

Лабораторная работа № 4ф
Определение ускорения свободного падения
с помощью физического маятника

Цель работы: научиться определять ускорение свободного падения с помощью оборотного маятника.

Оборудование: оборотный маятник, секундомер, метровая стальная линейка, призма для уравнивания маятника.

Теоретическая часть

Ускорение свободного падения

См. теоретическую часть лабораторной работы № 4м.

Физический маятник

Физическим маятником называется твёрдое тело, способное совершать колебания под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, не проходящей через центр тяжести тела.

Проще говоря, физический маятник – это твёрдое тело, подвешенное на горизонтальной оси в поле силы тяжести.

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения АТТ, пренебрегая трением в оси

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}_G + \vec{M}_N, \quad (4\phi.1)$$

Момент силы реакции равен нулю, так как плечо этой силы равно 0. Тогда

$$I\ddot{\phi} = m[l\vec{g}], \quad (4\phi.2)$$

где I – момент инерции маятника относительно оси вращения, m – его масса, g – ускорение свободного падения, l – расстояние от центра масс маятника до оси вращения.

В проекциях на ось OZ

$$I\ddot{\phi} = -mgl \sin \phi. \quad (4\phi.3)$$

Преобразуя (4φ.3), имеем

$$\ddot{\phi} + \frac{mgl}{I} \sin \phi = 0. \quad (4\phi.4)$$

Обозначим $\omega^2 = \frac{mgl}{I}$. Тогда получаем

$$\ddot{\phi} + \omega^2 \sin \phi = 0. \quad (4\phi.5)$$

При малых углах $\sin \phi \approx \phi$, и тогда

$$\ddot{\phi} + \omega^2 \phi = 0. \quad (4\phi.6)$$

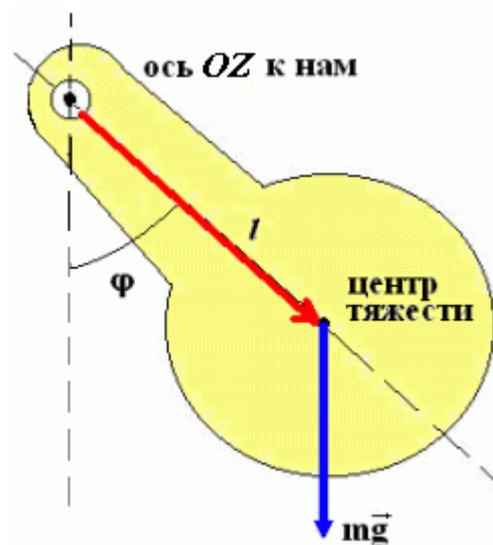


Рис. 4φ.1

При этих условиях колебания маятника будут гармоническими, и их период определяется по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (4\phi.7)$$

По теореме Штейнера (о параллельных осях) момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции этого тела относительно оси, ей параллельной и проходящей через центр масс (тяжести), и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями.

Тогда период колебаний маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ml^2}{mgl}}. \quad (4\phi.8)$$

где I_0 - момент инерции маятника относительно центра масс.

Оборотный маятник

«...Воспользовавшись¹ свойством сопряжённых точек, Боненбергер² и Кэтер³ устроили оборотный маятник, весьма удобный для определения величины ускорения, производимого земным тяготением...»

¹ ЭСБЕ, т. 18А, стр. 843, Хайкин, стр. 184, Сивухин, стр. 224, Хвольсон, т. 1.стр. 238.

