

Теория эксперимента

Будем считать тело шарообразным, высоту подъёма небольшой и, следовательно, ускорение свободного падения g постоянным.

Уравнения движения записываются следующим образом

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \quad m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_T + \vec{F}_A + \vec{F}_1 + \vec{F}_2. \quad (1.1)$$

Здесь: $\vec{F}_T = m\vec{g}$ – сила тяжести, $\vec{F}_A = -\rho_0 V \vec{g}$ – сила Архимеда. Сила сопротивления среды складывается из двух слагаемых: $\vec{F}_1 = -6\pi\eta a \vec{v} = -3\pi\eta d \vec{v}$ – сила вязкого трения по Д. Стоксу (G. Stokes) и $\vec{F}_2 = -c \frac{\rho_0 S}{2} v \vec{v}$ – сила аэродинамического (лобового) сопротивления по И. Ньютону (I. Newton). [4, с. 205].

В данных формулах также использованы следующие обозначения: d – диаметр шара, $V = \pi d^3/6$ и $m = \rho V$ – его объём и масса, $S = \pi d^2/4$ – площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную к направлению движения (миделевое (От нидерл. Middel — средний, середина) сечение), η – коэффициент динамической вязкости среды, ρ – плотность материала шара, ρ_0 – плотность среды, c – коэффициент, различный для тел разных форм, называемый коэффициентом лобового сопротивления. В нашей задаче будет использовано значение для шара $c=0,5$.

В задаче слишком много параметров, число которых можно сократить, если ввести обозначения:

$$\tau = \frac{\rho d^2}{18\eta} \quad (1.2)$$

– время, через которое скорость движения уменьшилась бы в e раз при одномерном движении под действием только силы \vec{F}_1 ;

$$v_p = g\tau \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = \frac{(\rho - \rho_0)d^2 g}{18\eta} > 0 \quad (1.3)$$

– скорость, которую мог бы приобрести шар при неограниченном падении под действием только силы \vec{F}_1 .

Случай всплывания тела ($\rho < \rho_0$, $mg < F_A$) не рассматриваем;

$$R = \frac{4\rho d}{3c\rho_0} \quad (1.4)$$

– расстояние, пройдя которое при одномерном движении под действием только силы \vec{F}_2 , шар уменьшил бы свою скорость в e раз.

При произвольном угле бросания аналитическое решение задачи нам неизвестно, а численное решение и его подробный анализ приведены в [5].

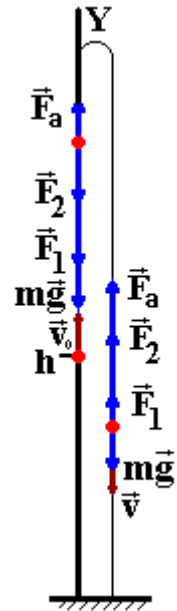


Рис.1

К условию задачи

2. Вертикальное движение

А вот при линейном движении, когда начальная скорость направлена вертикально вверх или вниз (Рис.1), задача существенно упрощается

$$\frac{dy}{dt} = v_y, \quad \frac{dv_y}{dt} = -\frac{v_p}{\tau} - \frac{v_y}{\tau} - \frac{|v_y| v_y}{R}. \quad (2.1)$$

и решается аналитически до конца при произвольной начальной высоте и скорости, то есть при начальных условиях

$$y|_{t=0} = h, \quad v_y|_{t=0} = v_{0y}. \quad (2.2)$$

По сути дела задача сводится к вычислению интегралов

$$y = h + \int_0^t v_y dt, \quad \int_{v_{0y}}^{v_y} \frac{dv_y}{v_p + v_y + \frac{\tau}{R} |v_y| v_y} = \int_0^t dt = -\frac{t}{\tau}, \quad (2.3)$$

где интеграл во втором уравнении (2.3) относится к категории табличных [5, С.92]. Конкретный вид его решения зависит от значения величины

$$b = \frac{4v_p\tau}{R} = \frac{c\rho_0(\rho - \rho_0)gd^3}{108\eta^2}, \quad (2.4)$$

которая записана с помощью обозначений (1.2)-(1.4), а также в явном виде через исходные параметры.

Модуль скорости $|v_y|$, в (2.3) осложняет решение, и необходимо рассматривать 2 случая: движение вверх и вниз.

Дальнейшее описание и анализ можно посмотреть в:

1. Бобылев Ю. В., Грибков А. И., Романов Р. В. Компьютерная программа моделирования движения тела в вязкой среде // Проблемы учебного физического эксперимента: Сборник научных трудов. Материалы XXII Всероссийской научно-практической конференции «Учебный физический эксперимент. Актуальные проблемы. Современные решения: Выпуск 27. М.: ИСРО РАО, 2017, С.108-109. <https://elibrary.ru/item.asp?id=29754592>.
2. Бобылев Ю. В., Грибков А. И., Романов Р. В. Романов Р. Р. «Дальше или ближе» или о движении тела в вязкой среде // Инновации в образовании, 2017, №4, С.96-106. <http://elibrary.ru/item.asp?id=28879556>. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.edit.muh.ru/content/mag/jour3.php?link=io042017>.
3. Бобылёв Ю. В., Грибков А. И., Романов Р. В. Моделирование движения шара в вязкой среде с учётом силы сопротивления, линейно и квадратично зависящей от скорости // Дистанционное и виртуальное обучение, 2017, №6, С.103-110. <https://elibrary.ru/item.asp?id=30684824>. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.edit.muh.ru/content/mag/jour3.php?link=di062017>.
4. Романов Р. В., Романов Р. Р. Моделирование движения тела, брошенного под углом к горизонту, в вязкой среде. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017619502. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 25.08.2017. //Официальный бюллетень «Программы для ЭВМ. Базы данных. Топологии интегральных

микросхем», 2017, №9, с.1. (только линейная зависимость от скорости). [Электронный ресурс]. URL:

[http://www1.fips.ru/wps/PA_FipsPub/res/BULLETIN/PrEVM/2017/09/20/IN
DEX.HTM](http://www1.fips.ru/wps/PA_FipsPub/res/BULLETIN/PrEVM/2017/09/20/INDEX.HTM).

5. Бобылев Ю. В., Грибков А. И., Романов Р. В. «Кидай дальше» или четыре способа решения одной известной физической задачи // Физика в школе, 2018, №3, С.42-47. (пока нет в РИНЦ) [Электронный ресурс]. URL: http://www.schoolpress.ru/products/rubria/index.php?ID=81421&SECTION_ID=48.
6. Романов Р. В. Траектория движения шара, брошенного с высоты под углом к горизонту в вязкой среде // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018616219. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 25 мая 2018. //Официальный бюллетень «Программы для ЭВМ. Базы данных. Топологии интегральных микросхем», 2018, №6, с.1. (линейная и квадратичная зависимости от скорости). [Электронный ресурс]. URL: [http://www1.fips.ru/wps/PA_FipsPub/res/BULLETIN/PrEVM/2018/06/20/IN
DEX.HTM](http://www1.fips.ru/wps/PA_FipsPub/res/BULLETIN/PrEVM/2018/06/20/INDEX.HTM).
7. Бобылёв Ю. В., Грибков А. И., Романов Р. В. О сочетании аналитических и численных методов при решении физических задач // Инновации в образовании, 2018, №11, С. (в печати, пока нет в РИНЦ)