

Лабораторная работа № 2

Точное взвешивание.

Определение плотности однородных твёрдых тел правильной формы

Цель работы: научиться определять плотность однородных твёрдых тел правильной формы методом точного взвешивания на аналитических весах.

Оборудование: аналитические весы, набор разновесов, микрометр, тела для взвешивания.

Теоретическая часть

Масса m – физическая величина, одна из основных характеристик материи, определяющая её инертные, гравитационные и энергетические свойства. В механике различают массу инертную и гравитационную.

Инертная масса характеризует динамические свойства тела, то есть его способность получать определённое ускорение под действием силы. Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F} = m\vec{a},$$

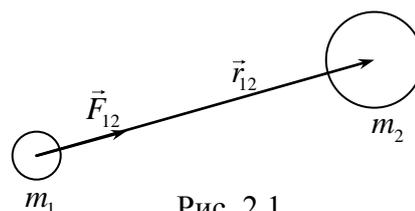
где \vec{F} – сила, действующая на материальную точку, m – масса этой точки, \vec{a} – ускорение, которое получает материальная точка под действием силы.

Гравитационная масса является источником тяготения (гравитационного поля). Каждое тело создаёт поле тяготения, пропорциональное массе тела и испытывает воздействие поля тяготения, создаваемого другими телами, силы которых также пропорциональны массам тел. Это поле вызывает притяжение любого другого тела к данному. В математической форме закон всемирного тяготения записывают в виде

$$\vec{F}_{12} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12},$$

где m_1 и m_2 – массы материальных точек, \vec{r}_{12} – вектор, проведённый от 1 точки ко 2,

$\gamma = (6,67408 \pm 0,00031) \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ – гравитационная постоянная¹ (рис. 2.1).



¹ CODATA (англ. Committee on Data for Science and Technology — Комитет по данным для науки и техники) – междисциплинарный комитет Международного совета по науке, учреждённый в 1966 году и ставящий своей целью сбор, критическую оценку, хранение и поиск важных данных для задач науки и техники.

URL: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>,

URL: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/Table/allascii.txt>.

Принцип взвешивания на весах

Масса тела может быть определена по различным её проявлениям (инертность, тяготение) путём сравнения с массой тела, принятого за эталон. В СИ измеряется в килограммах.

1 килограмм – единица СИ массы, равная массе международного прототипа килограмма, который представляет собой платиново-иридиевый (90% платины Pt и 10% Ir) цилиндр высотой и диаметром 39,17 миллиметра.

Одним из способов определения массы является взвешивание на рычажных весах.

Когда тело находится в покое на опоре или подвесе, его масса связана с весом тела соотношением (докажите это самостоятельно)

$$\vec{P} = m\vec{g}, \quad (2.1)$$

где \vec{g} – ускорение свободного падения в том месте, где находится тело.

Принцип взвешивания на весах основан на использовании рычага (рис. 2.2), в котором расстояния между точками приложения сил и точкой опоры равны друг другу (равновесный рычаг). В весах его называют коромыслом.

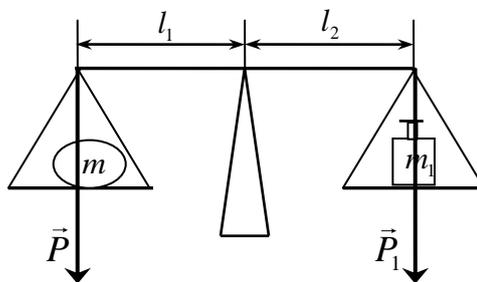


Рис. 2.2

Пусть коромысло с подвешенными к нему чашками находится в равновесии. Положим на левую чашку тело массой m . Для того, чтобы восстановить равновесие, надо на правую чашку накладывать разновесы до тех пор, пока стрелка не вернётся в первоначальное положение (m_1 – масса разновесов). На коромысло со стороны чашек весов будут действовать силы, одна из которых равна весу тела \vec{P} , а другая – весу разновесов \vec{P}_1 .