² Боненбергер Иоанн Готлиб Фридрих (Johann Gottlieb Friedrich von Bohnenberger) (1765 – 1831) – немецкий астроном и математик. Был сначала проповедником, а потом, занявшись математическими науками, получил место при Тюбингенской обсерватории. В 1803 г. назначен профессором математики и астрономии при тамошнем университете. Впервые описал реверсионный (оборотный) маятник. Кроме того, им усовершенствован электрометр и изобретена названная его именем ротационная машина для наглядного объяснения законов обращения Земли вокруг своей оси, которая по приказанию Наполеона I была введена во французских школах, а позже получила название «гироскоп». В честь Боненбергера назван кратер на Луне.// ЭСБЕ, т.4, с.366. [Электронный ресурс]. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B1%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%B5%D1%80,%D0%98%D0%BE%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D0%93%D0%BE%D1%82%D0%BB%D0%B8%D0%B1%D0%A4%D1%80%D0%B8%D0%B4%D1%80%D0%B8%D1%85>.

³ Кэтер Генри (Henry Kater) (1777 – 1835) – английский метролог и астроном. Первые работы Кэтера относились к сравнению силы света различных телескопов (1813 – 1814 гг.), к определению длины секундного маятника в Лондоне, а затем и в других местах Англии (1818 – 1819 гг.). Для этих определений Кэтер пользовался придуманным им и применяемым после него долгое время оборотным маятником (1822 г.), в котором воспользовался свойством обратимости точки опоры и центра качаний. В 1832 г. дал чрезвычайно важное для России того времени сравнение английского ярда с метром, из которого прямо следовало отношение русского фута (1/3 ярда) к метру. Полученное Кэтером отношение (1 фут=0,304794494 м), неоднократно проверенное впоследствии, было узаконено в России и ещё в начале XX века служило основанием метрологических вычислений для России. За эти заслуги Кэтер правительством России был награждён орденом Святой Анны в 1814 г. // ЭСБЕ, т.17, с. 162. [Электронный ресурс]. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/%CA%FD%F2%E5%F0%2C%C3%E5%ED%F0%E8>, URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Henry_Kater.

Маятник (рис. 4ф.2) состоит из стального стержня, длина которого обычно несколько больше метра. На нём жёстко закреплены опорные стальные призмы *A* и *B*. Стальные грузы (чечевицы) *C* и *D*, находятся между призмами и на одном из концов стержня. Они могут перемещаться по стержню и закрепляться в нужном положении. Перемещением этих грузов достигают совпадения периодов колебаний маятника, когда точками подвеса являются рёбра опорных призм *A* и *B*. Эти рёбра закреплены асимметрично относительно центра масс *O*.

Пусть маятник колеблется относительно ребра призмы *A*. Квадрат периода колебаний равен

$$T_A^2 = 4\pi^2 \frac{I_0 + ma^2}{mga} = \frac{4\pi^2}{g} \frac{I_0 + a^2}{a}. \quad (4\phi.9)$$

Перевернём маятник. Квадрат периода колебаний относительно ребра призмы *B*

$$T_B^2 = 4\pi^2 \frac{I_0 + mb^2}{mgb} = \frac{4\pi^2}{g} \frac{I_0 + b^2}{b}. \quad (4\phi.10)$$

В обе формулы входит неизвестная величина I_0 , определить которую опытным или теоретическим путем довольно трудно, поэтому её надо выразить и исключить.

$$\frac{g}{4\pi^2} T_A^2 a - a^2 = \frac{I_0}{m} = \frac{g}{4\pi^2} T_B^2 b - b^2. \quad (4\phi.11)$$

После преобразований получаем

$$\frac{g}{4\pi^2} (T_A^2 a - T_B^2 b) = a^2 - b^2. \quad (4\phi.12)$$

Окончательно

$$g = \frac{4\pi^2 (a^2 - b^2)}{T_A^2 a - T_B^2 b} = \frac{4\pi^2 n^2 (a^2 - b^2)}{t_A^2 a - t_B^2 b}, \quad (4\phi.13)$$

где t – время, необходимое для совершения n полных колебаний.

Из последней формулы можно найти величину g , так как t_A , t_B , a , b легко измеряются.

