

Лабораторная работа № 6

Изучение прозрачной дифракционной решётки

Цель работы: Ознакомиться с устройством и принципом действия прозрачной дифракционной решётки, определить её дисперсию и разрешающую способность, определить длины волн двух разных цветов.

Оборудование: Гониометр УГ-3, две прозрачные дифракционные решётки с известным и неизвестным периодами, источник света, красный, зелёный или синий светофильтры, миллиметровая бумага, линза¹ (опционально).

Теоретическое введение

Элементарная теория дифракционной решётки

Дифракционная решетка — важнейший спектральный прибор, предназначенный для разложения света в спектр и измерения длин волн.

В простейшем случае она представляет собой прозрачную пластину с большим количеством N (до 2000 на 1 мм) тонких параллельных щелей одинаковой ширины с одинаковыми расстояниями между ними. Расстояние между соседними щелями называется периодом или постоянной решётки $d = 1/N$. Щели и промежутки между ними имеют различный коэффициент пропускания света, поэтому решётку такого типа называют прозрачной амплитудной решёткой.

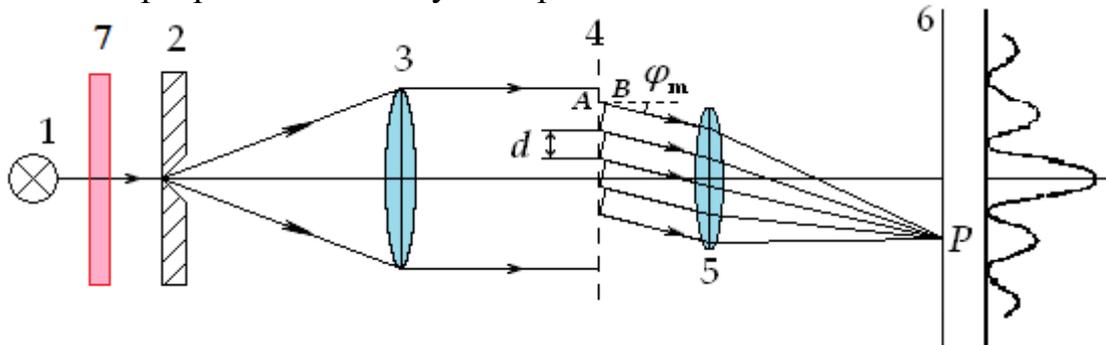


Рис. 6.1. Ход лучей при дифракции Фраунгофера на решётке

Монохроматический после прохождения светофильтра 7 свет от источника 1 освещает щель 2 в фокальной плоскости объектива коллиматора² 3 и параллельным пучком падает на решётку 4 (Рис. 6.1).

При прохождении через решётку свет дифрагирует, образуя вторичные когерентные параллельные пучки под углами дифракции $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$, где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ — номер максимума (или минимума). Эти пучки, прошедшие объектив 5 зрительной трубы, и дают в его фокальной плоскости (на экране) 6 дифракционную картину.

¹ Линза нужна, чтобы точнее определить показания нониуса. Зависит от зрения экспериментатора.

² Коллиматор (от collimo, искажение правильного лат. collineo «направляю по прямой линии») — устройство для получения параллельных пучков лучей света или частиц.

Распределение интенсивности света на экране зависит от угла дифракции φ_m и определяется суперпозицией интенсивностей от дифракции на каждой щели. По принципу Гюйгенса – Френеля каждая точка щели является источником вторичных волн. Так как колебания, исходящие от различных щелей, являются когерентными, то для нахождения результирующей интенсивности при суперпозиции необходимо учитывать сдвиг фаз (разность хода) между ними.

Оптическая разность хода Δ_1 между крайними точками одной щели

$$\Delta_1 = na \sin \varphi_m, \quad (6.I.1)$$

где n – показатель преломления среды. Ширину щели a можно разбить на зоны Френеля, размер которых выбирается так, чтобы разность хода от соседних зон составляла $\lambda/2$, λ – длина волны. Всего таких зон будет $2\Delta_1/\lambda$.

