

## Лабораторная работа № 6

### Определение коэффициента внутреннего трения жидкости

*Цель работы* определение коэффициента внутреннего трения (вязкости) различных жидкостей двумя методами: методом Стокса<sup>1</sup> и методом сравнения.

#### Теоретическая часть

При движении жидкости между её соседними слоями, имеющими различные скорости, возникают силы внутреннего трения (вязкости), направленные по касательной к поверхности слоёв. Величина этих сил зависит от рода жидкости, от разности скоростей и расстояния между слоями и определяется формулой Ньютона

$$F = \eta \frac{dv}{dy} S, \quad (1)$$

где  $\eta$  – коэффициент внутреннего трения жидкости,  $\frac{dv}{dy}$  – абсолютная величина градиента скорости,  $S$  – площадь поверхности взаимодействующих слоев жидкости.

Рассмотрим жидкость, движущуюся в направлении оси  $x$  (рис. 1). Пусть скорость слоя (1) равна  $\vec{v}$ , скорость слоя (2) равна  $\vec{v} + d\vec{v}$ , кратчайшее расстояние между слоями  $dy$ . Абсолютная

величина градиента скорости  $\frac{dv}{dy}$  определяет

быстроту изменения скорости жидкости от слоя к слою в направлении нормали к слоям.

Коэффициент внутреннего трения  $\eta$  зависит от природы жидкости и от её термодинамического состояния. Его называют также коэффициентом вязкости.

Динамический коэффициент вязкости численно равен силе внутреннего трения, действующей на единицу поверхности слоя при единичном градиенте скорости. В СИ единицей динамического коэффициента вязкости является  $1 \text{ (Н/м}^2\text{)} \cdot \text{с} = 1 \text{ Па} \cdot \text{с}$  (паскаль-секунда). Помимо динамического коэффициента вязкости часто пользуются

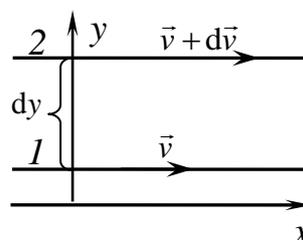


Рис. 1. Слои жидкости

<sup>1</sup>Стокс (Stokes) Джордж Габриель (1819–1903) – английский физик и математик. Фундаментальные исследования по гидродинамике (уравнение Навье – Стокса, закон Стокса). Труды по оптике, спектроскопии и люминесценции (правило Стокса), гравиметрии, векторному анализу (формула Стокса).

кинематическим коэффициентом вязкости  $\nu = \eta / \rho$ , где  $\rho$  – плотность жидкости.

## 1. Метод Стокса

Действие сил внутреннего трения проявляется при движении тел в жидкости. При малых скоростях и обтекаемой форме тела, когда не возникает вихрей, сила сопротивления обусловлена исключительно вязкостью жидкости. Слой жидкости, непосредственно прилегающий к твёрдому телу, увлекается им полностью. Следующий слой увлекается за телом с меньшей скоростью. Таким образом, между слоями возникают силы сопротивления. В 1851 г. английский физик Д. Г. Стокс вывел формулу для силы сопротивления, действующей на твёрдый шар при его медленном равномерном поступательном движении в неограниченной жидкости

$$F_{\text{тр}} = 6\pi\eta r v, \quad (2)$$

где  $\eta$  – динамический коэффициент вязкости,  $r$  – радиус шара,  $v$  – скорость шара относительно жидкости.

Пусть шарик радиусом  $r$ , изготовленный из материала плотностью  $\rho_{\text{ш}}$ , падает в исследуемой жидкости плотностью  $\rho_{\text{ж}}$ . На него будут действовать три силы: сила тяжести, направленная вниз

$$F_{\text{т}} = mg = \rho_{\text{ш}} \frac{4}{3} \pi r^3 g, \quad (3)$$

( $g$  – ускорение свободного падения), выталкивающая архимедова сила, направленная вверх

$$F_{\text{А}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{ш}} = \rho_{\text{ж}} g \frac{4}{3} \pi r^3, \quad (4)$$

и сила внутреннего трения (2), также направленная вверх. Силы  $F_{\text{т}}$  и  $F_{\text{А}}$  не зависят от скорости шарика (постоянны), а сила  $F_{\text{тр}}$  увеличивается по мере увеличения скорости шарика. При некоторой скорости  $v$  наступает равновесие сил, то есть шарик движется с постоянной скоростью  $v$  (установившееся движение). Тогда, применяя второй закон Ньютона, получаем выражение для модуля сил

$$F_{\text{т}} = F_{\text{А}} + F_{\text{тр}}. \quad (5)$$

Подставим формулы (2), (3) и (4) в формулу (5)