Так как коромысло находится в равновесии, то на основании второго условия равновесия запишем

$$Pl = P_1l_1, \quad (2.2)$$

где l и l_1 – плечи сил, действующих на коромысло со стороны чашек. Поскольку весы равноплечие, то $l = l_1$.

Поэтому $P = P_1$, и исходя из (2.1)

$$m = m_1.$$

Таким образом, при взвешивании тел на рычажных весах мы сравниваем силу, с которой масса взвешиваемого тела притягивается к Земле, с силой притяжения к Земле эталонной массы. Так как эталоном при этом является масса, то фактически взвешивание на рычажных весах сводится к определению массы.

Устройство аналитических весов

Аналитические весы являются прибором для точного определения массы тел и применяются в лабораториях научно-исследовательских учреждений и заводских лабораториях при производстве различных анализов.

Весы лабораторные аналитические модели ВЛА-200г-М и АЛВ-200 предназначены для точного определения массы тел (рис. 2.3, 2.4).

Они заключены в металлическую витрину с боковыми выдвигающимися стеклянными дверцами. Витрина расположена на металлическом

основании 1, к которому прикреплена колонка 2. На колонке укрепляются два кронштейна с воздушными успокоителями-демпферами 3. На колонке помещена опорная подушка, на которую опирается средняя призма коромысла 4. На концах коромысла в специальных сёдлах 5 закреплены грузоприёмные призмы, на которые навешиваются серьги 6 с грузоприёмными подушками (чашами) 7. Весы снабжены встроенными в них миллиграммовыми гирями, навешиваемыми на планку, скреплённую с правой серьгой. Управление гирями производится с помощью вращающихся лимбов 13, расположенных справа от витрины весов, через рычаги 8. При вращении малого лимба происходит накладывание или снятие десятков миллиграммов, при вращении большого лимба — сотен миллиграммов. Вращение лимбов осуществляется независимо друг от друга.

На коромысле укреплена стрелка 9, на нижнем конце которой установлена оптическая шкала с отсчётом от 0 до 10 мг в обе стороны. Микрошкала с помощью оптического устройства, состоящего из

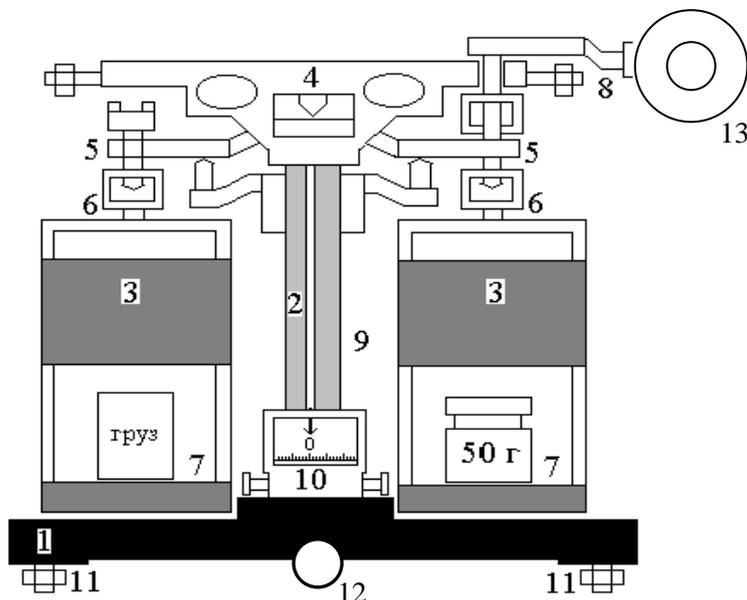


Рис. 2.3



Рис. 2.4

подсветки, объектива, отражающих зеркал, проецируется на экран 10, расположенный перед колонкой весов. Под основание весов вмонтировано изолирующее устройство, которое приводится в действие с помощью маховика. Осветитель расположен сзади витрины. Весы имеют одну нерегулируемую ножку и две боковые регулируемые 11, с помощью которых весы устанавливаются по уровню, расположенному в основании весов. С целью исключения повреждения весов при накладывании и снятия измеряемых предметов и разновесов они снабжены арретиром², который включается и выключается рукояткой 12.