Площади всех зон Френеля одинаковы, следовательно, амплитуды вторичных волн также одинаковы. Если число зон на одной щели чётное, то они погасят друг друга, и будут наблюдаться минимумы

$$\frac{2\Delta_1}{\lambda} = 2m, \quad \Delta_1 = m\lambda, \quad na \sin \varphi_m = m\lambda. \quad (6.I.2)$$

Если число зон на одной щели нечётное, то будут наблюдаться максимумы

$$na \sin \varphi_m = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (6.I.3)$$

Для набора щелей (решётки) минимумы будут наблюдаться под теми же углами, поэтому (6.I.2) называется условием главных минимумов.

Для достижения максимумов для решётки оптическая разность хода Δ между двумя соседними щелями должна удовлетворять условию

$$\Delta = n \cdot AB = nd \sin \varphi_m = \pm m\lambda, \quad (6.I.4)$$

где AB – геометрическая разность хода между соседними щелями.

Для воздуха $n \approx 1$, поэтому условие главных максимумов для дифракционной решётки, пригодное для определения длины волны, принимает вид

$$\lambda = \frac{d \sin(\pm \varphi_m)}{m} = \frac{\sin(\pm \varphi_m)}{Nm}. \quad (6.I.5)$$

Амплитуда результирующих колебаний в соответствующей точке фокальной плоскости при условии (6.I.5)

$$A_{\max} = NA_\varphi, \quad (6.I.6)$$

где A_φ – амплитуда колебаний, посылаемых одной щелью под углом φ , N – число щелей решётки, освещённой светом.

Тогда интенсивность света в направлении главных максимумов I_{\max} пропорциональна квадрату числа освещённых щелей решётки

$$I_{\max} = N^2 I_\varphi, \quad (6.I.7)$$

где I_φ – интенсивность света, создаваемая одной щелью в направлении, задаваемом углом φ .

II. Количественная теория дифракционной решётки

Формула интенсивности дифракционной решётки [1, С. 183]

$$I(\varphi) = I_0 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \left(\frac{\sin N \frac{d}{a} x}{\sin \frac{d}{a} x} \right)^2, \text{ где } x = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}. \quad (6.П.1)$$

Здесь a – ширина одной щели, $d = a + b$ – период решётки, b – промежуток решётки, I_0 – интенсивность света от одной щели в направлении $\varphi = 0$.

Первый множитель называется дифракционным, так как связан с дифракцией на одной щели, второй множитель – интерференционным.

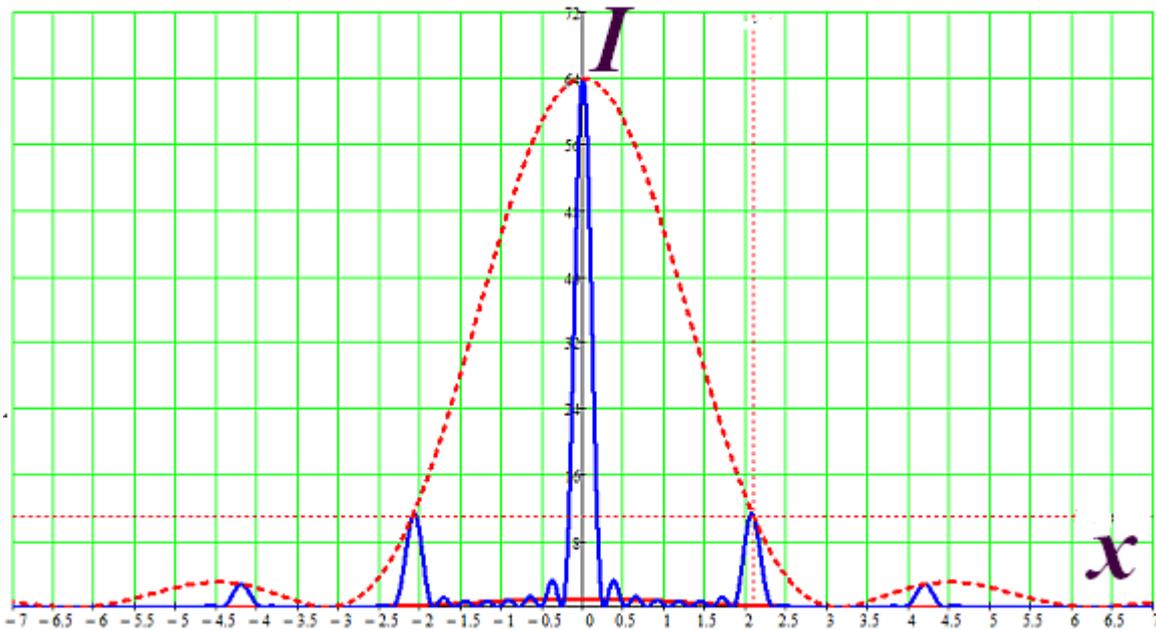


Рис. 6.2. Распределение интенсивности света в плоскости экрана.

