В. А. Касьянов

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

ФИЗИКА

10 класс

дрофа

В. А. Касьянов

ФИЗИКА

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

10 класс

Учебник

Рекомендовано
Министерством просвещения
Российской Федерации

8-е издание, стереотипное

МОСКВА
ДРОФА
2020

Российский учебник

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я72
К28

Одобрено Научно-редакционным советом корпорации «Российский учебник» под председательством академиков Российской академии наук В. А. Тишкова и В. А. Черешнева

Касьянов, В. А.
К28 Физика. Углублённый уровень. 10 класс : учебник / В. А. Касьянов. — 8-е изд., стереотип. — М. : Дрофа, 2020. — 480 с. : ил. — (Российский учебник).
ISBN 978-5-358-23453-6

Учебник соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования. Включён в Федеральный перечень учебников в составе завершённой предметной линии.

Учебник предназначен учащимся 10 классов, изучающим физику на углублённом уровне.

Данный учебник создан с учётом современных научных представлений и включает следующие основные разделы: «Механика», «Молекулярная физика», «Электростатика».

Достоинством учебника является тщательно разработанный методический аппарат, включающий вопросы, задачи различной степени сложности, творческие задания, описания лабораторных работ. Книга хорошо иллюстрирована.

К учебнику изданы тетради для контрольных работ, дидактические материалы.

Раздел «Лабораторные работы» подготовлен при участии Г. Г. Никифорова.

Творческие задания составлены О. А. Крысановой и Н. В. Ромашкиной.

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я72

РОССИЙСКИЙ УЧЕБНИК

Учебное издание

Касьянов Валерий Алексеевич

ФИЗИКА. Углублённый уровень. 10 класс

Учебник

Зав. редакцией *И. Г. Власова*. Ответственный редактор *А. О. Тупикин*
Оформление *М. В. Мандрыкина*. Художник *Л. Я. Александрова*
Художественный редактор *М. В. Мандрыкина*. Технический редактор *И. В. Грибкова*
Компьютерная вёрстка *С. Л. Мамедова*. Корректор *Г. И. Мосякина*

Подписано к печати 10.07.19. Формат 70 × 90 $^1/_{16}$. Гарнитура «Школьная».
Печать офсетная. Усл. печ. л. 35,1. Тираж 3000 экз. Заказ № .

ООО «ДРОФА». 123112, г. Москва, Пресненская набережная,
дом 6, строение 2, помещение № 1, этаж 14.

росучебник.рф/метод

Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги
можно отправлять по электронному адресу: expert@rosuchebnik.ru
По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь:
тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: sales@rosuchebnik.ru
Электронные формы учебников, другие электронные материалы и сервисы:
lecta.rosuchebnik.ru, тел.: 8-800-555-46-68
В помощь учителю и ученику: регулярно пополняемая библиотека дополнительных материалов к урокам, конкурсы и акции с поощрением победителей, рабочие программы, вебинары и видеозаписи открытых уроков росучебник.рф/метод

ISBN 978-5-358-23453-6

ВВЕДЕНИЕ

1 Физика в познании вещества, поля, пространства и времени

§ 1. Что изучает физика

Возникновение физики. Любое природное явление в окружающем нас мире имеет множество характеристик и признаков. Например, море ассоциируется с водой и пеной, шумом приливов и отливов, водорослями и рыбами.

Любознательность, стремление увидеть общее в разрозненных проявлениях и признаках природных явлений, понять причины, порождающие их, а также желание предсказать их возникновение неизменно стимулировали научное познание.

Каждому любознательному человеку, несомненно, интересно узнать, чем отличаются различные звуки и что у них общего, что определяет разный цвет тел, что общего между падением тел на Землю и движением звёзд и планет.

Физика как экспериментальная наука возникла из астрономии, фиксировавшей повторяемость в движении звёзд и планет. Сама природа принимала участие в астрономических экспериментах, подобно бесконечной рулетке выбрасывая повторяющиеся события.

Смена времён года, смена дня и ночи, цикличность перемещения звёзд и планет по небесному куполу, чёткая периодичность солнечных и лунных затмений свидетельствовали об определённых закономерностях природных явлений.

Астрономы фиксировали и классифицировали данные своих наблюдений и, что особенно важно, проводили измерения. На результатах этих измерений строились количественные объяснения основных закономерностей движения небесных тел.

Количественный подход. Начало физике положил итальянский учёный ***Галилео Галилей***, поставивший первые физические эксперименты и предложивший теоретическое объяснение движения тел. До Галилея изучение движения основывалось на чисто философских выводах и было описательным.

Физика — наука о наиболее общих и фундаментальных закономерностях, определяющих структуру и эволюцию материального мира.

Физика, как и любая другая естественная наука, основывается на количественных наблюдениях.

Изучая падение тел разной массы, Галилей не просто наблюдал за их движением, но и *измерял высоту*, с которой падают тела, и *определял время* их падения.

В результате измерений Галилеем были получены *количественные* соотношения между величинами.

Базовые физические величины в механике. Среди многочисленных физических величин выделяют основные, или базовые, величины, через которые с помощью определённых количественных соотношений выражаются все остальные. Такими величинами являются ***длина, время***, характеризующие расположение тел в пространстве в определённый момент времени, и ***масса***, определяющая гравитационные и инерционные свойства тел.

Кратные и дольные единицы. Определив в Международной системе единиц основные единицы (метр — для длины, секунда — для времени, килограмм — для массы) в зависимости от диапазона измерений, удобно

Таблица 1

Приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц

Степень	Приставка	Символ	Примеры	Степень	Приставка	Символ	Примеры
10^{18}	экса-	Э	эксаджоуль, ЭДж	10^{-1}	деци-	д	децибел, дБ
10^{15}	пета-	П	петаватт, ПВт	10^{-2}	санти-	с	сантиметр, см
10^{12}	тера-	Т	терагерц, ТГц	10^{-3}	милли-	м	миллиметр, мм
10^{9}	гига-	Г	гигавольт, ГВ	10^{-6}	микро-	мк	микрограмм, мкг
10^{6}	мега-	М	мегаватт, МВт	10^{-9}	нано-	н	нанометр, нм
10^{3}	кило-	к	килоом, кОм	10^{-12}	пико-	п	пикофарад, пФ
10^{2}	гекто-	г	гектопаскаль, гПа	10^{-15}	фемто-	ф	фемтометр, фм
10	дека-	да	деканьютон, даН	10^{-18}	атто-	а	аттокулон, аКл

использовать единицы, бо́льшие или меньшие по величине. Эти *кратные* и *дольные единицы* отличаются от системных по порядку величины и обозначаются с помощью соответствующих десятичных приставок (табл. 1).

Например, приставка «кило-» означает введение единицы в тысячу раз (на 3 порядка) большей, чем основная: 1 км = 10^3 м.

ВОПРОСЫ

1. Какова роль астрономии в возникновении физики как экспериментальной науки?
2. Что является предметом изучения физики?
3. Почему именно Галилео Галилея считают первым физиком?
4. Какие физические величины называют базовыми или основными?
5. Приведите примеры кратных и дольных единиц.