Основные характеристики аналитических весов

1. Диапазон взвешивания — (0,2÷200) г.
2. Цена деления оптической шкалы — 0,1 мг/дел.
3. Диапазон измерений по оптической шкале — 10 мг.
4. Время успокоения указателя равновесия коромысла — не более 40 с.
5. Габариты: длина — 0,420 м, ширина — 0,420 м, высота — 0,470 м.
6. Масса — 14 кг.

Погрешности, которые необходимо учитывать при взвешивании

1. Погрешность массы гирь (разновесов) в наборе (ΔM_1) – определяется по таблице (см. Приложение).
2. Погрешность массы каждой встроенной миллиграммовой гири (ΔM_2) – не более 0,005 мг.
3. Погрешность оптической шкалы (ΔM_3) – не более 0,003 мг/дел.
4. Погрешность из-за неравноплечности коромысла (ΔM_4) – не более 2 мг.

Однократное взвешивание

Значение массы тела m определяется массой M_1 разновесов, массой M_2 использованных встроенных гирь и массой M_3 которую мы должны положить на правую чашку или снять с неё, чтобы стрелка весов заняла такое же положение, как и перед взвешиванием. Эта дополнительная масса находится по показателям оптической шкалы $M_3 = \lambda N_3$, где λ – цена деления оптической шкалы, а N_3 – число делений оптической шкалы, на которое отклонилась стрелка весов от своего первоначального положения

$$m = M_1 + M_2 + M_3. \quad (2.5)$$

При однократном взвешивании необходимо учитывать все погрешности. Абсолютная погрешность массы определяется по формуле

² Арретир (от франц. *arreter* – останавливать) — механическое приспособление для закрепления подвижной части точного измерительного прибора (гальванометра, аналитических весов и др.) в положении, исключающем её поломку при случайных толчках.

$$\Delta m = \sum_{i=1}^n \Delta M_{i1} + \Delta M_2 N_2 + \Delta M_3 N_3 + \Delta M_4, \quad (2.6)$$

где ΔM_{i1} – погрешность i -той гири, помещённой на правую чашку, N_2 – количество используемых встроенных гирь.

Правила взвешивания

1. Взвешивание проводить под контролем преподавателя или лаборанта.
2. **Помещать на чашку и снимать взвешиваемое тело и разновесы можно только при закрытом арретире (рукоятка 12 на рис. 2.3 повернута по часовой стрелке до упора).**
3. **Открывать и закрывать арретир нужно плавно.** Для открытия арретира необходимо плавно повернуть рукоятку 12 **против часовой стрелки** до упора.
4. Успокаивать качание чашек можно прикосновением листка бумаги.
5. Центр тяжести взвешиваемых грузов и разновесов должен по возможности находиться на середине чашек.
6. Разновесы можно брать только пинцетом, после снятия с весов их следует класть на своё место в ящик.
7. Открывать дверцы весов следует осторожно. При наблюдении качания весов дверцы следует закрывать.
8. Не следует надолго оставлять грузы на чашках, особенно если весы не арретированы.

Для взвешивания необходимо

1. Вставить вилку сетевого шнура в сеть.
2. Убедиться в том, что показания весов находятся на нулевой отметке.
Для этого:
 - а) Убедиться что дверки весов закрыты.
 - б) Установить лимб встроенных разновесов 13 (рис. 2.3) на ноль.
 - в) Убедиться, что чаши весов пустые.
 - г) Плавно повернуть ручку арретира против часовой стрелки до упора.
Подождать пока не прекратятся колебания стрелки весов.
 - е) Убедиться, что показания весов находятся на нулевой отметке. Если это не так, то необходимо сообщить об этом преподавателю или лаборанту.
 - ф) Если показания весов нулевые, то можно производить взвешивание.
3. **Закрывать арретир, повернув плавно ручку 12 вправо до упора.**
4. Убедиться в том, что масса взвешиваемого предмета не превышает 200 г. **На аналитических весах не допускается взвешивание предметов массой больше 200 г.**
5. Оценить на глаз массу взвешиваемого предмета и подобрать из набора разновесов гирю ближайшей, но заведомо большей массы.