Пунктирная кривая – дифракция на одной щели, сплошная кривая – на дифракционной решётке при $N = 8$, $d/a = 1,5$.

Из формулы (6.П.1) легко получить некоторые экстремальные точки

$I = 0$ (минимумы), $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$		
$x_m = \pi m$	$a \sin \varphi_m = m\lambda$	Главные минимумы
$N \frac{d}{a} x_m = \pi m$	$d \sin \varphi_m = \frac{m\lambda}{N}, m \neq N$	Добавочные минимумы
$I \rightarrow \max$ (максимумы)		
$x=0$	$\varphi_m = 0$, Центральный (нулевой) максимум $I=I_0N^2$	
$\frac{d}{a} x_m = \pi m$	$d \sin \varphi_m = m\lambda$	Главные максимумы
$x_m = \frac{\pi}{2}(2m+1)$	$a \sin \varphi_m = (m + \frac{1}{2})\lambda$	приблизительно вторичные максимумы
$N \frac{d}{a} x_m = \frac{\pi}{2}(2m+1)$	$d \sin \varphi_m = \frac{1}{N}(m + \frac{1}{2})\lambda$	приблизительно вторичные максимумы

Таким образом между двумя соседними главными максимумами располагается $N-1$ добавочных минимумов, разделённых вторичными максимумами.

Для аккуратного нахождения максимумов функции (6.П.1) необходимо решить задачу на экстремум. Однако такая задача аналитически не решается, и может быть решена только численно.

Подставляя значение x_m для главных максимумов в (6.П.1) и используя первый замечательный предел, можно получить интенсивность для главных максимумов

$$I(\varphi) = I_0 \left(\frac{\sin \frac{a\pi m}{d}}{\frac{a\pi m}{d}} \right)^2 \left(\frac{\sin \pi m N}{\sin \pi m} \right)^2 = I_0 \left(\frac{\sin \frac{a\pi m}{d}}{\frac{a\pi m}{d}} \right)^2 N^2. \quad (6.П.2)$$

Таким образом, с увеличением числа щелей дифракционной решётки интенсивность главных максимумов растёт пропорционально N^2 , а общая энергия пропускаемого света пропорциональна N .

Интенсивность добавочных максимумов падает с увеличением N и не превышает 5% от интенсивности ближайшего главного максимума [3, С. 323]. В итоге возникают резкие узкие максимумы, разделённые тёмными промежутками.

Все расчёты здесь проведены для нормального падения света на дифракционную решётку.

