

Лабораторная работа № 10 Броуновское движение¹

Цель работы: научиться получать с помощью микроскопа картину броуновского движения; качественное изучение движения броуновской частицы, определение постоянной Больцмана.

Оборудование: микроскоп, осветитель, предметное стекло, покровное стеклышко, акварельная краска, дистиллированная вода, стеклянная палочка, иммерсионное масло, бумажная салфетка, свеча восковая, спички.

Теоретическая часть

В 1827 году Р. Броун² обратил внимание на движение взвешенных в жидкости частиц. Все частицы двигались по необычным траекториям, представляющим собой ломаные линии. Движение было непрерывным и ни на миг не прекращалось. Обнаруженное учёным явление стало называться в его честь броуновским движением.

Броуновское движение — непрерывное, беспорядочное движение малых частиц, взвешенных в жидкости или газе, происходящее под действием ударов молекул окружающей среды.

Во второй половине XIX века объяснение данного явления заинтересовало многих ученых. Выяснилось, что причина броуновского движения — тепловое движение молекул среды и отсутствие точной компенсации ударов, испытываемых частицей со стороны окружающих её молекул, т. е. броуновское движение обусловлено флуктуациями³ давления. Удары молекул среды приводят частицу в беспорядочное движение: скорость её быстро меняется по величине и направлению. При этом на скорость частиц влияет их масса и вязкость окружающей среды. Мелкие частицы двигались быстрее, чем крупные. Если фиксировать положение частицы через небольшие равные промежутки времени, то построенная таким образом траектория оказывается чрезвычайно сложной и запутанной.

Несмотря на кажущийся беспорядок и случайные перемещения броуновских частиц, оказалось всё же возможным описать это движение математической формулой. Впервые строгое объяснение броуновского

¹ Работа подготовлена в рамках выполнения КР студенткой группы 120922 факультета МФиИ Бочаровой Татьяной Анатольевной. Научные руководители Грибков А.И., Романов Р.В. 2014 год. С изменениями 2022 год.

² Броун Роберт (Robert Brown) (21.12.1773 – 10.06.1858). Шотландский ботаник. Исследовал развитие пыльника и движение плазматических телец в нём. Открыл движение пыльцевых зёрен в жидкости, позднее названное его именем.

³ Флуктуации (от лат. fluctuatio – колебание) – случайные отклонения физических величин от их средних значений.

движения дал в 1904 году М. Смолуховский⁴. Одновременно разработку теории этого явления вёл Альберт Эйнштейн⁵.

Вследствие неполной компенсации ударов молекул на броуновскую частицу действует сила со стороны всех молекул \vec{F} , под действием которой частицы и движутся. Кроме этой силы на частицу действует сила Стокса (сила сопротивления среды)

$$\vec{F}_{mp} = -6\pi\eta a\vec{v}, \quad (1)$$

вызванная вязкостью среды и направленная против скорости.

Уравнение движения частицы (второй закон Ньютона), рассмотренное для проекции на произвольную ось OX имеет вид

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x - 6\pi\eta a \frac{dx}{dt}. \quad (2)$$

Здесь m – масса броуновской частицы, a – её радиус, η – коэффициент вязкости среды, F_x – составляющая результирующей силы \vec{F} вдоль оси OX .

Так как все направления равновероятны, то среднее значение проекции координаты $\langle x \rangle$ будет равно нулю, однако не будет равно нулю среднее значение квадрата смещения $\langle x^2 \rangle$. Для нахождения этой величины умножим обе части уравнения на координату x

$$mx \frac{d^2x}{dt^2} = F_x x - 6\pi\eta a x \frac{dx}{dt}. \quad (3)$$

Выполним некоторые преобразования.

$$\frac{d}{dt}(x^2) = 2x \frac{dx}{dt}, \quad (4)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}(x^2) = \frac{d}{dt} \cdot \frac{d}{dt}(x^2) = \frac{d}{dt} \left(2x \frac{dx}{dt} \right) = 2 \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + x \frac{d^2x}{dt^2} \right], \quad (5)$$

$$x \frac{d^2x}{dt^2} = \left[\frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2}(x^2) - \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right]. \quad (5a)$$

Тогда

$$\frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2}(x^2) - m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = x F_x - 3\pi\eta a \frac{d}{dt}(x^2). \quad (6)$$

Это равенство справедливо для любой частицы и пригодно для средних значений входящих в него величин, если усреднение вести по достаточно большому числу частиц. Поэтому можно написать

⁴ Смолуховский Мариан (Marian Smoluchowski) (28.05.1872 – 05.09.1917). Польский физик-теоретик. Работы посвящены молекулярной физике, термодинамике, статистической механике, в частности кинетической теории газов и жидкостей.

