

## Лабораторная работа № 7

### Опытная проверка уравнения Бернулли

**Цель работы:** проверить опытным путем уравнение Бернулли с помощью определения расхода воды.

**Оборудование:** лабораторная установка, секундомер, мензурка.

#### Теоретическая часть

Движение идеальной (без трения) жидкости вдоль линии тока можно описать с помощью уравнения Бернулли<sup>1</sup>

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}, \quad (7.1)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости,  $p$  – внешнее статическое давление,  $g$  – ускорения свободного падения, а смысл остальных величин понятен из рис.7.1.

Для двух горизонтально расположенных трубок ( $h_1=h_2$ ) (7.1) запишется в виде

$$2(p_1 - p_2) = \rho(v_2^2 - v_1^2). \quad (7.2)$$

За одно и то же время через разные сечения трубы протекает одна и та же масса воды (закон непрерывности)  $\Delta m = \rho V = \rho S v \Delta t = \text{const}$ , где  $V$  – объём жидкости,  $S = \pi D^2 / 4$  – площадь поперечного сечения,  $D$  – внутренний диаметр трубы.

Если жидкость несжимаема, то её плотность не меняется, и тогда

$$v_1 D_1^2 = v_2 D_2^2, \quad (7.3)$$

( $D_1$  и  $D_2$  – диаметры широкой и узкой частей трубки соответственно), то есть при сужении трубы скорость течения увеличивается.

Выразив из (7.3) скорость  $v_1$  и подставив в (7.2) можно получить

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left[ 1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^4 \right]}}, \quad (7.4)$$

Разность давлений  $p_1 - p_2$  определяется с помощью открытого дифференциального ртутного манометра. Как видно из рисунка 7.2 давления в нижней части манометра слева и справа равны

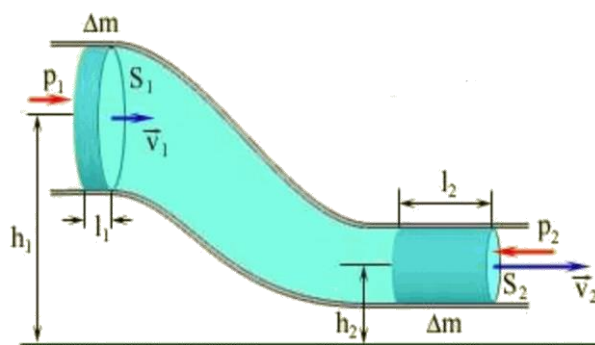


Рис. 7.1

<sup>1</sup> Бернулли Даниил (Daniel Bernoulli) (1700 – 1782) – представитель знаменитой семьи, один из основателей математической физики, академик многих академий наук, в том числе и Петербургской. Не вполне ясно, кому принадлежит указанное уравнение: ему или его отцу Иоганну Бернулли.

$$p_1 + \rho_{Hg} g H_1 + \rho g (l - H_1) = p_2 + \rho_{Hg} g H_2 + \rho g (l - H_2).$$

Следовательно,

$$p_1 - p_2 = (\rho_{Hg} - \rho) g (H_2 - H_1), \quad (7.5)$$

где  $\rho_{Hg}$  – плотность ртути, а  $\Delta H = |H_2 - H_1|$  – разность уровней  $H_1$  и  $H_2$  столбиков ртути в манометре. Тогда

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(\rho_{Hg} - \rho) g \Delta H}{\rho \left[ 1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^4 \right]}}. \quad (7.6)$$

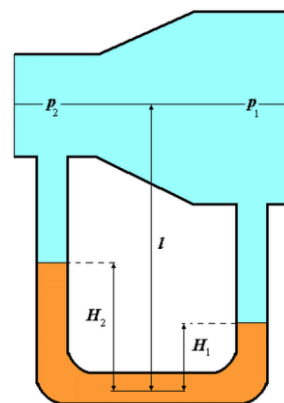


Рис. 7.2

Устройство на рис. 7.2 называется расходомером<sup>2</sup> Вентури<sup>3</sup>.