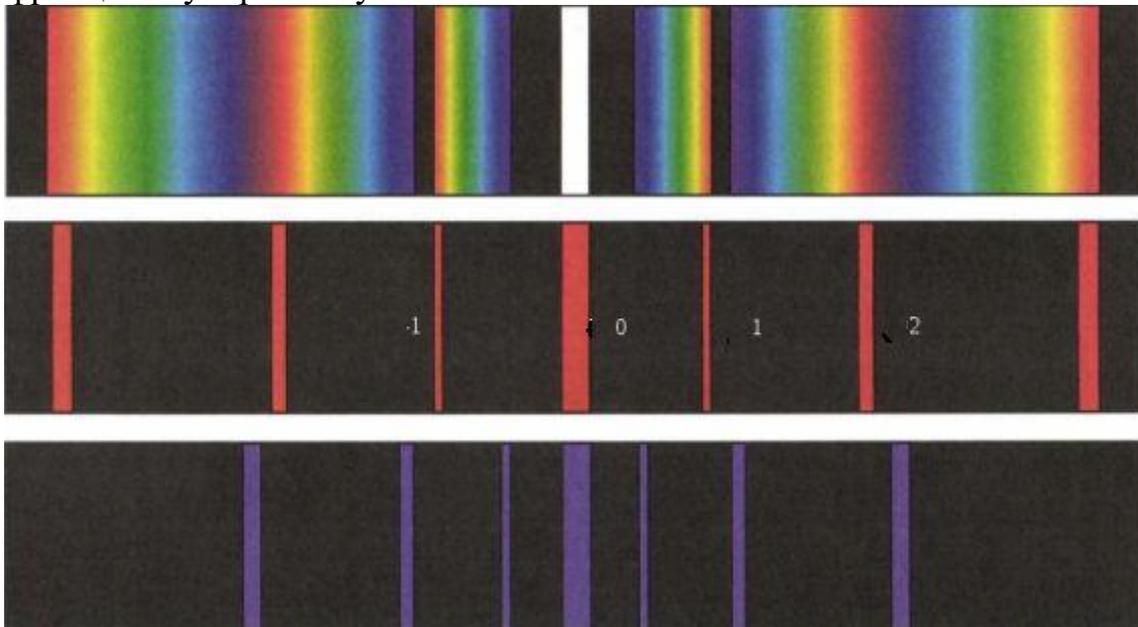


Рис. 6.3. Схема спектров разных порядков при прохождении света лампы накаливания через амплитудную дифракционную решетку.

Если источник излучает немонахроматический свет, то решётка разлагает его в спектр. При $\varphi = 0$ положение центрального максимума нулевого порядка для всех длин волн одинаково. По обе стороны от него

возникают спектры – максимумы порядков $\pm m$. В спектре каждого порядка максимумы для более коротких волн располагаются ближе к нулевому максимуму. Максимумы для более длинных волн дальше от него. На рис. 6.3 показаны спектры разных порядков при прохождении света лампы накаливания через амплитудную дифракционную решётку.

Способность дифракционной решётки разлагать свет в спектр позволяет использовать её как спектральный прибор. С этой точки зрения основными характеристиками дифракционной решётки являются угловая дисперсия и разрешающая сила.

Угловая дисперсия характеризует способность решётки пространственно разделять световые пучки различных длин волн. Чем больше угловая дисперсия, тем больше расстояние в спектре между двумя спектральными линиями с фиксированными длинами волн.

$$\beta = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad \beta = \frac{m}{d \cos \varphi_m} = \frac{mN}{\cos \varphi_m} = \frac{tg \varphi_m}{\lambda}, \quad (6.П.3)$$

где $d\varphi$ – угловое расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $d\lambda$. Она зависит от порядка спектра и длины волны [3, С. 330].

Разрешающая способность (способность аппарата увидеть две близкие спектральные линии) R вычисляется по формуле

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN_{осв}, \quad (6.П.4)$$

где $\Delta\lambda$ – наибольшая разница длин волн для двух наиболее близких разрешаемых спектральных линий λ и $\lambda + \Delta\lambda$, $N_{осв}$ – число освещённых штрихов решетки.

Описание установки

Точное измерение углов дифракции света, прошедшего через дифракционную решётку, осуществляется гониометром по схеме на рис. 6.4.

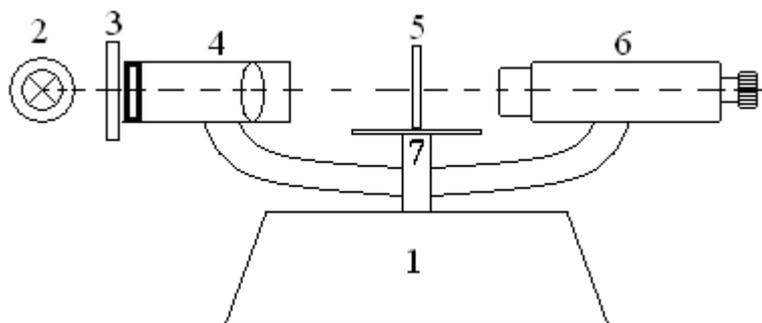


Рис. 6.4. Установка для измерения углов дифракции.

1 – гониометр, 2 – источник света, 3 – светофильтр, 4 – коллиматор, 5 – дифракционная решётка, 6 – микроскоп, 7 – столик.