Положение центра масс, а, следовательно, и расстояния a и b определяются путём

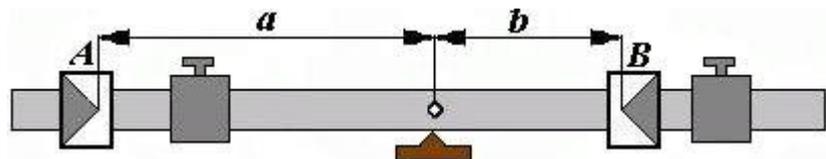


Рис. 4ф.3

уравновешивания маятника на призме-подставке (рис.4ф.3).

Вычисление ускорения свободного падения значительно упрощается, если перемещением грузов добиться равенства периодов колебаний маятника относительно призм *A* и *B*. В самом деле, если

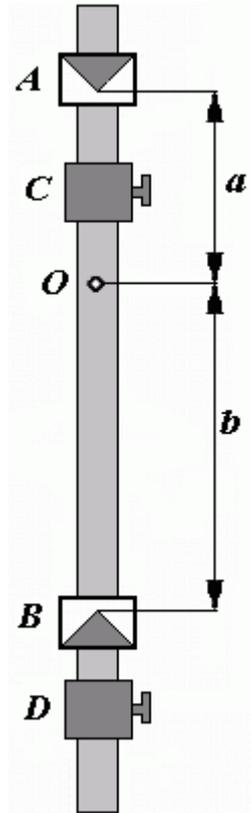


Рис. 4ф.2

$T_A = T_B = T$, то формула (4ф.13) примет вид

$$g = \frac{4\pi^2(a+b)}{T^2} = \frac{4\pi^2ln^2}{t^2}, \quad (4ф.14)$$

где $a+b=l$ – расстояние между призмами A и B .

Таким образом, если периоды колебаний обратного маятника относительно призм A и B будут одинаковыми, то с помощью такого физического маятника ускорение свободного падения определяется так же, как и с помощью математического маятника.

Описание установки

Установка изображена на рис. 4ф.4. Она состоит из кронштейна (подвеса) 1 и обратного маятника 2.

Экспериментальная часть

Внимание! Маятник достаточно тяжёлый. Будьте осторожны!

Число колебаний задаёт преподаватель.

I. Определение ускорения свободного падения при равенстве периодов

1. Отклонить маятник от положения равновесия на угол не более 10° , аккуратно отпустить, подождать $5 \div 10$ колебаний, чтобы процесс установился, запустить секундомер и засечь время $20 \div 50$ полных колебаний относительно ребра призмы A . Перевернуть маятник и измерить время столько же полных колебаний относительно ребра призмы B . Если эти времена в пределах субъективной погрешности измерения равны, то приступить к проведению опыта.

Если времена не равны, то перемещением груза D (рис 4.2) добиться равенства времён и только после этого приступить к эксперименту.

2. Измерить время n полных колебаний относительно ребра призмы A . Измерения повторить не менее 10 раз. Результаты внести в таблицу 1 (1-й опыт).
3. Перевернуть маятник и повторить пункт 2 относительно ребра призмы B .
4. Рассчитать средние значения времён и периодов.
5. Измерить расстояние между рёбрами призм A и B . Для этого