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{ш}} g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{ж}} g + 6\pi\eta r v, \quad (6)$$

откуда

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\nu} (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}). \quad (7)$$

Это уравнение справедливо только тогда, когда шарик падает в безграничной среде. Если шарик падает вдоль оси трубы радиусом  $R$ , то приходится учитывать влияние стенок трубы. С учётом поправок формула для определения коэффициента вязкости принимает следующий вид

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\nu} \frac{(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{\left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (8)$$

## Экспериментальная часть

### Описание установки и метод измерения

Прибор состоит из стеклянного цилиндра (1) – рис. 2, заполненного исследуемой жидкостью. На цилиндре имеются две горизонтальные кольцевые метки (2) и (3), выполненные в виде резиновых колец. Верхняя метка (2) должна быть ниже уровня жидкости на 5-6 см. Это расстояние необходимо для перехода шарика в установившийся режим движения. Цилиндр подвешен в вертикальном положении на кронштейне с помощью хомута (4). Фото установки представлено на рис. 3. Для выполнения работы необходимы также линейка, секундомер и микрометр. В работе используются шарики свинцовой дроби ( $\rho_{\text{ш}} = 11,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ) и глицерин – установка **ба** или касторовое масло – установка **бб**.

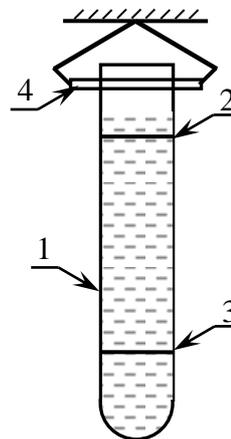


Рис. 2. Схема установки

### Выполнение работы

1. По приборам лаборатории определить температуру воздуха в аудитории  $t_{\kappa}$  и атмосферное давление  $p_{\text{ат}}$ . Результаты записать.
2. Измерить микрометром диаметр каждого шарика пять раз в различных направлениях. Результаты измерений занести в таблицу ( $d_1$  – диаметр первого шарика,  $d_2$  – второго и т.д.). Следить за тем, чтобы при измерениях **не произошло деформации** (сплющивания) шарика микрометром. Для этого **барабан микрометра вращать только за трещотку!!!**

№			$d_1$ , мм	$d_2$ , мм	$d_3$ , мм
1					
2					
3					
4					
5					
$l$ , м			$\langle r_1 \rangle$ , м	$\langle r_2 \rangle$ , м	$\langle r_3 \rangle$ , м
$\eta_1$ , Па·с	$\eta_2$ , Па·с	$\eta_3$ , Па·с	$\tau_1$ , с	$\tau_2$ , с	$\tau_3$ , с
			$v_1$ , м/с	$v_2$ , м/с	$v_3$ , м/с

- Опустить шарик в цилиндр с исследуемой жидкостью как можно ближе к поверхности жидкости, налитой в цилиндр (1) рядом с осью (воображаемой) цилиндра (1) и определить с помощью секундомера время  $\tau$  прохождения шарика между кольцевыми метками (2) и (3).
- Пункт 2 повторить для оставшихся двух шариков. Результаты измерений занести в таблицу.
- Измерить линейкой расстояние  $l$  между метками и вычислять скорость каждого шарика ( $v = l/\tau$ ). Результаты занести в таблицу.
- Рассчитать средний радиус каждого шарика, результат записать в таблицу в СИ.
- По формуле (8) вычислить коэффициент вязкости в СИ. (Значение плотности исследуемой жидкости, диаметр стеклянного цилиндра (1) указаны на стене рядом с установкой).
- Вычислить среднее значение коэффициента вязкости для трёх измерений  $\langle \eta \rangle$ .
- Рассчитать абсолютную  $\Delta \langle \eta \rangle$  и относительную  $\varepsilon_{\langle \eta \rangle}$  погрешности. Записать окончательный результат и сравнить его с табличным с учётом погрешности.



Рис. 3. Экспериментальная установка

## 2. Метод сравнения Теоретическая часть

При ламинарном течении вязкой жидкости через трубу возникает внутреннее трение между цилиндрическими слоями жидкости. Формула для расчёта объёма вязкой жидкости, протекающей через трубу при ламинарном течении, была экспериментально установлена Пуазейлем<sup>1</sup>

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8 l \eta}, \quad (9)$$

где  $r$  – радиус трубы,  $\Delta p$  – разность давления жидкости на концах трубы,  $\tau$  – время, за которое через трубу протекает объём жидкости  $V$ ,  $l$  – длина трубы,  $\eta$  – динамический коэффициент вязкости жидкости.