Свет от источника 2 (осветитель) попадает на коллиматор 4 со

щелью и линзой (объективом). Затем параллельный пучок лучей падает нормально на прозрачную дифракционную решётку 5, установленную на столике 7, который может поворачиваться вокруг своей оси при юстировке прибора. Дифракционные спектры наблюдаются в фокальной плоскости объектива через окуляр микроскопа 6. В процессе измерения углов дифракции света микроскоп поворачивается вокруг вертикальной оси. Отсчёт углов ведётся по лимбу гониометра 1, снабжённого нониусом. Трогать регулирующие винты не разрешается.

Внешний вид установки представлен на рис. 6.5.



Рис. 6.5. Общий вид установки



Рис. 6.6. Вид и пример отсчёта по нониусу гониометра
 $\varphi = 4^\circ + 30' + 13' = 4^\circ 43' = 4,717^\circ$.

Методика выполнения работы

Внимание! Работа проводится в тёмном помещении!

Не касаться поверхности дифракционной решётки руками!

Цена деления нониуса 1' (1 угловая минута).

Подготовка к работе и настройка

1. Ознакомиться с устройством гониометра.
2. Включить лампу накаливания. Проверить резкость изображения щели в поле зрения зрительной трубы. Подобрать нужную ширину щели и яркость источника (с помощью лаборанта!)
3. Поместить на предметный столик прозрачную дифракционную решётку (100 штрихов на 1 мм). Штрихи решётки должны располагаться вертикально. Определить количество видимых порядков спектров с обеих сторон от центрального нулевого максимума.

Примечание: Если отвести микроскоп в сторону, то можно увидеть центральный максимум и цветные спектры с обеих сторон невооруженным глазом.

I. Определение длины волны. Красный свет

1. Установить красный светофильтр.
2. Определить нулевой угол. Внести в лист отчёта.
3. Измерить углы дифракции φ_m для красного света справа и слева от нулевого центрального максимума. Результаты внести в таблицу 1.
4. Выключить источник света.
5. Для всех значений φ_m по формуле (6.1.5) рассчитать λ . Результат внести в таблицу 1.
6. Вычислить среднее значение длины волны. Оценить погрешности.
7. Сравнить результат с диапазоном красного цвета. Сделать выводы.
8. Для³ каждого максимума рассчитать погрешности длины волны как для косвенных измерений.

II. Определение длины волны. Зелёный или синий свет

1. Убрать красный и установить синий или зелёный светофильтр.
2. Включить источник света.
3. Повторить пп.3-7 задания I. Использовать таблицу 2.

III. Определение постоянной неизвестной дифракционной решётки

1. Убрать текущий светофильтр и вновь установить красный.
2. Установить дифракционную решётку с неизвестным периодом.
3. Включить источник света.
4. Измерить углы дифракции. Результаты внести в таблицу 3.

³ Дополнительное задание для студентов физических специальностей

5. Выключить источник.
6. Из формулы (6.I.5) получить выражение

$$N_2 = N_1 \frac{\sin \varphi_{m2}}{\sin \varphi_{m1}}.$$

7. По углам дифракции определить число штрихов N_2 на 1 мм для неизвестной решетки.
8. Вычислить среднее значение N_2 . Оценить погрешности.
9. Сравнить результат с маркировкой решётки.

IV. Определение угловой дисперсии и разрешающей силы дифракционной решётки для красного света

1. Используя результаты I задания по формуле (6.II.3) рассчитать угловую дисперсию первой решётки β (′/нм) для 1 и 2 порядков спектров.
2. С помощью миллиметровой бумаги определить ширину освещённой части решётки L в горизонтальном направлении. Вписать в лист отчёта.
3. По формуле (6.II.4) рассчитать разрешающую силу R для дифракционных решёток 1 и 2.
4. Сравнить их. Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Какое устройство называют дифракционной решёткой? Назовите типы дифракционных решёток.
2. Чем отличаются дифракционные решётки, работающие в инфракрасной и видимой областях спектра?
3. Почему дифракционный максимум белого света нулевого порядка, прошедшего через решётку, не окрашен, а максимумы других порядков окрашены?
4. Условия максимумов для дифракционной решётки аналогично условию минимумов для одной щели. Как объяснить это кажущееся противоречие?
5. Какую величину называют разрешающей способностью дифракционной решётки? Каков её смысл?