§ 2. Органы чувств как источник информации об окружающем мире

Диапазон восприятия органов чувств. Органы чувств человека сформировались в процессе длительной биологической эволюции. Являясь источником информации об окружающем мире, они обеспечивают необходимый уровень адаптации человека к возможным изменениям внешней среды. Вместе с тем органы чувств ограничивают возможности познания человеком природных явлений из-за сравнительно узкого диапазона воспринимаемых ими информационных сигналов.

Органы *осязания* не позволяют отличать друг от друга достаточно мелкие шероховатости и различать слабые раздражители. Диапазон воспринимаемой температуры, а также концентрации вредных жидкостей на коже невелик и обеспечивает лишь режим биологического выживания организма.

Рецепторы *вкуса* чувствительны только к ограниченному набору химических соединений и веществ, потребляемых организмом.

Органы *обоняния* реагируют лишь на некоторые газы, пары́ и их смеси в узком диапазоне концентрации.

Достаточно велики пороговые возможности восприятия малой и большой интенсивности звука органами *слуха*. Однако частотный диапазон сигналов, принимаемых человеческим ухом, ограничен (16 Гц — 20 кГц).

Через орган *зрения* (глаз) человек получает наибольший объём информации по сравнению с другими органами чувств. Однако человеческий глаз не может воспринимать излучение сверхвысокой интенсивности и различать последовательные короткие сигналы (длительностью менее 0,05 с). Видимый свет занимает чрезвычайно узкий (по сравнению со спектром возможных излучений) диапазон длин волн: от 0,38 до 0,78 мкм. Крайне невелика и разрешающая способность глаза: минимальный размер объекта, различаемого глазом, оказывается около 50—80 мкм.

Узкий диапазон восприятия органов чувств по сравнению с широчайшим многообразием природных информационных сигналов всегда оставался существенным препятствием, тормозящим развитие научных представлений об окружающем мире.

Органы чувств и процесс познания. Ограниченный объём информации, получаемый человеком от каждого органа чувств, позволяет уподобить процесс познания окружающего мира ситуации, которая описана в притче о пяти слепых, пытавшихся представить себе, что такое слон. Первый слепой, взобравшийся на спину слона, считал, что это стена. Второй, ощупывающий ногу слона, решил, что это колонна. Третий, взявший в руки хобот, принял его за трубу. Слепой, дотрагивающийся до бивня, думал, что это сабля, а слепой, поглаживающий хвост слона, заподозрил, что это верёвка.

Аналогично недостаток чувственных восприятий, казалось бы, неизбежно должен был привести к неоднозначным и противоречивым представлениям о структуре окружающего мира. «Жизненный опыт» оказывается недостаточным при изучении явлений, характеризуемых пространственными размерами и временны́м интервалом, недоступными для непосредственного наблюдения. В этих условиях дополнительную информацию можно получить лишь с помощью экспериментальных установок, существенно расширяющих диапазон принимаемых информационных сигналов, и нетривиальных физических теорий, адекватно описывающих основные закономерности физических явлений.

Несмотря на ограниченный диапазон восприятия органов чувств, человек сумел определить структуру вещества и понять природу многочисленных эффектов вне этого диапазона.

Физика и культура. Взаимосвязи физики и культуры многогранны. Художественная литература является источником знаний о единстве мира, путях его познания, о возможных направлениях развития приложений физических явлений (научная фантастика). Физические основы акустики совершенствуют запись и воспроизведение звука, музыкальных произведений, рассматривая музыкальные инструменты как физико-акустические приборы. В то же время компьютерная обработка информации позволяет интенсифицировать изобразительные средства телевидения и кинематографа. Новые строительные материалы, разрабатываемые в научных лабораториях, дают возможность современной архитектуре существенно совершенствовать строительные конструкции и проектировать их на основе физических законов. Радиоуглеродный метод геохронологии позволяет с большой точностью определить как возраст древнейших памятников культуры (рукописей, картин, скульптур, строений и т. д.), так и время вымирания доисторических животных.

ВОПРОСЫ

1. Почему диапазон восприятия органов чувств человека достаточен для адаптации к жизни в земных условиях?
2. Как ограниченность диапазона восприятия органов чувств препятствует формированию научных представлений об окружающем мире?
3. Чем ограничен диапазон восприятия органов осязания, вкуса, обоняния и слуха?
4. Какой диапазон длин волн излучения, называемый световым, воспринимается глазом?
5. Что компенсирует недостаток восприятия органов чувств человека при формировании представлений об окружающем мире?

§ 3. Эксперимент. Закон. Теория

Особенности научного эксперимента. Суть любого научного эксперимента состоит в наблюдении явления и получении данных, его характеризующих.

Классификация и анализ экспериментальных данных выявляют характер изменения наблюдаемых величин или их постоянство. Результаты таких исследований формулируются в виде определённых закономерностей.

Физический закон — соотношение между физическими величинами, устойчиво проявляющееся при определённых условиях в эксперименте.

Особая ценность получаемого из опыта закона состоит в том, что с его помощью часто можно описать не только изучаемое явление, но и ряд других явлений и экспериментов. Сравнительно небольшое число основных, фундаментальных физических законов достаточно для описания многих природных явлений. Объяснить явление помогают интуиция, воображение, догадка.

Научная гипотеза является предположением о том, что существует связь между известным и вновь объясняемым явлением.

Дав количественное описание падения тел на землю, Галилей не ответил на вопрос, почему они падают. ***Исаак Ньютон***, основоположник фундаментальной физической теории, высказал гипотезу, согласно которой причина падения тел — притяжение их к Земле. Ньютоном была создана классическая теория тяготения.

Научная теория содержит постулаты, определения, гипотезы и законы, объясняющие наблюдаемое явление.

Любая физическая теория является некоторым приближением к реальности. Результаты теории постоянно проверяются *экспериментом*, являющимся *критерием правильности теории*. Даже временное совпадение теории с экспериментом не означает её абсолютной правильности. Расхождение теории с корректно поставленным экспериментом приводит к совершенствованию старой или созданию принципиально новой теории, дающей новые законы и более глубокое понимание физической реальности.

Фундаментальные физические теории. Особенно ценной в физике считается теория, предсказывающая новые экспериментальные эффекты, которые не могут быть объяснены в рамках прежней теории. Примером такой теории является общая теория относительности ***Альберта Эйнштейна***, предсказавшая и количественно описавшая отклонение светового луча в поле тяготения — эффект, который нельзя было объяснить в рамках теории тяготения Ньютона.

Особенностью фундаментальных физических теорий является их *преемственность*. Более общая теория включает частные, уже известные законы и определяет границы применимости предыдущей теории. Так, механика Ньютона в течение двух столетий прекрасно описывала наблюдаемое поведение макроскопических тел. Однако движение тел со скоростью, близкой к скорости света, она объяснить не смогла. Специальная теория относительности Эйнштейна, основанная на постулатах, отличных от ньютоновских, объяснила законы движения тел, движущихся со скоростью, сравнимой со скоростью света. Для небольшой скорости (много меньшей скорости света) результаты теории относительности совпадают с результатами классической механики Ньютона. Это совпадение и определяет одну из границ применимости теории Ньютона.

1) Классическая механика справедлива для описания движения тел, скорость которых много меньше скорости света.

Существует и другая граница применимости классической механики.

2) С помощью теории Ньютона нельзя описать процессы в микромире, которые активно используют современная электроника, компьютерная техника, новые технологии.

