

Теория эксперимента

Будем считать тело шарообразным, высоту подъёма небольшой и, следовательно, ускорение свободного падения g постоянным.

Уравнения движения записываются следующим образом

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \quad m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_T + \vec{F}_A + \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Здесь: \vec{F}_T – сила тяжести, \vec{F}_A – сила Архимеда. Сила сопротивления среды \vec{F}_C складывается из двух слагаемых: $\vec{F}_1 = -6\pi\eta a\vec{v} = -3\pi\eta d\vec{v}$ – силы вязкого трения по Стоксу (G. Stokes) и $\vec{F}_2 = -c \frac{\rho_0 S}{2} v\vec{v}$ – силы аэродинамического (лобового) сопротивления по Ньютону (I. Newton). Аэродинамическую подъёмную силу здесь не учитываем.

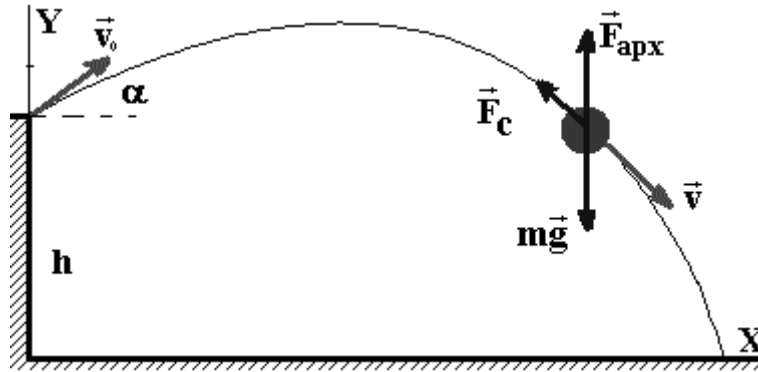


Рис. 1. Движение тела в вязкой среде

В проекциях на стандартно выбранные оси (Рис.1)

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{18\eta}{\rho d^2} v_x - c \frac{3\rho_0}{4\rho d} \sqrt{v_x^2 + v_y^2} v_x, \quad \frac{dx}{dt} = v_x, \quad (1.1)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -g(1 - \frac{\rho_0}{\rho}) - \frac{18\eta}{\rho d^2} v_y - c \frac{3\rho_0}{4\rho d} \sqrt{v_x^2 + v_y^2} v_y, \quad \frac{dy}{dt} = v_y. \quad (1.2)$$

В данных формулах использованы следующие обозначения: d – диаметр шара, η – коэффициент динамической вязкости среды, ρ – плотность материала шара, ρ_0 – плотность среды, c – коэффициент, различный для тел разных форм, называемый коэффициентом лобового сопротивления. В нашей задаче будет использовано значение для шара $c=0,5$.

Введём обозначения:

$$\tau = \frac{\rho d^2}{18\eta} \quad (1.3)$$

– характерное время процесса, то есть время, через которое скорость движения уменьшилась бы в e раз при одномерном движении под действием вязкой силы, только линейно зависящей от скорости;

$$v_p = g\tau \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = \frac{(\rho - \rho_0)d^2 g}{18\eta} \quad (1.4)$$

– величина предельной вертикальной составляющей скорости при линейной зависимости, то есть скорость, которую мог бы приобрести шар при неограниченном падении, если считать, что сила сопротивления пропорциональна первой степени скорости;

$$R = \frac{4\rho d}{3c\rho_0} \quad (1.5)$$

– характерное расстояние. По смыслу – это расстояние, пройдя которое при одномерном движении под действием только силы сопротивления, зависящей от квадрата скорости, шар уменьшил бы свою скорость в e раз.

Тогда уравнения движения принимают вид

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{v_x}{\tau} - \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2} v_x}{R}, \quad \frac{dx}{dt} = v_x, \quad (1.6)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{v_y}{\tau} - \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2} v_y}{R}, \quad \frac{dy}{dt} = v_y. \quad (1.7)$$

Начальные условия также вполне очевидны

$$\vec{r}|_{t=0} = \vec{r}_0(0, h), \quad \vec{v}|_{t=0} = \vec{v}_0(v_0 \cos \alpha, v_0 \sin \alpha). \quad (1.8)$$

Дальнейшее описание и анализ можно посмотреть в публикациях:

1. Бобылев Ю. В., Грибков А. И., Романов Р. В. Компьютерная программа моделирования движения тела в вязкой среде // Проблемы учебного физического эксперимента: Сборник научных трудов. Материалы XXII Всероссийской научно-практической конференции «Учебный физический эксперимент. Актуальные проблемы. Современные решения: Выпуск 27, М.: ИСРО РАО, 2017, С.108-109. <https://elibrary.ru/item.asp?id=29754592>.
2. Бобылев Ю. В., Грибков А. И., Романов Р. В., Романов Р. Р. «Дальше или ближе» или о движении тела в вязкой среде // Инновации в образовании, 2017, №4, С.96-106. <http://elibrary.ru/item.asp?id=28879556>.
3. Бобылёв Ю. В., Грибков А. И., Романов Р. В. Моделирование движения шара в вязкой среде с учётом силы сопротивления, линейно и квадратично зависящей от скорости // Дистанционное и виртуальное обучение, 2017, №6, С.103-110. <https://elibrary.ru/item.asp?id=30684824>.
4. Романов Р. В., Романов Р. Р. Моделирование движения тела, брошенного под углом к горизонту, в вязкой среде. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017619502. Дата

государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 25.08.2017.
(только линейная зависимость от скорости).

5. Бобылев Ю. В., Грибков А. И., Романов Р. В. «Кидай дальше» или четыре способа решения одной известной физической задачи // Физика в школе, 2018, №3, С.42-47.
6. Романов Р. В. Траектория движения шара, брошенного с высоты под углом к горизонту в вязкой среде // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018616219. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 25 мая 2018. //Официальный бюллетень «Программы для ЭВМ. Базы данных. Топологии интегральных микросхем», 2018, №6, с.1 (линейная и квадратичная зависимости от скорости).
7. Бобылёв Ю. В., Грибков А. И., Романов Р. В. О сочетании аналитических и численных методов при решении физических задач // Инновации в образовании, 2018, №11, С. (в печати). (падение шара)