⁵ Эйнштейн Альберт (Albert Einstein) (14.03.1879 – 18.04.1955). Физик-теоретик, создатель теории относительности, автор основополагающих трудов по квантовой теории и статистической физике, один из основателей современной физики.

$$\frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2} \langle x^2 \rangle - m \langle v_x^2 \rangle = \langle F_x x \rangle - 3\pi\eta a \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle. \quad (7)$$

Так как x и F_x не зависят друг от друга, то можно считать, что

$$\langle F_x x \rangle = \langle F_x \rangle \langle x \rangle = 0. \quad (8)$$

Известное основное уравнение МКТ справедливо для любых, не взаимодействующих друг с другом частиц, совершающих хаотические движения. С точки зрения МКТ броуновскую частицу можно считать гигантской молекулой, поэтому для неё также справедлив принцип Больцмана и, следовательно,

$$m \frac{\langle v_x^2 \rangle}{2} = \frac{1}{2} kT. \quad (9)$$

Тогда уравнение принимает вид

$$\frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2} \langle x^2 \rangle - kT = -3\pi\eta a \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle. \quad (10)$$

Произведём замену переменной

$$z = \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle. \quad (11)$$

Тогда

$$\frac{m}{2} \frac{dz}{dt} + 3\pi\eta a z = kT. \quad (12)$$

Полученное дифференциальное уравнение – обыкновенное, линейное, неоднородное. Из математики известно, что его решение – это сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного.

Умножим выражение на $\frac{2}{m}$, тогда

$$\frac{dz}{dt} + \frac{6\pi\eta a}{m} z = 2 \frac{kT}{m}. \quad (13)$$

Его решение

$$z = C \cdot e^{-\frac{6\pi\eta a}{m} t} + \frac{kT}{3\pi\eta a}. \quad (14)$$

Где константа находится из начальных условий

$$z|_{t=0} = 0, \quad C = -\frac{kT}{3\pi\eta a}. \quad (15, 16)$$

В результате получим

$$z = \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle = -\frac{kT}{3\pi\eta a} e^{-\frac{6\pi\eta a}{m} t} + \frac{kT}{3\pi\eta a} = \frac{kT}{3\pi\eta a} \left(1 - e^{-\frac{6\pi\eta a}{m} t} \right). \quad (17)$$

Второе слагаемое в скобках весьма мало, следовательно, им можно пренебречь. Тогда выражение примет вид

$$z = \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle = \frac{kT}{3\pi\eta a}. \quad (18)$$

Окончательно имеем

$$\langle x^2 \rangle = \frac{kT}{3\pi\eta a} \Delta t. \quad (19)$$

Среднее значение квадрата смещения броуновской частицы за интервал времени Δt вдоль оси Ox , или любой другой оси, пропорционально этому промежутку времени.

Формула (19) получила название формулы Эйнштейна-Смолуховского. В ней x означает смещение частицы только в одном избранном направлении (принятом нами за направление оси Ox), то есть x есть проекция полного смещения r на это направление. Очевидно

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2. \quad (20)$$

Усредняя и принимая во внимание, что

$$\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle, \quad (21)$$

получим

$$\langle r^2 \rangle = 3 \langle x^2 \rangle. \quad (22)$$

Поэтому формулу (19) можно записать в виде

$$\langle r^2 \rangle = \frac{kT}{\pi\eta a} \Delta t. \quad (23)$$

В 1908 году французский физик Ж. Б. Перрен⁶ начал количественные наблюдения за движением броуновских частиц под микроскопом. Крошечные шарики почти сферической формы и примерно одинакового размера Перрен получал из гуммигута. Он отмечал и потом зарисовывал (в сильно увеличенном масштабе) на разграфлённом листе бумаги положение частиц через равные интервалы, например, через каждые 30 с (рис.1). Соединяя полученные точки прямыми, он получал замысловатые траектории. Такое хаотичное, беспорядочное движение частиц приводит к тому, что перемещаются они в пространстве довольно медленно: сумма отрезков намного больше смещения частицы от первой точки до последней. Результаты, полученные Перреном, подтвердили теоретические выводы Эйнштейна и Смолуховского.

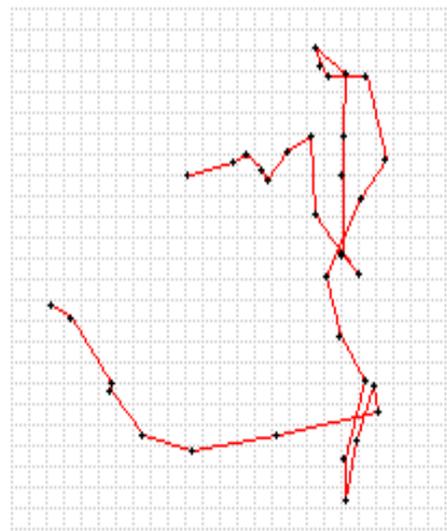


Рис. 1. Траектория движения броуновской частицы

⁶ Перрен Жан Батист (Jean Baptiste Perrin) (30.09.1870 – 17.04.1942). Французский физик. Доказал (1895 г.), что катодные лучи являются потоком отрицательно заряженных частиц. Исследовал броуновское движение.