Ни одна физическая теория не может быть признана окончательной и верной навсегда. Всегда существует вероятность, что новые наблюдения потребуют уточнения теории. В этом смысле всё изучается лишь для того, чтобы через некоторое время снова стать непонятным или в лучшем случае потребовать исправления.

ВОПРОСЫ

1. В каком случае соотношение между физическими величинами можно назвать физическим законом?

2. В чём ценность фундаментальных законов?
3. Перечислите основные компоненты физической теории.
4. Что означает преемственность фундаментальной физической теории?
5. Почему эксперимент является критерием правильности физической теории?

§ 4. Физические модели

Модельные приближения. Физические законы — лишь некоторые ступени в познании окружающего мира. Изучение сложных природных явлений в полном объёме часто невозможно без введения упрощающих предположений. В таком случае полученные теорией результаты могут служить в качестве приближения при описании реальной картины явления.

Подобные приближения часто называют *модельными*. В повседневном разговоре слово «модель» используется достаточно часто (применительно к небоскрёбу, железной дороге, демонстраторам одежды и т. д.).

Модель в физике — упрощённый аналог физической системы (процесса), сохраняющий её (его) главные черты.

Например, при полёте теннисного мяча в воздухе следует иметь в виду, что он не идеально сферичен и не идеально твёрд. На его движение оказывают влияние сопротивление воздуха и ветер. При движении мяч может вращаться, а сила тяжести, действующая на мяч, изменяется с высотой. Вообще говоря, следует учитывать и вращение Земли. При учёте всех этих факторов проанализировать движение мяча практически невозможно. Тем не менее, пренебрегая размерами мяча, сопротивлением воздуха, вращением Земли и считая постоянной силу тяжести, можно рассчитать, что мяч движется по параболической траектории. Результаты теоретического расчёта достаточно точно описывают реальную траекторию движения мяча (хотя и несколько отличающуюся от параболической). Это означает, что созданная идеализированная модель содержит наиболее важные черты системы, а мы пренебрегли не самыми существенными её характеристиками. В то же время теория принципиально расходится с экспериментом, если пренебречь силой притяжения мяча к Земле. В этом случае мяч должен двигаться равномерно и прямолинейно, а не по параболе. Отсюда следует, что важнейшим фактором, который следовало учитывать при теоретическом рассмотрении данного движения, является сила тяжести.

Границы применимости физической теории. Успех описания явления зависит от того, насколько удачно выбрана физическая модель, насколько она адекватна явлению.

Наглядность моделей позволяет лучше представить, например, структуру вещества, а также природу физических процессов и явлений.

Для описания сложных физических систем используется целый ряд стандартных физических моделей: материальная точка, абсолютно твёрдое тело, математический маятник, идеальный проводник, изолятор и т. д.

Любая теория является описанием некоторой модели физической системы, некоторым приближением к реальности и поэтому в дальнейшем может быть развита и обобщена. В этом смысле одни и те же модели могут использоваться для объяснения различных физических явлений. Эйнштейна восхищало то, что «можно так много сделать, зная так мало».

ВОПРОСЫ

1. Чем определяются границы применимости физической теории?
2. Что такое модель в физике?
3. Приведите пример физической модели.
4. Что определяет адекватность модели физическому явлению?
5. В чём заключается взаимосвязь теории и физической модели?

§ 5. Идея атомизма

Гипотеза Демокрита. Первой наиболее перспективной научной гипотезой о строении вещества была идея атомизма. Греческий философ ***Демокрит*** в V в. до н. э. предположил, что *все вещества состоят из невидимых человеческим глазом малых частиц — атомов* (от *греч.* atomos — неделимый). Атомистическая гипотеза впервые в научном познании предполагала существование объектов, недоступных восприятию органов чувств человека. Эта гениальная идея человеческого разума нашла своё экспериментальное подтверждение лишь через два тысячелетия, в XIX в., в работах английского физика и химика ***Джона Дальтона***. Объясняя химические превращения и реакции, он пришёл к выводу, что каждому химическому элементу соответствует свой тип мельчайших невидимых атомов, а все вещества состоят из химических соединений атомов.

Последующая классификация атомов в Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева в порядке возрастания массы показала, что всего в настоящее время насчитывается 118 химических элементов. Это означает, что многообразный окружающий мир сконструирован примерно из сотни типовых блоков — атомов.

Модели в микромире. Исследования структуры вещества на пространственных масштабах, меньших атомарных, привели к открытию новых простейших кирпичиков мироздания. В 1887 г. английский физик ***Джозеф Томсон*** обнаружил ещё одну частицу — *электрон*. По своим характеристикам электрон не вписывался в Периодическую систему химических элементов Д. И. Менделеева.

Открытие английским физиком ***Эрнестом Резерфордом*** в 1911 г. атомного ядра привело к созданию *планетарной модели атома*. Согласно этой модели атом состоит из *ядра*, вокруг которого вращаются электроны.

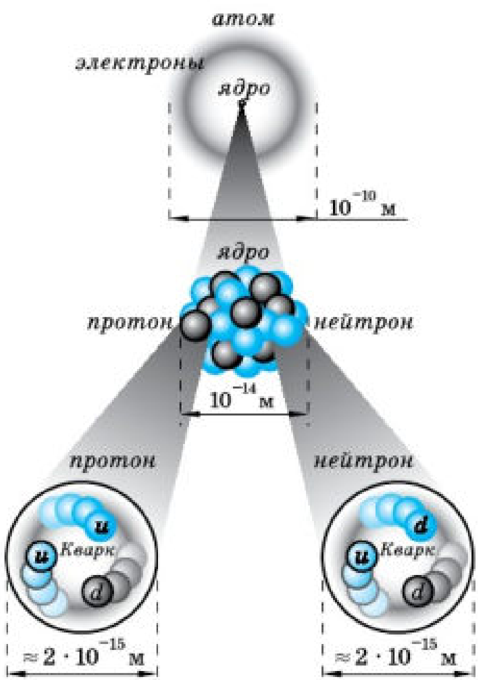
Последующие эксперименты (1914—1932) показали, что атомное ядро состоит из тяжёлых (по сравнению с электроном) частиц: электронейтральных *нейтронов* и положительно заряженных *протонов*. Заряд протона равен по величине и противоположен по знаку отрицательному заряду электрона. В целом атом электронейтрален, так как число протонов в ядре равно числу электронов в атоме.

Число протонов в ядре определяет химические свойства атома и его место в Периодической таблице химических элементов Д. И. Менделеева.

Согласно современным представлениям, протон и нейтрон являются сложными частицами, состоящими из трёх *кварков* (рис. 1).

К настоящему времени открыто свыше 400 *элементарных частиц*.

Элементарная частица — микрообъект, который невозможно расщепить на составные части.



1 ▶
Структура атома: протон и нейтрон — частицы, состоящие из трёх кварков

Элементарные частицы классифицируют по массе на две большие группы. Лёгкие частицы образуют группу *лептонов* (от *греч.* leptós — мелкий).

Тяжёлые частицы относятся к группе *адронов* (от *греч.* hadrós — сильный).

Особую (третью) группу составляют частицы — *переносчики взаимодействий* между частицами. В частности, *фотон* переносит минимальную порцию энергии электромагнитного поля.

