частицы можно найти, используя второй закон Ньютона

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \left\{ \vec{E} + [\vec{v} \vec{B}] \right\}, \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \quad (11.1)$$

где в правой части – сила Лоренца.

Точное решение системы этих дифференциальных векторных уравнений (или 6-и скалярных), вообще говоря, достаточно сложное занятие, так как напряженность и индукция могут быть функциями как координат, так и времени.

Ограничимся простым случаем, когда $\vec{E} = 0$, $\vec{B}(0,0,B_z)$, $B_z = const$, то есть электрического поля нет вообще, а магнитное – постоянное и однородное.

Первое уравнение из (11.1) запишется как

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} [\vec{v} \vec{B}] = \frac{q}{m} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix}, \quad (11.2)$$

откуда следует система скалярных уравнений

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{q}{m} v_y B_z, \quad \frac{dv_y}{dt} = -\frac{q}{m} v_x B_z, \quad \frac{dv_z}{dt} = 0 \quad (11.3)$$

Очевидно, что $v_z = const$, то есть вдоль оси **OZ** частица движется равномерно и прямолинейно. Первые два уравнения связаны между собой в систему.

Домножим (11.2) на \vec{v} .

$$\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} \left(\vec{v} [\vec{v} \vec{B}] \right) = 0,$$

так как $\vec{v} \perp [\vec{v} \vec{B}]$. Следовательно,

$$\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} \right) = 0, \quad \frac{v^2}{2} = const.$$

то есть постоянна кинетическая энергия. Магнитная составляющая силы Лоренца не совершает работы, так как она всё время перпендикулярна скорости. Нет работы, следовательно, не меняется магнитный поток, значит, площадь фигуры, охваченной траекторией частицы, постоянна.

Продифференцируем ещё раз первое уравнение из (11.3) и воспользуемся вторым уравнением.

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = \frac{q}{m} \frac{dv_y}{dt} B_z = -\frac{q^2}{m^2} B_z^2 v_x, \quad \text{или} \quad \frac{d^2 v_x}{dt^2} + \omega^2 v_x = 0.$$

Аналогично можно поступить и со вторым уравнением. Уравнения хоть и стали второго порядка, но зато линейные, однородные, с постоянными коэффициентами. Решения их известны

$$v_x = v_{0x} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \text{и} \quad v_y = v_{0y} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Гармонический вид имеют и уравнения для координат. Ясно, что это движение по окружности в плоскости **XOY** с циклической частотой, которая называется циклотронной, периодом и радиусом окружности, который называется ларморовским

$$\omega = \frac{|qB_z|}{m}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{|qB_z|}, \quad R = \frac{v_{\perp} T}{2\pi} = \frac{v_{\perp} m}{|qB_z|} \quad (11.8)$$

Здесь $v_{\perp} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. Отметим, что частота и период не зависят от скорости, следовательно, не зависят и от кинетической энергии частицы.

Приведем 2 варианта рисунка траектории: объемный и плоский

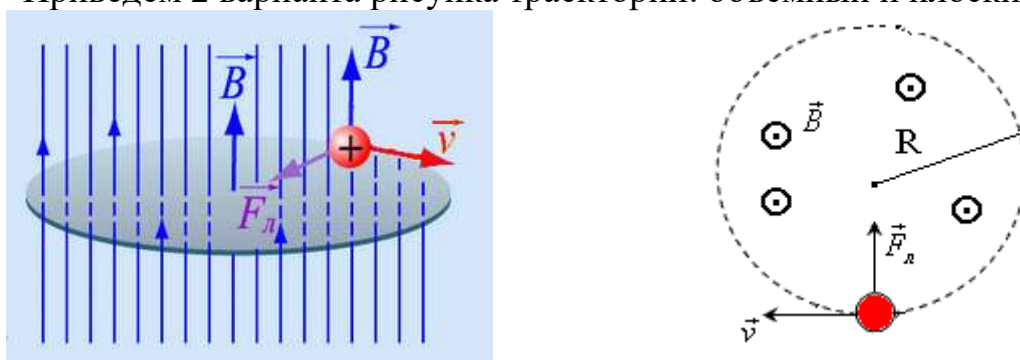


Рис.11.1

Так как вдоль оси **OZ** частица движется равномерно, то результирующее движение, как сумма двух движений, даст в итоге винтовую линию (рис.11.2), шаг которой определяется как *расстояние, пройденное вдоль оси OZ за один оборот*.

$$h = v_z T = \frac{2\pi v_{\perp} m}{|qB_z|}. \quad (11.9)$$

Также приведем рисунки: объемный (качественный) и в двух плоскостях (расчетный) (Рис.11.2).