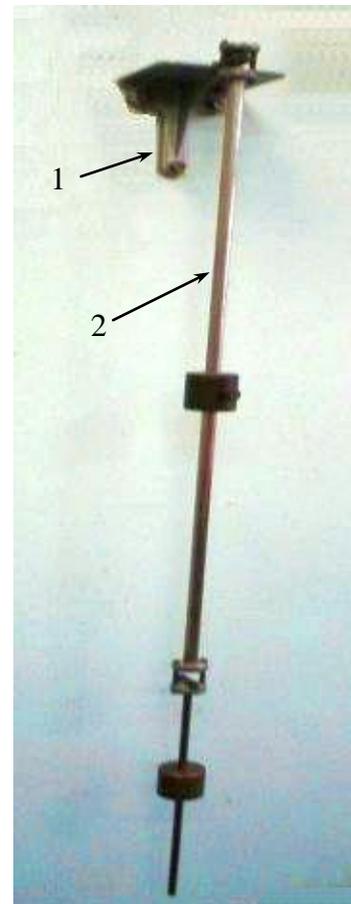


Рис.4ф.4

- уравновесить маятник на призме-подставке и измерить длины a и b .
6. Вычислить ускорение свободного падения по формуле (4ф.14).
 7. Оценить среднее значение абсолютной погрешности времён и их относительную погрешность.
 8. Рассчитать относительную и абсолютную погрешности ускорения свободного падения. Записать результат в таблицу 1.
 9. Сравнить с табличным значением. Сделать выводы.

II. Определение ускорения свободного падения при неравенстве периодов

1. Выполнить пункты 1 – 7 из задания I.
2. Переместить груз D (рис. 4ф.2) и выполнить все измерения. Результаты внести в таблицу 1 (2-й опыт).
3. Ещё раз переместить груз D и выполнить все измерения. Результаты внести в таблицу 1 (3-й опыт).
4. Рассчитать средние значения времён и периодов для 2-го и 3-го опытов.
5. Вычислить ускорение свободного падения для этих экспериментов по формуле (4ф.13).
6. Рассчитать среднее значение абсолютной погрешности времён и их относительную погрешность.
7. Рассчитать относительную и абсолютную погрешности ускорения свободного падения для 2-го и 3-го опытов.
8. Рассчитать среднее значение ускорения свободного падения и его погрешности по результатам 3-х опытов. Записать результаты в таблицу 1.
9. Сравнить с табличным значением. Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение периода колебаний.
2. Дайте определение физического маятника, запишите формулу, определяющую его период.
3. Зависит ли период колебаний физического маятника от его массы?
4. Какие силы, действующие на маятник, не учитываются в работе? Почему?
5. Получите формулы для периода малых колебаний:
 - а. тонкого кольца массы m и диаметра D , повешенного на гвоздь;
 - б. тонкого стержня массы m и длины L , повешенного за конец.
6. Почему важным условием данного опыта являются малые углы отклонения маятника?

Литература

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: В 5 тт. / Д. В. Сивухин. – 5-е изд., стер.– М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2010.– Т. 1. Механика.– 560 с.
2. Хайкин, С. Э. Общий курс физики. / С. Э. Хайкин.– 1-е изд.– М.: ГИ ТТЛ, 1940.– Т. 1. Механика.– 372 с.
3. Хвольсон, О. Д. Курс физики: В 5 т. / О. Д. Хвольсон.– 7-е изд.– Л.: ГТТИ, 1933.– Т. 1.– 656 с.
4. Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikisource.org/wiki/%D0%AD%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%BA%D0%BB%D0%BE%D0%BF%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%80%D1%8C_%D0%91%D1%80%D0%BE%D0%BA%D0%B3%D0%B0%D1%83%D0%B7%D0%B0_%D0%B8_%D0%95%D1%84%D1%80%D0%BE%D0%BD%D0%B0. (дата обращения 07.08.2017).
5. Обратный маятник (теория и анимация) [Электронный ресурс]. URL: <http://www.heuristic.su/effects/catalog/tech/byId/description/495/index.html>. (дата обращения 07.08.2017).

Лабораторная работа № 4ф. Лист отчёта
Определение ускорения свободного падения
с помощью физического маятника

Выполнил студент _____
 Факультет _____ курс _____ группа _____
 Проверил _____
 Показания сняты _____
 Зачтено _____

Погрешности измерительных приборов. $\alpha =$ _____ %

Измерительный прибор	ω – цена деления	$\Delta_{\text{окр}}$ – округления	$\Delta_{\text{пр}}$ – приборная	$\Delta_{\text{суб}}$ – субъективная	Единицы измерения
Секундомер					
Стальная линейка (1м)					