ВОПРОСЫ

1. В чём состояла гипотеза Демокрита о строении вещества?
2. Какие выводы следовали из экспериментов Д. Дальтона?
3. От чего зависят химические свойства атома и его место в Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева?
4. Используя знания о строении атома из основной школы и, если требуется, Интернет, воспроизведите цепочку научных гипотез и открытий, позволивших Резерфорду создать планетарную модель атома.
5. По какому признаку элементарные частицы подразделяют на три группы?

§ 6. Фундаментальные взаимодействия

Виды взаимодействий. Упорядоченность расположения небесных тел во Вселенной объясняется их взаимодействием друг с другом. Структура вещества этих тел стабильна благодаря связям между составляющими его частицами. Несмотря на то что в веществе содержится большое число различных элементарных частиц, существует лишь четыре вида фундаментальных взаимодействий между ними: *гравитационное, слабое, электромагнитное* и *сильное*.

Фундаментальные взаимодействия — взаимодействия, которые не могут быть сведены к другим, более простым видам взаимодействия.

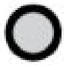
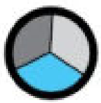
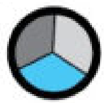
Все процессы и явления в природе (падение яблока, взрыв сверхновой звезды, прыжок кузнечика или радиоактивный распад веществ) являются результатом этих взаимодействий.

Гравитационное взаимодействие универсально: в нём участвуют все элементарные частицы.

Слабое взаимодействие присуще всем частицам, кроме фотона.

Таблица 2

Взаимодействия, в которых участвуют основные элементарные частицы

			Цветовое обозначение взаимодействий
Лептоны	Нейтральный  (нейтрино)	Заряженный  (электрон)	Гравитационное
			Слабое
Адроны	Нейтральный  (нейтрон)	Заряженный  (протон)	Электромагнитное
			Сильное
Фотон			

Электромагнитное взаимодействие связывает между собой частицы, содержащие электрические заряды.

Сильное взаимодействие определяет связи только между адронами.

В таблице 2 условно представлены важнейшие элементарные частицы, принадлежащие к основным группам (адроны, лептоны, переносчики взаимодействий), и показаны типы взаимодействий, в которых эти частицы могут участвовать.

Важнейшей характеристикой фундаментального взаимодействия является его *радиус действия* (табл. 3).

Радиус действия взаимодействия — максимальное расстояние между частицами, за пределами которого их взаимодействием можно пренебречь.

При малом радиусе действия взаимодействие называют *короткодействующим*, при большом — *дальнодействующим*.

Сильное и слабое взаимодействия являются короткодействующими. Их интенсивность быстро убывает при увеличении расстояния между частицами. Такие взаимодействия проявляются на небольшом расстоянии, недоступном для восприятия органами чувств. По этой причине сильное и слабое взаимодействия были открыты позже других (лишь в XX в.) с помощью сложных экспериментальных установок.

Таблица 3

Основные характеристики фундаментальных взаимодействий

Взаимодействие	Взаимодействующие частицы	Радиус действия, м	Относительная интенсивность*
Гравитационное	Все	∞	1
Слабое	Все, кроме фотона	10^{-17}	10^{32}
Электромагнитное	Заряженные частицы	∞	10^{36}
Сильное	Адроны	10^{-15}	10^{38}

* Относительная интенсивность взаимодействия — отношение сил фундаментальных взаимодействий двух протонов, находящихся на расстоянии, равном их диаметру ($\approx$ 2 фм).

Электромагнитное и гравитационное взаимодействия являются дальнодействующими. Такие взаимодействия медленно убывают при увеличении расстояния между частицами и не имеют конечного радиуса действия.

Взаимодействие как связь структур вещества. В атомном ядре *связь протонов и нейтронов обусловливает* ***сильное взаимодействие***. Оно обеспечивает исключительную прочность ядра, лежащую в основе стабильности вещества в земных условиях. На расстоянии, большем 10^{-15} м (порядка размера ядра), силы притяжения между протонами и нейтронами резко убывают, переставая их связывать друг с другом.

Слабое взаимодействие в миллион раз менее интенсивно, чем сильное. Оно *действует между большинством элементарных частиц*, находящихся друг от друга на расстоянии, меньшем 10^{-17} м. Слабым взаимодействием определяются радиоактивный распад урана, реакции термоядерного синтеза на Солнце. Как известно, именно излучение Солнца является основным источником жизни на Земле.

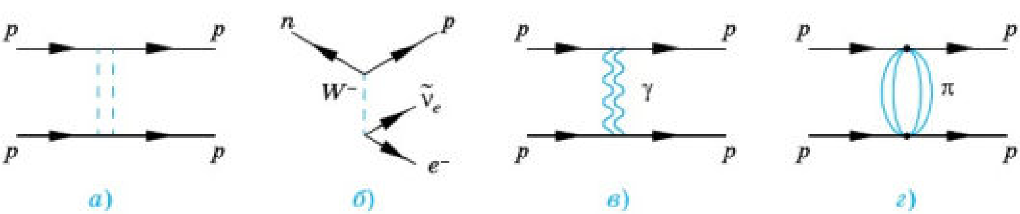
Электромагнитное взаимодействие, являясь дальнодействующим, определяет структуру вещества за пределами радиуса действия сильного взаимодействия. Электромагнитное взаимодействие *связывает электроны и ядра в атомах и молекулах*. Оно объединяет атомы и молекулы в различные вещества, определяет химические и биологические процессы. Силы упругости, трения, вязкости, магнитные силы являются силами электромагнитной природы. В частности, электромагнитное отталкивание молекул, находящихся на малых расстояниях, вызывает силу реакции опоры, в результате чего мы, например, не проваливаемся сквозь пол. Электромагнитное взаимодействие не оказывает существенного влияния на взаимное движение макроскопических тел большой массы, так как каждое тело электронейтрально, т. е. содержит примерно одинаковое число положительных и отрицательных зарядов.

Гравитационное взаимодействие прямо пропорционально массе взаимодействующих тел. Из-за малости массы элементарных частиц гравитационное взаимодействие между частицами невелико по сравнению с другими видами взаимодействия, поэтому гравитационное взаимодействие в процессах микромира несущественно.

При увеличении массы взаимодействующих тел (т. е. при увеличении чисiá содержащихся в них частиц) гравитационное взаимодействие между телами возрастает прямо пропорционально их массе. В связи с этим в макромире при рассмотрении движения планет, звёзд, галактик, а также движения небольших макроскопических тел в их полях гравитационное взаимодействие становится определяющим. Оно удерживает атмосферу, моря и всё живое и неживое на Земле, Землю, вращающуюся по орбите вокруг Солнца, Солнце в пределах Галактики. Гравитационное взаимодействие играет главную роль в процессах образования и эволюции звёзд.

Фундаментальные взаимодействия элементарных частиц изображаются с помощью специальных диаграмм (рис. 2), на которых реальной частице соответствует прямая линия, а её взаимодействие с другой частицей изображается либо пунктиром, либо кривой.

Современные физические представления о фундаментальных взаимодействиях постоянно уточняются. В 1967 г. ***Шелдон Глэшоу, Абдус Салам*** и ***Стивен Вайнберг*** создали теорию, согласно которой электромагнитное и слабое взаимодействия представляют собой проявление ***единого электрослабого взаимодействия***. Если расстояние от элемен-



2

Диаграммы взаимодействий элементарных частиц:
а — гравитационное; б — слабое; в — электромагнитное; г — сильное

тарной частицы меньше радиуса действия слабых сил (10^{-17} м), то различие между электромагнитным и слабым взаимодействиями исчезает.

