

Скин-эффект в плоской геометрии

1. Система уравнений Максвелла и её решение

Рассмотрим достаточно тонкую очень длинную вдоль оси OZ проводящую ленту (шина), по которой течет переменный ток.

Необходимые для решения задачи уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.1)$$

и материальные уравнения

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad \vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (1.2)$$

где σ – удельная электропроводность, ε – диэлектрическая проницаемость, μ – магнитная проницаемость, ε_0 – электрическая постоянная, μ_0 – магнитная постоянная.

Подставляя (1.2) в ((1.1) имеем

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Используем выражение для оператора ротора в декартовой системе координат

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \vec{e}_x \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{e}_y \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{e}_z \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right).$$

Кроме того, из симметрии задачи очевидно, что $\frac{\partial}{\partial y} = 0$. Тогда

$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad (1)$	$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad (4)$
$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (2)$	$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma E_y + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \quad (5)$
$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}. \quad (3)$	$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \sigma E_z + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}. \quad (6)$

Очевидно, что эти 6 уравнений распадаются на 2 системы:

с компонентами E_z, H_y, E_x – эта система описывает скин-эффект (1.7)	с компонентами H_z, E_y, H_x – эта система описывает вихревые токи.
---	---

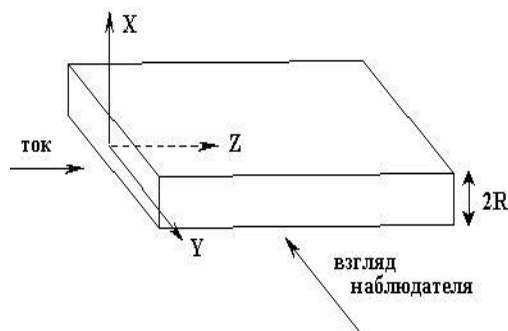


Рис.1

$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \sigma E_z + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}, \quad (6)$	$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad (1)$
$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (2)$	$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma E_y + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \quad (5)$
$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}. \quad (4)$	$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}. \quad (3)$