

Электростатические поля двух точечных зарядов

1. Условие задачи

Два точечных заряда q_1 и q_2 находятся на расстоянии $2a$ друг от друга в точках с координатами $(-a, 0)$ и $(a, 0)$. Чтобы не было расхождений, можно считать их маленькими шариками, радиусы которых $r_{шар} \ll a$.

Расположение зарядов показано на рисунке. Начало системы координат выбираем в середине между зарядами.

$$\vec{r}_1 = \vec{r} + \vec{a}, \quad \vec{r}_2 = \vec{r} - \vec{a}.$$

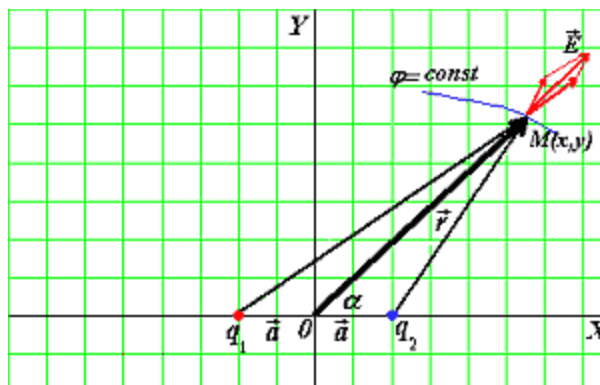


Рис.1.1

2. Эквипотенциальные линии

Потенциал в произвольной точке $M(x, y)$ равен

$$\varphi(\vec{r}) = k \left\{ \frac{q_1}{|\vec{r} + \vec{a}|} + \frac{q_2}{|\vec{r} - \vec{a}|} \right\}. \quad (2.1)$$

Тогда в декартовых координатах

$$\varphi(x, y) = k \left\{ \frac{q_1}{\left[(x+a)^2 + y^2 \right]^{1/2}} + \frac{q_2}{\left[(x-a)^2 + y^2 \right]^{1/2}} \right\}. \quad (2.2)$$

А в полярных координатах $x = r \cos \alpha$, $y = r \sin \alpha$

$$\varphi(x, y) = k \left\{ \frac{q_1}{\left[r^2 + 2ra \cos \alpha + a^2 \right]^{1/2}} + \frac{q_2}{\left[r^2 - 2ra \cos \alpha + a^2 \right]^{1/2}} \right\}. \quad (2.3)$$

Уравнение эквипотенциальной линии

$$\frac{q_1}{\left[(x+a)^2 + y^2 \right]^{1/2}} + \frac{q_2}{\left[(x-a)^2 + y^2 \right]^{1/2}} = \frac{\varphi}{k} = \text{const}. \quad (2.4)$$

3. Линии напряжённости (силовые линии)

Напряжённость в произвольной точке $M(x, y)$ равна

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \left\{ \frac{q_1(\vec{r} + \vec{a})}{|\vec{r} + \vec{a}|^3} + \frac{q_2(\vec{r} - \vec{a})}{|\vec{r} - \vec{a}|^3} \right\}. \quad (3.1)$$

Тогда в декартовых координатах её проекции

$$E_x(x, y) = k \left\{ \frac{q_1(x+a)}{\left[(x+a)^2 + y^2\right]^{3/2}} + \frac{q_2(x-a)}{\left[(x-a)^2 + y^2\right]^{3/2}} \right\}. \quad (3.2)$$

$$E_y(x, y) = ky \left\{ \frac{q_1}{\left[(x+a)^2 + y^2\right]^{3/2}} + \frac{q_2}{\left[(x-a)^2 + y^2\right]^{3/2}} \right\}. \quad (3.3)$$

Уравнение линии напряжённости определяется из соотношения

$$\frac{dy}{dx} = \frac{E_y}{E_x}. \quad (3.4)$$

Тогда

$$\frac{dy}{dx} = y \frac{q_1 \left[(x-a)^2 + y^2\right]^{3/2} + q_2 \left[(x+a)^2 + y^2\right]^{3/2}}{q_1(x+a) \left[(x-a)^2 + y^2\right]^{3/2} + q_2(x-a) \left[(x+a)^2 + y^2\right]^{3/2}}. \quad (3.5)$$

или

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{y} \left\{ x + a \frac{q_1 \left[(x-a)^2 + y^2\right]^{3/2} - q_2 \left[(x+a)^2 + y^2\right]^{3/2}}{q_1 \left[(x-a)^2 + y^2\right]^{3/2} + q_2 \left[(x+a)^2 + y^2\right]^{3/2}} \right\}. \quad (3.6)$$

Этот вариант используется в программе для одноимённых зарядов.

Для разноименных зарядов использованы полярные координаты

$$\frac{dr}{d\alpha} = -\frac{r}{\sin \alpha} \left[\frac{r}{a} \frac{q_1 \left[r^2 - 2racos \alpha + a^2\right]^{3/2} + q_2 \left[r^2 + 2racos \alpha + a^2\right]^{3/2}}{q_1 \left[r^2 - 2racos \alpha + a^2\right]^{3/2} - q_2 \left[r^2 + 2racos \alpha + a^2\right]^{3/2}} + \cos \alpha \right]. \quad (3.7)$$

В обоих случаях дифференциальное уравнение вряд ли решается аналитически, поэтому возможно только численное решение.

Дальше надо дописывать!

Публикации по программе

1. Романов Р.В. Компьютерный эксперимент «Моделирование силовых линий и эквипотенциальных линий двух точечных зарядов» Компьютерные учебные программы и инновации, 2002, №4(8), С.25. <http://elibrary.ru/item.asp?id=26611085>. М: Всероссийский научно-технический информационный центр (ВНТИЦ), №50200100378, 09.10.2001.
2. Романов Р.В. Компьютерный эксперимент «Электростатическое поле двух точечных зарядов» Компьютерные учебные программы и инновации, 2007, №8, С.29 <http://elibrary.ru/item.asp?id=24059134>. М.:

Национальный информационный фонд неопубликованных документов, №50200700292, 12.02.2007.

3. Романов Р.В. Моделирование электростатического поля двух точечных зарядов //Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2016660174. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 08 сентября 2016 //Официальный бюллетень «Программы для ЭВМ. Базы данных. Топологии интегральных микросхем», 2016, №10, С.1 <http://elibrary.ru/item.asp?id=26859089>.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=36262377>.
4. А. И. Грибков, Р. В. Романов Компьютерное моделирование несимметричных электростатических полей точечных зарядов. Международная научно-практическая конференция «Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике» Брест, 25-26 апреля 2024 года. **Пока не опубликовано.**
старая программа. Картинка разноименных зарядов.
5. А. И. Грибков, Р. В. Романов Демонстрация электростатических полей двух точечных зарядов в реальном и виртуальном эксперименте II Всероссийской научно-практической конференции «Инновационные технологии в образовательном процессе как составляющая качества образования», с 25.06.2024 по 27.06.2024 г. Мелитополь Есть программа, есть сертификат. **Пока не опубликовано.**
Новая программа. Картинка одноименных зарядов