Таким образом, число фундаментальных взаимодействий сократилось до трёх. В настоящее время экспериментальную проверку проходит теория ***«великого объединения»***. Согласно этой теории, объединяющей сильное, слабое и электромагнитное взаимодействия, существуют лишь два типа взаимодействий: *объединённое* и *гравитационное*. Не исключено, что все четыре взаимодействия являются частными проявлениями единого взаимодействия. На предпосылках таких предположений мы остановимся более подробно при обсуждении теории возникновения Вселенной (модель Большого взрыва).

ВОПРОСЫ

1. Как расположить в порядке возрастания интенсивности фундаментальные взаимодействия?
2. Для взаимодействия каких частиц характерно каждое фундаментальное взаимодействие?
3. Какие фундаментальные взаимодействия являются короткодействующими и какие — дальнодействующими? Чему равен их радиус действия?
4. Какие взаимодействия включает электрослабое?
5. Какие взаимодействия объединяет теория «великого объединения»?

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Какова методика проведения социального эксперимента? Выделите общие и различные этапы проведения физического и социального экспериментов. Ответ представьте в виде таблицы. В каком социальном эксперименте вы принимали участие? Предложите проблематику социальных экспериментов, в которых вы будете активным участником-исследователем.
2. Проанализируйте в хронологическом аспекте, какова роль органов чувств в познании окружающего мира. Результат анализа представьте в виде презентации.
3. Каким образом изменяются восприятие и познание окружающего мира при появлении искусственных органов чувств? Ответ представьте в виде презентации.
4. Зачем в естественных и гуманитарных науках при исследовании различных явлений, процессов пользуются моделями? Приведите конкретные примеры использования моделей в различных областях научного знания. Ответ представьте в виде таблицы.
5. Какие аспекты вашей жизни опираются на модельные представления? Кто «придумывает» для вас эти модели?
6. Какие физические задачи решаются с помощью компьютерного моделирования (назовите не менее трёх)? Какие ваши жизненные задачи можно решить, используя компьютерное моделирование? Напишите алгоритм.
7. Что является «атомом жизни»?

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **Физика** — наука о наиболее общих и фундаментальных закономерностях, определяющих структуру и эволюцию материального мира. Физика, как и любая другая наука, основывается на количественных наблюдениях.
- **Базовые (основные) физические величины** — величины, через которые выражаются все остальные.

  Базовыми физическими величинами в механике являются длина, время и масса.
- **Органы чувств** человека являются источником информации об окружающем мире.
  Наибольший объём информации человек получает с помощью зрения.
- **Физический закон** — описание соотношений в природе, проявляющихся при определённых условиях в эксперименте.
- **Научная теория** включает постулаты, определения, гипотезы и законы, объясняющие наблюдаемые явления.
  Критерий правильности теории — **физический эксперимент**.
  Границы применимости теории определяются физическими упрощающими предположениями, сделанными при постановке задачи и в процессе вывода соотношений.
- **Модель в физике** — упрощённый аналог физической системы (процесса), сохраняющий её (его) главные черты.
- **Элементарная частица** — микрообъект, который невозможно расщепить на составные части.
  Элементарные частицы подразделяются на три группы: адроны, лептоны, переносчики взаимодействий.
- **Фундаментальное взаимодействие** — взаимодействие, которое не может быть сведено к другим, более простым видам взаимодействий.
  Существует четыре вида фундаментальных взаимодействий: гравитационное, слабое, электромагнитное и сильное.
- **Гравитационное взаимодействие** присуще всем частицам. Оно определяет процесс образования и структуру Вселенной.
- **Слабое взаимодействие** ответственно за взаимодействие всех частиц, кроме фотона. Оно определяет реакции термоядерного синтеза на Солнце.
- **Электромагнитное взаимодействие** связывает между собой только заряженные частицы. Оно объединяет атомы и молекулы в веществе.
- **Сильное взаимодействие** определяет связи только между адронами. Оно обусловливает связь протонов и нейтронов в атомном ядре.
- **Радиус действия взаимодействия** — максимальное расстояние между частицами, за пределами которого их взаимодействием можно пренебречь. При малом радиусе действия взаимодействие называют короткодействующим, при большом — дальнодействующим.
  Сильное и слабое взаимодействия являются короткодействующими.
  Электромагнитное и гравитационное взаимодействия являются дальнодействующими.

2 Кинематика материальной точки

§ 7. Траектория. Закон движения

Описание механического движения. Неотъемлемой формой существования вещества во Вселенной является движение. Оно характеризует изменения, происходящие в окружающем нас мире. По поверхности Земли и вблизи неё перемещаются, например, вода, песок, атмосферный воздух, транспорт и т. д. Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца, которое вместе со всеми планетами Солнечной системы перемещается относительно центра Галактики. Вселенная как целое расширяется. В движении участвует каждый атом любого тела.

На первом этапе рассматривается движение тела как целого, т. е. *механическое движение*.

Механическое движение — изменение пространственного положения тела относительно других тел с течением времени.

На втором этапе методами молекулярной физики изучается движение большого числа молекул в веществе (внутри тела). Если подобная детализация является излишней (например, при анализе движения планет, космических ракет, самолётов, автомобилей, поездов, кораблей и т. д.), то можно ограничиться рассмотрением механического движения, являющегося упрощённой моделью реального сложного движения.

Кинематика изучает механическое движение тел, не рассматривая причины, которыми это движение вызывается.

Задача кинематики (от *греч.* kinematos — движение) — дать математическое описание движения тел.

Для описания механического движения тела необходимо знать положение тела в пространстве в любой момент времени. Эта задача осложняется тем, что любое тело состоит из частей, занимающих различное положение в пространстве. Указать положение одной точки тела при его движении можно лишь в случае, когда размеры и форма тела несущественны.

Например, при описании полёта пули к мишени нет необходимости учитывать размеры пули. Поэтому в механике часто используется простейшая физическая модель — *материальная точка*.

Материальная точка — тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Слово «материальная» подчёркивает отличие такого объекта от геометрической точки, не обладающей физическими свойствами.

Землю, движущуюся вокруг Солнца, можно рассматривать как материальную точку, так как радиус Земли много меньше расстояния от Земли до Солнца ($R_{\oplus} \ll r_{\odot}$). Подобное неравенство в физике означает, что $R_{\oplus}$ меньше $r_{\odot}$ по крайней мере на порядок, т. е. $R_{\oplus} < 0{,}1r_{\odot}$.

В то же время Землю нельзя считать материальной точкой во всех «земных» задачах, когда рассматривается движение самолётов, кораблей, поездов, автомобилей.