В экспериментальной установке  $D_2 \ll D_1$ , поэтому

$$v_2 = \sqrt{2 \frac{\rho_{Hg} - \rho}{\rho} g \Delta H}. \quad (7.7)$$

Расход жидкости, то есть её объём, проходящий через поперечное сечение трубы за 1 секунду, очевидно равен

$$W' = \frac{V}{t}, \quad (7.8)$$

где  $V$  – объём жидкости, прошедший через трубку за время  $t$ . Он может быть определён непосредственно при помощи мензурки и секундомера.

Его же можно рассчитать следующим образом

$$W = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S v \Delta t}{\Delta t} = S v = \frac{\pi D^2 v}{4}. \quad (7.9)$$

Подставляя (7.7) в (7.9), получаем

$$W = \pi D_2^2 \sqrt{\left( \frac{\rho_{Hg}}{\rho} - 1 \right) \frac{g \Delta H}{8}}. \quad (7.10)$$

Сравнение значений расхода воды, вычисленных по формулам (7.8) и (7.10), и служит проверкой справедливости уравнения Бернулли.

Характер течения жидкости определяется критическим параметром – числом Рейнольдса<sup>4</sup>

<sup>2</sup> Расходомер Вентури. [Электронный ресурс]. URL: [http://www.krugosvet.ru/enc/nauka\\_i\\_tehnika/tehnologiya\\_i\\_promyshlennost/rashodomeri\\_i\\_schetchiki\\_kolichestva.html?page=0%2C1](http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/tehnologiya_i_promyshlennost/rashodomeri_i_schetchiki_kolichestva.html?page=0%2C1)

<sup>3</sup> Вентури Джованни Баттиста (Giovanni Battista Venturi) (1746 – 1822) – итальянский учёный, известен работами в области гидравлики, теории света и оптики.

<sup>4</sup> Рейнольдс Осборн (Osborne Reynolds) (1842-1912) – английский физик и инженер. Основные труды по теории динамического подобия, течению вязкой жидкости, теориям турбулентности и смазки. Экспериментально установил один из критериев подобия – число Рейнольдса.

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle D}{\eta}, \quad (7.11)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости,  $\langle v \rangle$  – её средняя скорость течения в трубе,  $D$  – диаметр трубы,  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости жидкости. Формулу (7.11) с учётом (7.9) можно преобразовать к виду

$$Re = \frac{4\rho W}{\pi D \eta}. \quad (7.12)$$

Течение жидкости будет оставаться ламинарным, если  $Re < 2300$ .

### Описание установки

Схематично установка изображена на рис. 7.3. На деревянной подставке 1 закреплена в горизонтальном положении стеклянная трубка 2 переменного сечения. Резиновая трубка 4 соединена со штуцером насоса термостата 9, а резиновая трубка 3 служит для налива воды в мензурку 10 или циркуляции воды в бак термостата 8.

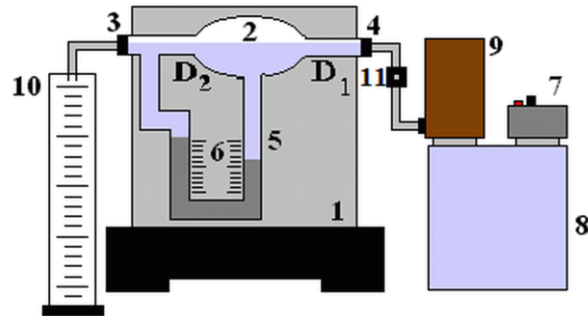


Рис. 7.3

Разность давлений измеряется манометром 5 со шкалой 6 с миллиметровыми делениями. Включение установки происходит с помощью пускателя 7. В исходном положении трубка 3 помещена в бак термостата, то есть вода циркулирует в установке. Для определения расхода воды трубку 3 переносят в мензурку 10 на время, необходимое для наполнения выбранного объёма, а затем возвращают в бак термостата 8. Регулировать скорость потока воды и, соответственно, разность уровней в манометре можно, используя зажим 11. Фото установки приведено на рис. 7.4.