Экспериментальная часть

Подготовка оборудования

Для наблюдения броуновского движения используйте сильно разведённую акварельную краску или раствор канифоли сосновой.

Порядок работы с микроскопом

Определите увеличение микроскопа, перемножив увеличения окуляра и объектива. Главную роль здесь играет увеличение объектива, т.к. обычно окуляры имеют увеличение в 10 и 15 раз, т.е. мало отличаются друг от друга.

Научитесь наводить микроскоп на резкость.

Для тренировки возьмите предметное стекло, нарисуйте на нём линию (кляксу) шариковой ручкой.

Положите препарат на предметный столик. Направьте с помощью зеркала свет в объектив микроскопа. (При этом яркость поля зрения не должна быть больше яркости тетрадного листа на столе).

Глядя на препарат и микроскоп сбоку, осторожно опустите тубус микроскопа почти до касания с покровным стеклом.

Затем, глядя в окуляр микроскопа, очень медленно вращайте микровинт только на себя, стараясь не пропустить того положения, когда препарат станет резко видным. В случае появления неконтрастной картины (серые частицы на светлом фоне) необходимо отрегулировать освещение микроскопа.

Ход работы в реальном режиме

1. Подготовьте микроскоп к работе.

2. Приготовьте препарат:

Тщательно отмойте поверхность предметного стекла от жировых следов. Затем тщательно вытрите его бумажной салфеткой.

Поместите стеклянной палочкой небольшую каплю приготовленной эмульсии с броуновскими частицами на предметное стекло.

Аккуратно накройте эту каплю сверху так же вымытым покровным стеклом. Необходимо следить, чтобы под покровным стеклом не оставалось пузырьков воздуха. Излишки эмульсии, вытекшие за края покровного стекла, удалите бумажной салфеткой.

Осторожно залейте растопленным воском все четыре края покровного стекла, чтобы предохранить препарат, оставшийся под покровным стеклом, от высыхания.

3. Приготовленный препарат с эмульсией с броуновскими частицами поместите на предметный столик микроскопа. Для улучшения резкости изображения между объективом и покровным стеклом поместите каплю иммерсионного масла.

4. С помощью ручки грубой настройки микроскопа опустите объектив почти до соприкосновения с покровным стеклом. Эту операцию, чтобы не разбить стекло, следует делать осторожно. Затем с помощью микровинта

тонкой настройки микроскопа поднимите объектив, наблюдая картинку через окуляр. Поднятие осуществляйте до тех пор, пока не исчезнет последнее чёткое изображение.

5. После этого медленно опустите объектив с помощью микровинта до получения резкого изображения частиц и царапин на верхней поверхности покровного стекла. При продолжении опускания рисунок размывается, и следующая резкая картинка будет соответствовать нижней поверхности покровного стекла и движущимся вплотную к ней броуновским частицам. Очевидно, что для наблюдений следует выбрать частицы ещё более глубоких слоев эмульсии, чтобы на их движение не влияли силы трения о поверхность стекла.

6. Добейтесь того, чтобы было отчётливо видно несколько подвижных частиц. Внимательно рассмотрите движение частиц, убедитесь в хаотичности их движения. Кроме хаотичного движения частиц обычно наблюдается их направленное движение, которое попытайтесь минимизировать.

7. Полученную картинку движения броуновских частиц продемонстрируйте преподавателю.

8. Количественная регистрация положений броуновской частицы, наблюдаемой в окуляр микроскопа затруднена, поэтому её движение моделируется компьютерной программой на странице виртуального лабораторного практикума. URL: https://tsput.ru/res/fizika/for_phys_10.htm.

Контрольные вопросы

1. В чём заключается броуновское движение?
2. Запишите уравнение Эйнштейна - Смолуховского. От каких параметров зависит движение броуновской частицы?
3. Определите увеличение микроскопа.
4. Пр продемонстрируйте преподавателю умение получать резкое изображение броуновских частиц.
5. Как изменится картина броуновского движения при увеличении температуры.
6. Как изменится картина броуновского движения, если водную эмульсию заменить эмульсией на глицерине?

Литература

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика / Д. В. Сивухин.- М.: Наука, 1979. - 552 с.
2. Савельев, И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие для втузов. Молекулярная физика и термодинамика / И. В. Савельев. - М.: ООО «Издательство Астрель», ООО «Издательство АСТ», 2001. - 208 с.
3. Кикоин, И. К. Кикоин, А. К. Молекулярная физика / И. К. Кикоин, А. К. Кикоин. - М.: Физматгиз, 1963. – 500 с.
4. Матвеев А. Н. Молекулярная физика: Учеб. для физ. спец. вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1987. – 360 с.