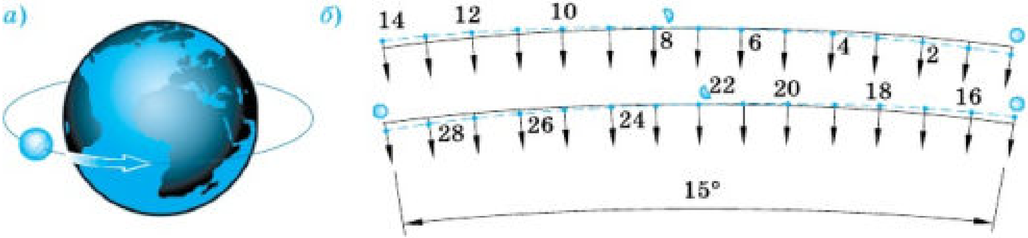
Указать положение материальной точки в реальном физическом пространстве можно лишь относительно положения других тел.

Тело отсчёта — произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение движущейся материальной точки (или тела).

При описании механического движения космических ракет, искусственных спутников Земли в качестве тела отсчёта обычно рассматривают Землю, считая её неподвижной. При описании движения Земли и планет за тело отсчёта принимается Солнце.

Траектория. Очень важным понятием при описании движения тела является *траектория*.

Траектория — воображаемая линия, соединяющая положения материальной точки (тела) в ближайшие последовательные моменты времени.



3

Траектория Луны: а — относительно Земли (геоцентрическая система отсчёта); б — относительно Солнца (гелиоцентрическая система отсчёта). Пунктиром показана траектория Земли, стрелки направлены к Солнцу

В разных системах отсчёта траектория движения материальной точки может быть различной (рис. 3). Возможно и непосредственное наблюдение траектории: искры, летящие при сварке; след в небе от ракеты или реактивного самолёта; линия, рисуемая мелом на доске или ручкой в тетради; лыжный след.

Закон движения. Положение материальной точки в пространстве (например, теннисный мяч, движущийся относительно Земли) в произвольный момент времени можно определить, если ввести *систему отсчёта*.

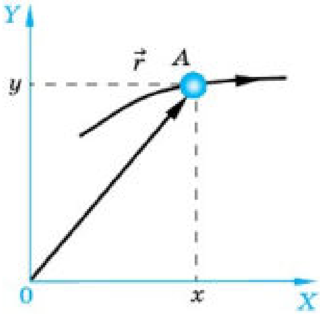
Система отсчёта — совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчёта.

Выберем произвольное начало отсчёта и координатные оси X и Y (рис. 4). Отметим положение A материальной точки в произвольный момент времени t.

Совокупность координат $x(t)$, $y(t)$ в момент времени t определяет закон движения материальной точки в координатной форме.

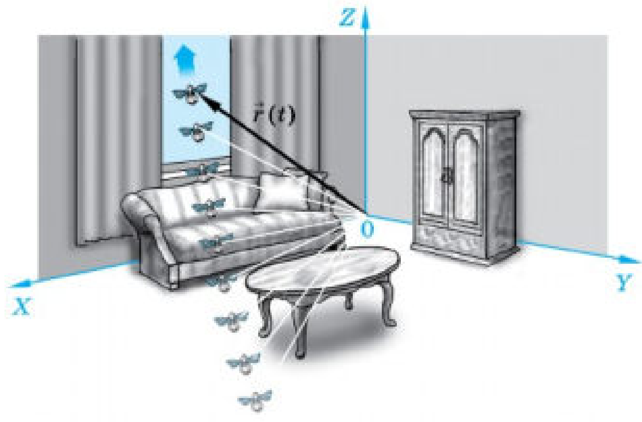
Положение материальной точки можно задать и с *помощью вектора*.

Радиус-вектор — вектор, соединяющий начало отсчёта с положением материальной точки в произвольный момент времени.



▲ 4

Координатный и векторный способы задания положения материальной точки в пространстве и во времени



▲ 5

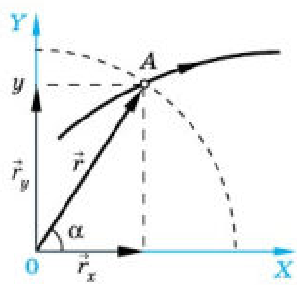
Изменение радиуса-вектора с течением времени при полёте пчелы

Проведём из начала отсчёта в точку A радиус-вектор $\vec{r}$, который так же, как и координаты x, y, характеризует положение материальной точки в произвольный момент времени.

Вектор $\vec{r}(t)$ на рисунке 5 отслеживает движение пчелы относительно начала отсчёта системы координат XYZ. *Зависимость радиуса-вектора от времени $\vec{r}(t)$ определяет закон движения тела в векторной форме.*

Координатное описание механического движения тела эквивалентно векторному. Зная закон движения в векторной форме, можно получить закон движения в координатной форме, и наоборот. Рассмотрим связь радиуса-вектора и координат тела в произвольный момент времени (рис. 6).

Предположим, что в момент времени t движущееся тело проходит точку A. Длина радиуса-вектора (или его модуль $|\vec{r}| = r$) характеризует расстояние, на котором точка A находится от начала координат. На таком же расстоянии от точки 0 находятся все точки, лежащие на окружности радиусом r. Дополнительную информацию о по-



▲ 6

Связь закона движения в координатной и векторной формах:

$\vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y$,

$$\begin{cases} r_x = x, \\ r_y = y \end{cases}$$

ложении точки A даёт угол α, который образует вектор $\vec{r}$ с осью X. Координаты x и y связаны с r и α следующими соотношениями:

$$\begin{cases} x = r\cos\alpha, \\ y = r\sin\alpha. \end{cases}$$

Вектор $\vec{r}$ можно представить в виде суммы его составляющих (компонент вектора) $\vec{r}_x$ и $\vec{r}_y$ по осям X и Y соответственно:

$$\vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y.$$

Проекция радиуса-вектора на координатную ось равна координате тела по этой оси:

$$\boldsymbol{r_x = x, \quad r_y = y.} \qquad (1)$$

Закон движения тела в координатной форме можно получить, если записать его через проекции на координатные оси X и Y величин, входящих в закон движения.

ВОПРОСЫ

1. Какое понятие является более общим: равномерное движение, движение, механическое движение?
2. В каком случае тело можно считать материальной точкой?
3. В чём отличие системы отсчёта от системы координат?
4. Произойдёт ли столкновение двух кораблей, если траектории их движения пересекаются?
5. Что позволяет определить закон движения тела?

§ 8. Перемещение

Перемещение — векторная величина. Изменение положения движущегося тела в пространстве можно характеризовать либо изменением его координат, либо изменением радиуса-вектора, так как координатное и векторное описания движения эквивалентны.

Изменение любой величины — разность её конечного и начального значений.

Изменение координат при движении материальной точки может быть как положительным, так и отрицательным (рис. 7).

Например, при перемещении пчелы из точки *1* в точку *2* координата пчелы по оси X возрастает ($x_2 > x_1$), поэтому изменение координаты положительно ($\Delta x = x_2 - x_1 > 0$). По оси Y координата пчелы уменьшается ($y_2 < y_1$), соответственно изменение координаты отрицательно ($\Delta y = y_2 - y_1 < 0$).

Рассмотрим изменение радиуса-вектора при движении материальной точки.

На рисунке 8 начальное и конечное положения пчелы характеризуются не координатами, а начальным $\vec{r}_1$ и конечным $\vec{r}_2$ радиусами-векторами.

Вектор $\Delta\vec{r}$, проведённый из конца радиуса-вектора $\vec{r}_1$ в конец радиуса-вектора $\vec{r}_2$, называют *перемещением* тела за промежуток времени t.