Результаты измерений

Таблица 1

$n =$																
1-й опыт					2-й опыт					3-й опыт						
X	$a_1 =$		$b_1 =$			X	$a_2 =$		$b_2 =$			X	$a_3 =$		$b_3 =$	
	$\Delta a_1 =$		$\Delta b_1 =$				$\Delta a_2 =$		$\Delta b_2 =$				$\Delta a_3 =$		$\Delta b_3 =$	
	$\varepsilon_{a_1} =$		$\varepsilon_{b_1} =$				$\varepsilon_{a_2} =$		$\varepsilon_{b_2} =$				$\varepsilon_{a_3} =$		$\varepsilon_{b_3} =$	
i	$t_{A1i},$ с	$\Delta t_{A1i}^2,$ с ²	$t_{B1i},$ с	$\Delta t_{B1i}^2,$ с ²	i	$t_{A2i},$ с	$\Delta t_{A2i}^2,$ с ²	$t_{B2i},$ с	$\Delta t_{B2i}^2,$ с ²	i	$t_{A3i},$ с	$\Delta t_{A3i}^2,$ с ²	$t_{B3i},$ с	$\Delta t_{B3i}^2,$ с ²		
1					1					1						
2					2					2						
3					3					3						
4					4					4						
5					5					5						
6					6					6						
7					7					7						
8					8					8						
9					9					9						
10					10					10						
X	$\bar{t}_{A1} =$		$\bar{t}_{B1} =$			X	$\bar{t}_{A2} =$		$\bar{t}_{B2} =$			X	$\bar{t}_{A3} =$		$\bar{t}_{B3} =$	
	$\Delta \bar{t}_{A1} =$		$\Delta \bar{t}_{B1} =$				$\Delta \bar{t}_{A2} =$		$\Delta \bar{t}_{B2} =$				$\Delta \bar{t}_{A3} =$		$\Delta \bar{t}_{B3} =$	
	$\varepsilon_{\bar{t}_{A1}} =$		$\varepsilon_{\bar{t}_{B1}} =$				$\varepsilon_{\bar{t}_{A2}} =$		$\varepsilon_{\bar{t}_{B2}} =$				$\varepsilon_{\bar{t}_{A3}} =$		$\varepsilon_{\bar{t}_{B3}} =$	
X	$\bar{T}_{A1} =$		$\bar{T}_{B1} =$			X	$\bar{T}_{A2} =$		$\bar{T}_{B2} =$			X	$\bar{T}_{A3} =$		$\bar{T}_{B3} =$	
	$\Delta \bar{T}_{A1} =$		$\Delta \bar{T}_{B1} =$				$\Delta \bar{T}_{A2} =$		$\Delta \bar{T}_{B2} =$				$\Delta \bar{T}_{A3} =$		$\Delta \bar{T}_{B3} =$	
	$\varepsilon_{\bar{T}_{A1}} =$		$\varepsilon_{\bar{T}_{B1}} =$				$\varepsilon_{\bar{T}_{A2}} =$		$\varepsilon_{\bar{T}_{B2}} =$				$\varepsilon_{\bar{T}_{A3}} =$		$\varepsilon_{\bar{T}_{B3}} =$	

$\bar{g}_1 =$	$\bar{g}_2 =$	$\bar{g}_3 =$
$\Delta\bar{g}_1 =$	$\Delta\bar{g}_2 =$	$\Delta\bar{g}_3 =$
$\varepsilon_{\bar{g}_1} =$	$\varepsilon_{\bar{g}_2} =$	$\varepsilon_{\bar{g}_3} =$
$\bar{g} =$	$\Delta\bar{g} =$	$\varepsilon_{\bar{g}} =$

Формулы для расчёта косвенных измерений

Ответ:

Величина	Значение		Абсолютная погрешность	Единицы измерения	Относительная погрешность, %
$g =$		\pm			
$g_{\text{таб}} =$		\pm			

Интервалы сравнений