Пусть вязкость  $\eta_0$  некоторой жидкости, например, дистиллированной воды, известна, тогда эту жидкость можно использовать как эталонную. Формула (9) запишется

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p_0 \tau_0}{8 l \eta_0}. \quad (10)$$

Рассмотрев протекание такого же объёма другой жидкости (исследуемой), вязкость  $\eta$  которой неизвестна, через ту же трубу (то есть  $l$  и  $r$  одинаковы в двух случаях), формула (9) сохраняет свой вид

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8 l \eta}. \quad (11)$$

Из (10) и (11) неизвестная вязкость  $\eta$  через вязкость эталонной жидкости  $\eta_0$  выразится следующим образом

$$\eta = \eta_0 \frac{\Delta p \tau}{\Delta p_0 \tau_0}. \quad (12)$$

В качестве трубки удобно использовать вертикально расположенный капилляр. В узком капилляре течение жидкости в широком интервале скоростей остается ламинарным, и если жидкость вытекает под действием силы тяжести, причём высота столба эталонной и исследуемой жидкости одинакова, то

---

<sup>1</sup>Пуазейль (Пуазей) (Poiseuille) Жан Луи Мари (1799–1869) – французский врач и физик. Труды по физиологии дыхания, динамике кровообращения. Первым применил (1828) ртутный манометр для измерения кровяного давления животных. Экспериментально установил закон истечения жидкости.

$$\frac{\Delta p}{\Delta p_3} = \frac{\rho g h}{\rho_3 g h} = \frac{\rho}{\rho_3}. \quad (13)$$

Из (12) и (13) получаем расчётную формулу

$$\eta = \eta_3 \frac{\rho \tau}{\rho_3 \tau_3}. \quad (14)$$

## Экспериментальная часть

### Описание установки и метод измерения

Установка (рис. 4) состоит из стеклянной бюретки (1), к нижнему концу которой припаян капилляр (2). Бюретка с капилляром закреплены в вертикальном положении на штативе (3). Для удобства заполнения бюретки жидкостью в верхний конец её вставлена воронка (4). Жидкость, прошедшую через капилляр, собирают в стакан (5).



Рис. 5. Экспериментальная установка

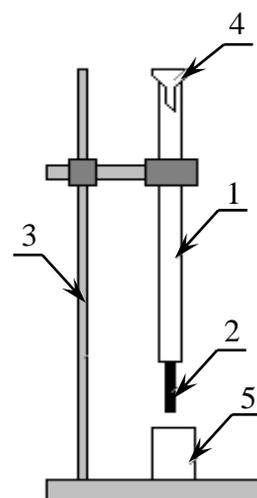


Рис. 4. Схема установки

Для выполнения работы необходим также секундомер.

Фото установки представлено на рис. 5.

В качестве эталонной жидкости используется дистиллированная вода, в качестве исследуемой жидкости – 14 % раствор NaCl. Значения плотности воды  $\rho_3$  и динамической вязкости  $\eta_3$  в зависимости от температуры приведены в табл. 1. Плотность данного раствора поваренной соли в воде в диапазоне температур 15–20 °С считать равной  $\rho = 1100 \text{ кг/м}^3$ .

Таблица 1

$t$ , °С	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$\rho_3$ , кг/м <sup>3</sup>	999	999	999	999	998	998	998	998	998
$\eta_3$ , мПа·с	1,14	1,11	1,08	1,05	1,025	1,00	0,98	0,95	0,93

## Выполнение работы

1. Внимательно рассмотреть шкалу бюретки, определить цену деления. Поставить под бюретку с капилляром чистый сухой стакан с надписью «NaCl».
2. Заполнить бюретку раствором поваренной соли на 5 см ниже её верхнего края, чтобы жидкость не выливалась из бюретки. Капилляр закрыть пальцем.
3. Открыть капилляр и пустить секундомер в тот момент, когда уровень жидкости достигнет нулевого деления шкалы бюретки, и выключить секундомер, когда он достигнет последнего деления шкалы. Записать показания секундомера в таблицу. Опыт с раствором повторить не менее трёх раз.