Перемещение — вектор, проведённый из начального положения материальной точки в конечное.

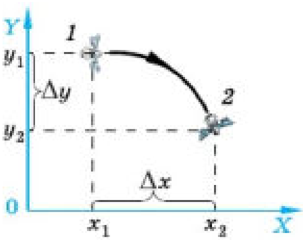
Перемещение характеризует изменение радиуса-вектора материальной точки:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Перемещение показывает, на какое расстояние и в каком направлении смещается тело из начального положения за данное время.

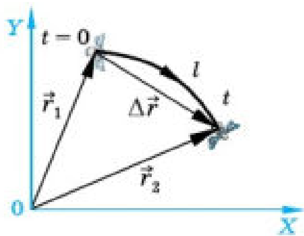
Единица модуля перемещения — *метр* (м).

Как видно из рисунка 8, модуль вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ не равен в общем случае пути l, пройденному телом.



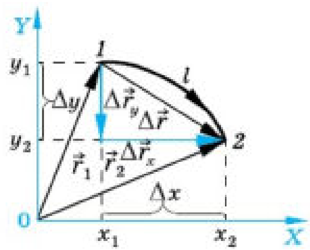
▲ 7

Изменение координат пчелы при движении между точками 1 и 2



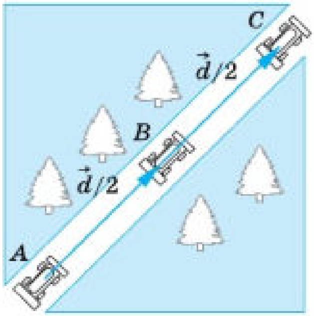
▲ 8

Перемещение как изменение радиуса вектора



▲ 9

Взаимосвязь векторного и координатного описаний перемещения тела



10

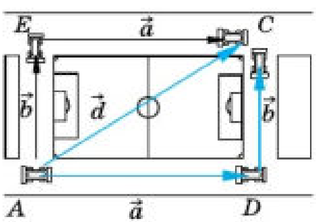
Результирующее перемещение при прямолинейном движении

Совмещение рисунков 7 и 8 показывает, что проекция вектора перемещения на ось X совпадает с изменением координаты по оси X ($\Delta r_x = \Delta x$) (рис. 9). Соответственно проекция вектора $\Delta\vec{r}$ на ось Y равна изменению координаты y ($\Delta r_y = \Delta y$). Подобные равенства ещё раз подчёркивают взаимосвязь векторного и координатного методов описания движения.

Сложение перемещений. Перемещение — векторная величина, поэтому действия с векторами перемещений подобны действиям с любыми векторами. Так, два последовательных перемещения материальной точки эквивалентны одному перемещению, равному их векторной сумме.

Результирующее перемещение автомобиля из точки A в точку C (рис. 10) складывается из двух последовательных перемещений (из точки A в точку B и из точки B в точку C). Перемещение автомобиля из точки A в точку B, лежащую на середине расстояния AC, характеризуется вектором $\vec{d}/2$. Таким же вектором $\vec{d}/2$ определяется перемещение из точки B в точку C, а $\overrightarrow{AC} = \vec{d}$.

Результирующее перемещение равно векторной сумме последовательных перемещений.



11

Результирующее перемещение при изменении направления движения

Сложение перемещений можно выполнять по правилу треугольника (рис. 11).

При движении автомобиля по пути ADC перемещение из точки A в точку C равно

$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b}.$$

Результирующее перемещение — вектор, проведённый из начала первого перемещения в конец второго $\vec{b}$. Выбор пути AEC соответствует перемещению $\vec{d} = \vec{b} + \vec{a}$.

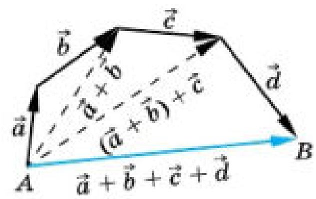
Результат сложения перемещений не зависит от последовательности, в которой происходят эти перемещения.

По правилу треугольника удобно складывать большое число последовательных перемещений (рис. 12).

В этом случае для нахождения результирующего перемещения надо соединить начало первого перемещения с концом последнего.

Путь и перемещение. Расстояние, на которое смещается движущаяся материальная точка от начального положения, и направление, в котором это смещение происходит, характеризует *векторная величина — перемещение*.

Результирующее расстояние, которое проходит точка, двигаясь из начального положения в конечное, определяет положительная *скалярная величина — путь*.



12

Сложение нескольких последовательных перемещений:
$\overrightarrow{AB} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} =$
$= ((\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}) + \vec{d}$

Путь — длина участка траектории, пройденного материальной точкой за данный промежуток времени.

Единица пути — *метр* (м).

Тело, движущееся прямолинейно из точки *1* в точку *2*, расстояние между которыми l, проходит путь l (рис. 13). Модуль вектора перемещения $|\Delta\vec{r}|$, соединяющего эти точки, также равен l.

Путь равен модулю вектора перемещения только при прямолинейном движении в одном направлении.

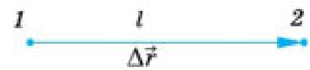
Если направление прямолинейного движения изменяется, то путь больше, чем модуль вектора перемещения.

Например, автобус, движущийся из пункта A в пункт B, а затем возвращающийся обратно в A, проходит путь $2l$ (рис. 14).

При этом его перемещение относительно начальной точки равно нулю:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = 0.$$

При криволинейном движении путь больше модуля перемещения, так как длина дуги всегда больше длины стягивающей её хорды (см. рис. 8).



13

Равенство модуля вектора перемещения и пройденного телом пути при прямолинейном движении в одном направлении: $\Delta r = l$

14

Отличие модуля перемещения от пройденного пути при прямолинейном движении с изменением направления

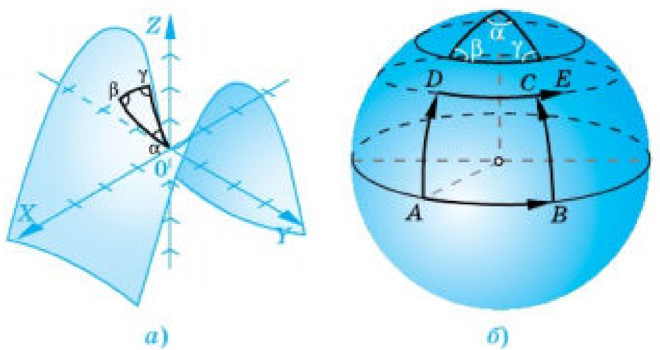
Евклидовость физического пространства. При рассмотрении действий с векторами перемещений, подобно действиям с векторами в евклидовой геометрии, предполагалось, что именно эта геометрия реализуется в физическом пространстве. Вопрос о геометрии реального физического пространства решается экспериментально. Многочисленные геодезические измерения по определению суммы углов треугольника, образованного вершинами гор, были проведены выдающимся немецким математиком и физиком ***Карлом Гауссом*** (1777—1855) и неизменно давали результат 180°. Гаусс не обнаружил отклонений геометрии физического пространства от евклидовой геометрии.

До XIX в. единственно известная евклидова геометрия считалась геометрией физического пространства. В настоящее время, помимо евклидовой геометрии, известны и другие геометрии, базирующиеся на различных системах аксиом. В искривлённых пространствах Лобачевского и Римана параллельные прямые могут расходиться или сходиться (рис. 15).