Таким образом, если частица влетает под углом к магнитному полю, то

$$v_{\perp} = v_0 \sin \alpha, \quad v_{\parallel} = v_0 \cos \alpha.$$

А характеристики траектории определяются из (11.08) и (11.9). Также

$$\frac{R}{h} = \frac{v_{\perp}}{2\pi v_{\parallel}} = \frac{\tan \alpha}{2\pi}, \quad (11.10)$$

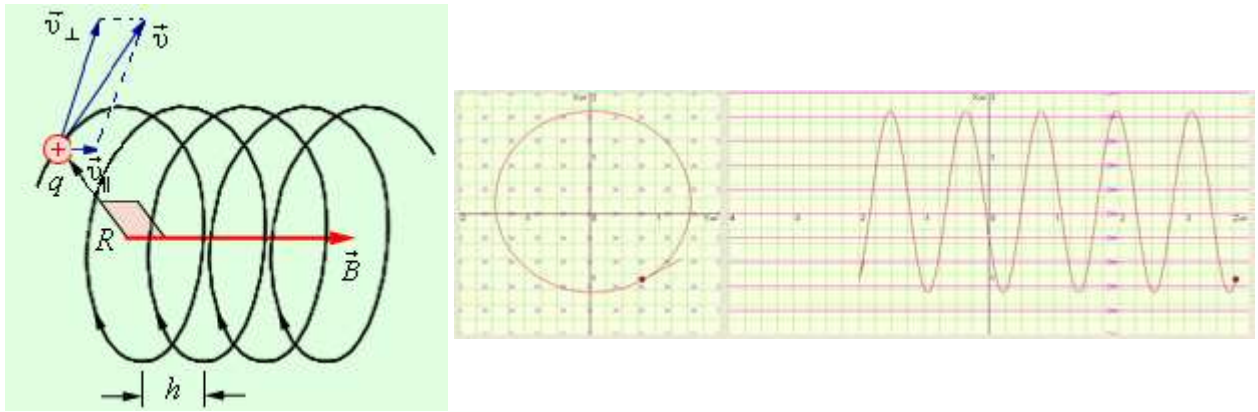


Рис.11.2

В ЭЛТ электроны разгоняются в электрическом поле, которое создается анодным напряжением U , и приобретают продольную скорость, которую можно определить из закона сохранения энергии

$$\frac{mv_{\parallel}^2}{2} = |e|U, \quad v_0 = \sqrt{\frac{2|e|U}{m}}. \quad (11.11)$$

Подставляя в (1) выражение для скорости электрона, выражая удельный заряд, имеем

$$\frac{|e|}{m} = \frac{8\pi^2 U}{h^2 B^2}. \quad (11.12)$$

Магнитное поле в ЭЛТ создается с помощью длинного соленоида. Данное поле внутри соленоида практически однородно и определяется по формуле

$$B = \mu\mu_0 I n, \quad (11.13)$$

где $\mu=1$ – магнитная проницаемость среды в ЭЛТ, $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная, I – сила тока в обмотке соленоида, n – число витков на единицу длины соленоида. В итоге имеем

$$\frac{|e|}{m} = 8U \left(\frac{\pi}{\mu_0 I n h} \right)^2 = \frac{U}{2} \left(\frac{1}{I n h} \right)^2 10^{14}, \quad (11.14)$$

В работе генерирование электронного пучка, его ускорение в продольном электрическом поле, отклонение на малые углы перпендикулярным электрическим полем и фокусировка продольным магнитным полем осуществляется в электроннолучевой трубке (ЭЛТ) осциллографа, помещенной внутрь соленоида (рис.11.3).

Пучок электронов генерируется катодом трубки K и с помощью фокусирующей системы трубки преобразуется в параллельный пучок с осью, совпадающей с осью Z . В промежутке между катодом K и анодом A электроны ускоряются продольным электрическим полем напряжением U до скорости v_0 .

Если на управляющие пластины трубки не подано напряжение и через соленоид не течёт ток, то электроны ударяются об экран трубки в его центре и создают светящееся пятно.

Если подать на управляющие пластины переменное напряжение, то электроны будут отклоняться

этим поперечным полем на некоторые углы, и на экране осциллографа вместо точки будет наблюдаться линия.

Если теперь включить продольное магнитное поле, постепенно увеличивая его, линия на экране начнет поворачиваться и одновременно сокращаться, стягиваясь в точку. Фокусировка наступит при таком токе через соленоид, когда на длине l от управляющих пластин до экрана трубки уложится один виток винтовой линии, то есть $l=h_1$. Дальнейшее увеличение тока через соленоид приведет к расфокусировке электронного пучка. Фокусировку можно повторить при большем токе, когда на длине l уложится два витка винтовой линии $l=2h_2$ три витка $l=3h_3$ и так далее.

$$\frac{|e|}{m} = \frac{U}{2} \left(\frac{N}{I_N n l} \right)^2 10^{14}, \quad (11.15)$$

где $N=1,2,3\dots$ - количество витков винтовой линии.

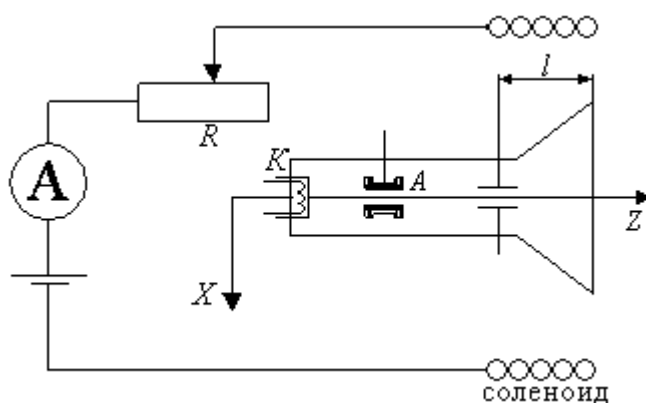


Рис.11.3.



Общий вид установки