Литература

(см. список литературы)

Лабораторная работа № 6. Лист отчёта
Изучение прозрачной дифракционной решётки

Выполнил студент _____
 Факультет _____ курс _____ группа _____
 Проверил _____
 Показания сняты _____
 Зачтено _____

Погрешности измерительных приборов. $\alpha =$ _____ %

Измерительный прибор	ω – цена деления	$\Delta_{\text{окр}}$ – округления	$\Delta_{\text{пр}}$ – приборная	$\Delta_{\text{суб}}$ – субъективная	Единицы измерения
Гониометр	0,01667				° (градусы)

I. Определение длины волны. Красный свет

$N_1 = (\text{_____} \pm \text{_____})$ 1/мм, $\varepsilon_{N1} =$ _____ %, $d_1 = (\text{_____} \pm \text{_____})$ мм, $\varepsilon_{d1} =$ _____ %.
 Нулевой угол _____ ° (градусов)

Таблица 1

m	тубус слева			тубус справа			среднее	ε_λ
	3	2	1	1	2	3		
$\varphi_m, \text{ }^\circ \text{ '}$								
$\varphi_m, \text{ }^\circ$								
$\sin(\varphi_m)$								
$\text{tg}(\varphi_m)$								
$\lambda, \text{ нм}$								
$\Delta\lambda, \text{ нм (стат)}$								
$\Delta\lambda, \text{ нм (косв)}$								
$\varepsilon_\lambda, \text{ \%}$								

Сравнение: $\lambda = (\text{_____} \pm \text{_____})$ нм, $\varepsilon_\lambda =$ _____ %.

Диапазон: $\lambda_{\text{табл}} = (\text{_____} \pm \text{_____})$ нм, $\varepsilon_\lambda =$ _____ %.

II. Определение длины волны. Зелёный (синий) свет

Нулевой угол _____ ° (градусов)

Таблица 2

m	тубус слева			тубус справа			среднее	ε_λ
	3	2	1	1	2	3		
$\varphi_m, \text{ }^\circ \text{ '}$								
$\varphi_m, \text{ }^\circ$								
$\sin(\varphi_m)$								
$\text{tg}(\varphi_m)$								
$\lambda, \text{ нм}$								
$\Delta\lambda, \text{ нм (стат)}$								
$\Delta\lambda, \text{ нм (косв)}$								
$\varepsilon_\lambda, \text{ \%}$								

Сравнение: $\lambda = (\text{_____} \pm \text{_____})$ нм, $\varepsilon_\lambda =$ _____ %.

Диапазон: $\lambda_{\text{табл}} = (\text{_____} \pm \text{_____})$ нм, $\varepsilon_\lambda =$ _____ %.

III. Определение постоянной неизвестной дифракционной решётки

Нулевой угол _____ ° (градусов)

Таблица 3

m	тубус слева			тубус справа			среднее	ε_N
	3	2	1	1	2	3		
$\varphi_{m2}, \text{ }^\circ'$								
$\varphi_{m2}, \text{ }^\circ$								
$\sin(\varphi_{m2})$								
$\text{tg}(\varphi_{m2})$								
$N_2, 1/\text{мм}$								
$\Delta N_2, 1/\text{мм}$ (стат)								
$\Delta N_2, 1/\text{мм}$ (косв)								
$\varepsilon_{N2}, \%$								

Сравнение: $N_2 = (\text{_____} \pm \text{_____}) \text{ нм}$, $\varepsilon_{N2} = \text{_____} \%$.

По маркировке $N_2 = (\text{_____} \pm \text{_____}) \text{ нм}$, $\varepsilon_{N2} = \text{_____} \%$.

IV. Определение угловой дисперсии и разрешающей силы дифракционной решётки для красного света

$L = (\text{_____} \pm \text{_____}) \text{ мм}$, $\varepsilon_L = \text{_____} \%$.

m	тубус слева			тубус справа		
	3	2	1	1	2	3
$\cos(\varphi_m)$						
$\beta, \text{ мин/нм}$						

Решётка 1

R_1						
-------	--	--	--	--	--	--

Решётка 2

R_2						
-------	--	--	--	--	--	--