

2.Скин -эффект

Будем считать, что очень длинный прямолинейный однородный цилиндрический проводник радиуса R находится в однородном, гармонически изменяющемся во времени с частотой ω электрическом поле, напряжённость которого направлена параллельно оси цилиндра – ось z . В цилиндрической системе координат, в которой удобней решать данную задачу, напряжённость электрического поля на поверхности проводника будет определяется равенством

$$\vec{E}|_{r=R} = E_0 \cos \omega t \cdot \vec{e}_z, \quad (2.1)$$

где $E_0 = \text{const.}$ В силу этого условия и симметрии задачи, можно считать, что

$$\vec{E} = E_z(r, t) \cdot \vec{e}_z, \quad (2.2)$$

и, расписав оператор Лапласа в первом уравнении в цилиндрических координатах, записать для функции $E_z(r, t)$ такое уравнение и граничное условие

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} = \mu \mu_0 \sigma \frac{\partial E_z}{\partial t}, \quad E_z|_{r=R} = E_0 \cos \omega t \quad (2.3)$$

Решение этого уравнения проводится методом комплексных амплитуд и обычно выражается через функции Бесселя комплексного аргумента. Однако расчёт таких функций, представляет собой достаточно сложную вычислительную задачу, поэтому на наш взгляд в данном случае удобней воспользоваться представлением решения через функции Кельвина нулевого порядка $ber_0(x)$ и $bei_0(x)$, что позволяет выразить решение уравнения формулой, аналогичной формуле, полученной для плоской геометрии

$$E_z(r, t) = E_0 \frac{\sqrt{ber_0^2(f) + bei_0^2(f)}}{\sqrt{ber_0^2(f_R) + bei_0^2(f_R)}} \cos(\omega t + \varphi - \varphi_R), \quad (2.4)$$

где

$$f = \frac{\sqrt{2}r}{\delta}, \quad f_R = \frac{\sqrt{2}R}{\delta}, \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu \mu_0 \omega \sigma}}, \quad \varphi = \arctg \frac{bei_0(f)}{ber_0(f)}, \quad \varphi_R = \arctg \frac{bei_0(f_R)}{ber_0(f_R)}$$