№	$\tau$ , с	$\tau_3$ , с
1		
2		
3		
$\langle \tau \rangle$ , с		$\langle \tau_3 \rangle$ , с

4. Слить раствор из стакана в колбу, температуру раствора принять равной комнатной (комнатная температура определяется по термометру в лаборатории). Поставить под капилляр стакан с надписью «Вода».
5. В другой чистый стакан налить дистиллированную воду и тщательно прополоскать ею бюретку с капилляром и воронку, воду из нижнего стакана вылить в раковину и тщательно прополоскать этот стакан дистиллированной водой.
6. Прodelать измерение согласно пунктам 1 и 2, но уже с **дистиллированной водой**.
7. Рассчитать средние значения  $\langle \tau \rangle$ ,  $\langle \tau_3 \rangle$  и, используя эти значения, вычислить динамический коэффициент вязкости раствора поваренной соли по формуле (14).
8. Рассчитать абсолютную  $\Delta \eta$  и относительную  $\varepsilon_\eta$  погрешности. Записать окончательный результат и сравнить его с табличным с учётом погрешности.

### Контрольные вопросы

1. Напишите и поясните формулу Ньютона для силы внутреннего трения.
2. Что такое динамический и кинематический коэффициент вязкости?
3. В чём заключается метод Стокса для определения коэффициента вязкости. Получите расчётную формулу.
4. Как вязкость жидкости зависит от температуры?
5. Почему верхняя метка (2) на стеклянном цилиндре находится ниже поверхности жидкости?
6. Изменится ли значение  $\eta$ , если вместо свинцового шарика использовать стальной?
7. Напишите и поясните формулу Пуазейля.

### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3 т. Том 1. Механика. Молекулярная физика. - 13-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2017. — 436 с.
2. Кикоин И.К., Кикоин А.К. Молекулярная физика.– СПб. Лань, 2008. — 480 с.
3. Физические величины Справочник / Под ред. И. К. Кикоина.– М. Атомиздат, 1976.

**Лабораторная работа № 6. Лист отчёта**  
**Определение коэффициента внутреннего трения жидкости**

Выполнил студент \_\_\_\_\_  
 Факультет \_\_\_\_\_ курс \_\_\_\_\_ группа \_\_\_\_\_  
 Проверил \_\_\_\_\_  
 Показания сняты \_\_\_\_\_  
 Зачтено \_\_\_\_\_

Погрешности измерительных приборов  $\alpha =$  \_\_\_\_\_

Измерительный прибор	$\omega$ – цена деления	$\Delta_{\text{окр}}$ – округления	$\Delta_{\text{пр}}$ – приборная	$\Delta_{\text{суб}}$ – субъективная	Единицы измерения
Комнатный термометр					
Микрометр					
Секундомер					
Измерение расстояния между метками, линейкой (1м)					

**1. Метод Стокса**

Температура в аудитории  $t_k =$  \_\_\_\_\_

Константы и параметры установки

Величина	Значение		Абсолютная погрешность	Единицы измерения	Относительная погрешность
$g =$		$\pm$			
$R =$		$\pm$			
$\rho_{\text{ш}} =$		$\pm$			
$\rho_{\text{ж}} =$		$\pm$			

Результаты измерений

№			$d_1, \text{мм}$	$d_2, \text{мм}$	$d_3, \text{мм}$
1					
2					
3					
4					
5					
$l, \text{м}$			$\langle r_1 \rangle, \text{м}$	$\langle r_2 \rangle, \text{м}$	$\langle r_3 \rangle, \text{м}$
$\eta_1, \text{Па}\cdot\text{с}$	$\eta_2, \text{Па}\cdot\text{с}$	$\eta_3, \text{Па}\cdot\text{с}$	$\tau_1, \text{с}$	$\tau_2, \text{с}$	$\tau_3, \text{с}$
			$v_1, \text{м/с}$	$v_2, \text{м/с}$	$v_3, \text{м/с}$

## Формулы для расчёта косвенных измерений

Ответ:

Величина	Значение		Абсолютная погрешность	Единицы измерения	Относительная погрешность
$\eta =$		$\pm$			
Табличное значение					
$\eta_{\tau} =$		$\pm$			

Интервалы сравнений

## 2. Метод сравнения

Константы и параметры установки

Величина	Значение		Абсолютная погрешность	Единицы измерения	Относительная погрешность
$\rho =$		$\pm$			
$\rho_s =$		$\pm$			
$\eta_s =$		$\pm$			

Результаты измерений

№	$\tau, \text{с}$	$\tau_s, \text{с}$
1		
2		
3		
$\langle \tau \rangle, \text{с}$		$\langle \tau_s \rangle, \text{с}$

Формулы для расчёта косвенных измерений

Ответ:

Величина	Значение		Абсолютная погрешность	Единицы измерения	Относительная погрешность
$\eta =$		$\pm$			
Табличное значение					
$\eta_{\tau} =$		$\pm$			

Интервалы сравнений