Рис. 7.4

### Экспериментальная часть

*Внимание! При работе с ртутным манометром будьте крайне осторожны, не повредите его. Манометр не должен стоять на краю стола во избежание опрокидывания и разлива ртути. При возникновении неисправности немедленно сообщите лаборанту или преподавателю.*

1. Поместите шланг 3 в бак термостата 8. Включите пускателем 7 насос термостата. При этом в установке начинает циркулировать вода.
2. Убедитесь, что в широкой части стеклянной трубки отсутствуют пузыри воздуха. В противном случае обратитесь за помощью к преподавателю (лаборанту) и под его присмотром удалите воздушные пузыри, осторожно наклоняя подставку 1 влево.
3. Зажимом 11 отрегулируйте расход воды через трубку, чтобы разность уровней в манометре  $\Delta H$  была близка к заданной  $\Delta H_0$  (необходимое значение задаёт преподаватель).
4. Убедитесь, что разность уровней не меняется с течением времени. Запишите уровни левого  $H_{21}$  и правого  $H_{11}$  столбика ртути в коленах манометра 5 в таблицу 1.
5. При помощи секундомера измерьте время наполнения мензурки (необходимый объём воды задаёт преподаватель). Для этого перенесите шланг 3 в мензурку, наполняя заданный объём мензурки и засекая время, после чего верните шланг в бак термостата. Данные запишите в таблицу 2. Вылейте воду из мензурки в бак термостата.
6. Повторите пункт 5 ещё 4 раза.
7. Запишите уровни левого  $H_{22}$  и правого  $H_{12}$  столбика ртути в коленах манометра 5 в таблицу 1.
8. По формулам (7.8) и (7.10) определите расход воды, используя среднее значение  $\langle \Delta H \rangle$ . Рассчитайте относительные и абсолютные погрешности всех величин, определяемых в работе. Сравните расход воды, определённый по формулам (7.8) и (7.10) с учётом погрешностей. Сделайте вывод.
9. Используя формулу (7.12) определите число Рейнольдса  $Re_1$ ,  $Re_2$  для диаметров  $D_1$  и  $D_2$  широкой и узкой частей трубки, приняв для воды  $\eta=1$  мПа·с (при температуре около 20 °С). Определите характер течения жидкости. Сделайте вывод.

### Контрольные вопросы

1. Какую жидкость называют несжимаемой?
2. Какую жидкость называют идеальной?
3. Какое движение жидкости называют стационарным?
4. Какие два вида течения жидкости различают?
5. Запишите закон непрерывности потока, уравнение Бернулли.
6. Какую величину называют числом Рейнольдса?

**Лабораторная работа № 7. Лист отчёта  
Опытная проверка уравнения Бернулли**

Выполнил студент \_\_\_\_\_  
 Факультет \_\_\_\_\_ курс \_\_\_\_\_ группа \_\_\_\_\_  
 Проверил \_\_\_\_\_  
 Показания сняты \_\_\_\_\_  
 Зачтено \_\_\_\_\_

Погрешности измерительных приборов.  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ %

Измерительный прибор	$\omega$ – цена деления	$\Delta_{\text{окр}}$ – округления	$\Delta_{\text{пр}}$ – приборная	$\Delta_{\text{суб}}$ – субъективная	Единицы измерения
Секундомер					
Шкала манометра					
Мензурка					

Параметры установки:  $D_1=(40,0\pm 0,1)$  мм,  $D_2=(4,6\pm 0,1)$  мм; плотность ртути  $\rho_{\text{Hg}}=(13,55\pm 0,02)$  г/см<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho=(0,998\pm 0,003)$  г/см<sup>3</sup>.

Результаты измерений

Таблица 1

$\Delta H_0 =$		
$H_{11} =$	$H_{21} =$	$\Delta H_1 =$
$H_{12} =$	$H_{22} =$	$\Delta H_2 =$
$\langle \Delta H \rangle =$	$\Delta \langle \Delta H \rangle =$	$\varepsilon_{\langle \Delta H \rangle} =$

Таблица 2.

$V =$		$\Delta V =$	$\varepsilon_V =$
$i$	$t_i, \text{с}$	$ t_i - \bar{t} , \text{с}$	$(t_i - \bar{t})^2, \text{с}^2$
1			
2			
3			
4			
5			
$\bar{t} =$		$\Delta \bar{t} =$	$\varepsilon_{\bar{t}} =$

Формулы для расчёта косвенных измерений

Ответ:

Величина	Значение		Абсолютная погрешность	Единицы измерения	Относительная погрешность, %
$W =$		$\pm$			
$W' =$		$\pm$			
$Re_1 =$				$Re_2 =$	

Интервалы сравнений