6. Поместить взвешиваемый предмет на левую чашу весов, а гирю на правую.
7. Слегка приоткрыв арретир, убедиться, что гиря действительно перевешивает. **Заккрыть арретир.**
8. Заменить её следующей по порядку гирей меньшей массы.
9. Пункты 7 и 8 повторять до тех пор, пока гиря не окажется легче взвешиваемого предмета. Тогда к ней добавляют следующую меньшую гирю. Операцию повторяют, не пропуская ни одной гири. Когда таким образом Вы дойдёте до гири в 1 г, вместо гирь необходимо использовать встроенные разновесы. При пользованиями встроенными разновесами следите за тем, чтобы указатель на лимбе был установлен строго против указателя на основании лимбов.
10. Когда предмет будет почти уравновешен, арретир открывают полностью и наблюдают за показанием стрелки. Весы считаются уравновешенными, если при полностью открытом арретире стрелка не выходит за пределы шкалы, тогда можно записывать показания весов (см. формулу 2.5) и считать погрешность (см. формулу 2.6).

Определение плотности однородного твёрдого тела правильной формы

Плотностью тела ρ в данной точке называют отношение массы dm элементарного объёма к его величине

$$\rho = \frac{dm}{dV}. \quad (2.7)$$

Исходя из определения (2.7) можно рассчитать массу тела

$$m = \int_V \rho(x, y, z) dV, \quad (2.8)$$

где $\rho(x, y, z)$ — плотность, как функция координат, а интегрирование производится по всему объёму тела V .

Тело называется однородным, если его плотность во всех точках одинакова. Исходя из уравнения (2.8), масса однородного тела равна

$$m = \rho V. \quad (2.9)$$

Следовательно, (2.7) для однородного тела запишется в виде

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (2.10)$$

Таким образом, задача определения плотности однородного тела сводится к задаче определения массы этого тела и его объёма.

В данной работе требуется определить плотность вещества цилиндра по формуле

$$\rho = \frac{4m}{\pi D^2 H}. \quad (2.11)$$

Также требуется определить плотность вещества шара по формуле

$$\rho = \frac{6m}{\pi D^3}. \quad (2.12)$$

Докажите справедливость этих формул.

Экспериментальная часть

I. Определение плотности вещества цилиндра

1. Определите массу цилиндра на аналитических весах методом однократного взвешивания. Результат внесите в таблицу 2. Значение Δm определите по формуле (2.6). Поскольку погрешность Δm определяет предельную погрешность, то вероятность попадания истинного значения в интервал $m \pm \Delta m$ равна 100%.
2. С помощью микрометра измерьте в 5 различных местах диаметр и высоту цилиндра. Результаты внесите в таблицу 2.
3. Рассчитайте значения $|D_i - \bar{D}|$, $|H_i - \bar{H}|$, $(D_i - \bar{D})^2$, $(H_i - \bar{H})^2$, результаты внесите в таблицу 2.
4. Повторите пункты 1 – 3 для другого цилиндра, изготовленного из такого же материала.

5. По формуле (2.11) рассчитайте плотность вещества и её погрешность для обоих цилиндров. Запишите ответ. Сравните расчётные значения плотности, полученные для двух цилиндров, между собой, и с плотностью твёрдых материалов в справочнике. Определите, из какого материала изготовлены цилиндры. Сделайте вывод.

II. Определение плотности вещества шара

1. Определите массу шара на аналитических весах методом однократного взвешивания. Результат внесите в таблицу 3. Значение Δm определите по формуле (2.6).
2. С помощью микрометра измерьте в 10 различных местах диаметр шара. Результаты внесите в таблицу 3.
3. Повторите пункты 1 – 2 для другого шара.
4. Рассчитайте значения $|D_i - \bar{D}|$, $(D_i - \bar{D})^2$, результаты внесите в таблицу 3.
5. Рассчитайте по формуле (2.12) плотность вещества шаров и её погрешность. Запишите ответ. Сравните полученные значения плотности для двух шаров между собой и с плотностью твёрдых материалов в справочнике. Определите, из какого материала изготовлены шары. Сделайте вывод.

Контрольные вопросы

1. Какие виды массы различают?
2. Какое тело называют однородным?
3. Два шара одинакового размера взвесили и получили равное значение массы. Можно ли утверждать, что их плотность одинакова?
4. Сформулируйте закон всемирного тяготения, запишите его в векторной и скалярной форме.
5. При каких условиях наступает состояние невесомости?
6. Как можно измерить массу небольшого тела в невесомости?
7. Как можно рассчитать силу взаимодействия двух концентрических колец?

Лабораторная работа № 2. Лист отчёта
Точное взвешивание.
Определение плотности однородных твёрдых тел правильной формы

Выполнил студент _____
 Факультет _____ курс _____ группа _____
 Проверил _____
 Показания сняты _____
 Зачтено _____

Погрешности измерительных приборов. $\alpha =$ _____ %

Измерительный прибор	ω – цена деления	$\Delta_{\text{окр}}$ – округления	$\Delta_{\text{пр}}$ – приборная	$\Delta_{\text{суб}}$ – субъективная	Единицы измерения
Микрометр					

I. Определение плотности вещества цилиндра

Результаты измерений

Таблица 2

Первый цилиндр						
$m_1 =$		$\Delta m_1 =$			$\varepsilon_{m_1} =$	
i	$D_i, \text{мм}$	$ D_i - \bar{D} , \text{мм}$	$(D_i - \bar{D})^2, \text{мм}^2$	$H_i, \text{мм}$	$ H_i - \bar{H} , \text{мм}$	$(H_i - \bar{H})^2, \text{мм}^2$
1						
2						
3						
4						
5						
$\bar{D}_1 =$		$\Delta \bar{D}_1 =$		$\bar{H}_1 =$		$\Delta \bar{H}_1 =$
$\varepsilon_{\bar{D}_1} =$				$\varepsilon_{\bar{H}_1} =$		
Второй цилиндр						
$m_2 =$		$\Delta m_2 =$			$\varepsilon_{m_2} =$	
i	$D_i, \text{мм}$	$ D_i - \bar{D} , \text{мм}$	$(D_i - \bar{D})^2, \text{мм}^2$	$H_i, \text{мм}$	$ H_i - \bar{H} , \text{мм}$	$(H_i - \bar{H})^2, \text{мм}^2$
1						
2						
3						
4						
5						
$\bar{D}_2 =$		$\Delta \bar{D}_2 =$		$\bar{H}_2 =$		$\Delta \bar{H}_2 =$
$\varepsilon_{\bar{D}_2} =$				$\varepsilon_{\bar{H}_2} =$		

Формулы для расчёта косвенных измерений

Ответ:

Величина	Значение		Абсолютная погрешность	Единицы измерения	Относительная погрешность, %
$\rho_{1ц} =$		\pm			
$\rho_{2ц} =$		\pm			
$\rho_{таб} =$		\pm			

Интервалы сравнений

II. Определение плотности вещества шара

Результаты измерений

Таблица 3

Первый шар			
$m_1 =$		$\Delta m_1 =$	$\varepsilon_{m_1} =$
i	$D_i, \text{ мм}$	$ D_i - D , \text{ мм}$	$(D_i - \bar{D})^2, \text{ мм}^2$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
$\bar{D}_1 =$		$\Delta \bar{D}_1 =$	$\varepsilon_{\bar{D}_1} =$
Второй шар			
$m_2 =$		$\Delta m_2 =$	$\varepsilon_{m_2} =$
i	$D_i, \text{ мм}$	$ D_i - D , \text{ мм}$	$(D_i - \bar{D})^2, \text{ мм}^2$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
$\bar{D}_2 =$		$\Delta \bar{D}_2 =$	$\varepsilon_{\bar{D}_2} =$

Формулы для расчёта косвенных измерений

Ответ:

Величина	Значение		Абсолютная погрешность	Единицы измерения	Относительная погрешность, %
$\rho_{1ш} =$		\pm			
$\rho_{2ш} =$		\pm			
$\rho_{таб} =$		\pm			

Интервалы сравнений