В геометрии искривлённого пространства (в отличие от евклидова пространства) результирующее перемещение зависит от последовательности перемещений.

Перемещаясь сначала вдоль экватора на восток, затем на север на такое же расстояние ($BC = AB$), можно попасть в точку C (рис. 15, *б*). Если из точки A двигаться на север и потом на восток ($DE = AD$), то можно оказаться в другой точке E.

Реально абстрактного пустого пространства не существует. В физике, например, материальным воплощением прямой линии, или кратчайшего пути между точками, является луч света. В поле больших масс световой луч искривляется, не следуя законам евклидовой геометрии. Луч света определяет кратчайший путь между точками, но не в неевклидовой геометрии.



15

Примеры неевклидова пространства: а — пространство Лобачевского (сумма углов пространственного треугольника меньше 180°);
б — пространство Римана (сумма углов пространственного треугольника больше 180°)

Распределение вещества в пространстве изменяется со временем, поэтому геометрия, описывающая физическое пространство, тоже не остаётся неизменной. Это означает, что в формулировке аксиом геометрии должно участвовать время. Понятия пространства и времени оказываются неразрывно связанными друг с другом.

ВОПРОСЫ

1. Что характеризует вектор перемещения?
2. Сформулируйте правила действия с векторами перемещений.
3. При каком движении путь, пройденный точкой, равен модулю перемещения?
4. Будет ли путь равен модулю перемещения при вращательном движении?
5. Каковы путь и перемещение конца минутной стрелки часов длиной 10 см, совершившей полный оборот?

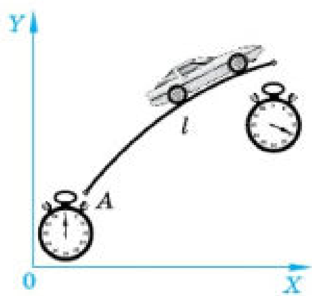
§ 9. Скорость

Средняя путевая скорость. Изменение положения в пространстве движущегося тела характеризуют векторная величина — перемещение и скалярная — путь. Однако эти величины не содержат информацию о том, как быстро происходит это изменение.

Для того чтобы узнать, кто быстрее, спортсмены пробегают определённую дистанцию (например, 100 м). Чем меньше времени затрачивает спортсмен, тем быстрее он бежит, тем больше его *скорость*. Скорость является пространственно-временно́й характеристикой движения тела.

Сравнивать скорости бегунов можно и иначе: по расстоянию, которое они пробегают за одно и то же время (например, за секунду). Чем больше это расстояние, тем больше скорость спортсмена.

Если автомобиль проехал путь $l = 500$ м за промежуток времени $t = 20$ с (рис. 16), то можно предположить, что за 1 с автомобиль проезжал 25 м. Однако реально в течение первых пяти секунд автомобиль мог двигаться медленно, следующие восемь секунд стоять, а последние семь секунд двигаться очень быстро. Поэтому путь, проходимый телом в среднем за секунду, характеризует *среднюю путевую скорость*.



16

Средняя скорость прохождения пути автомобилем $\upsilon_{ср} = \frac{l}{t}$

Средняя путевая скорость — скалярная величина, равная отношению пути к промежутку времени, затраченному на его прохождение:

$$\upsilon_{ср} = \frac{l}{t}. \qquad (2)$$

Единица скорости — *метр в секунду* (м/с). Часто используют и другие единицы, например км/ч.

Напомним, чтобы перевести скорость из метров в секунду в километры в час, надо умножить её значение на 3,6 (10 м/с = 36 км/ч).

Средняя скорость движения некоторых тел очень мала: ледники «текут» со скоростью около метра в неделю, разломы земной коры смещаются на несколько сантиметров в год, Луна удаляется от Земли на 4 см в год.

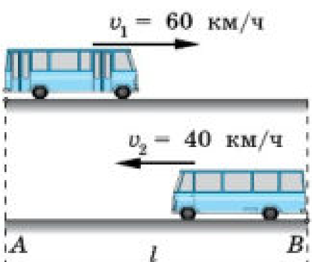
Найдём среднюю скорость автобуса, курсирующего между пунктами A и B, находящимися друг от друга на расстоянии l = 120 км (рис. 17), если из A в B он двигался со скоростью υ_1 = 60 км/ч, а из B в A возвращался со скоростью υ_2 = 40 км/ч.

Путь, пройденный автобусом, $2l$ = 240 км. Время движения t складывается из времени движения t_1 из A в B и времени движения t_2 из B в A:

$$t = t_1 + t_2.$$

Путь из A в B автобус проходит за 2 ч, а из B в A за 3 ч. Следовательно, полное время движения t = 5 ч. Средняя скорость, согласно определению, находится как отношение пути к промежутку времени, затраченному на его прохождение:

$$\upsilon_{ср} = \frac{2l}{t} = \frac{240}{5} = 48 \text{ км/ч}.$$



17

Средняя путевая скорость

$$\upsilon_{ср} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$$

Полученный результат не совпадает со средним арифметическим значением чисел 40 и 60, равным 50.

Решим ту же задачу в общем виде.

Так как $t_1 = \frac{l}{\upsilon_1}$, $t_2 = \frac{l}{\upsilon_2}$, то

$$t = \frac{l}{\upsilon_1} + \frac{l}{\upsilon_2}.$$

Следовательно,

$$\upsilon_{ср} = \frac{2l}{\frac{l}{\upsilon_1} + \frac{l}{\upsilon_2}},$$

или

$$v_{ср} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2},$$

откуда видно, что средняя скорость автобуса не зависит от расстояния l. Однако заранее, a priori, это не было ясно.

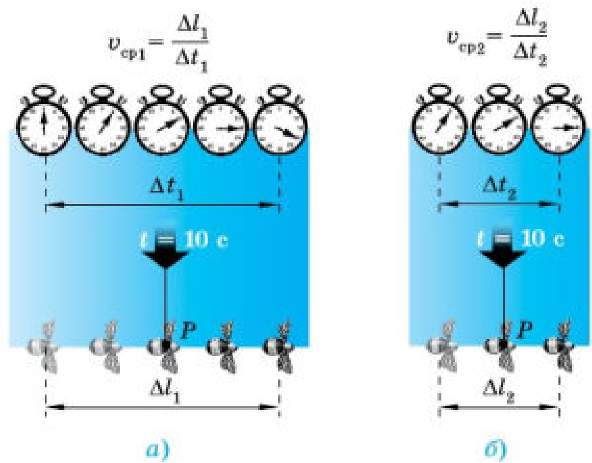
Если в решение, полученное в общем виде, какая-либо величина, содержащаяся в условии задачи, не входит, значит, в задаче есть лишнее данное.

Наличие неизвестной величины в полученном решении может означать, что для решения задачи не хватает данных, или, другими словами, задача поставлена некорректно.

Мгновенная скорость. Средняя скорость, как и любая средняя величина, является достаточно приблизительной характеристикой движения. Проезжая по городу 15 км за 30 мин (со средней скоростью 30 км/ч), водитель не один раз смотрит на спидометр, показывающий *скорость движения в данный момент времени* (*в данное мгновение*) — *мгновенную скорость*. При реальном неравномерном движении показания спидометра могли изменяться.

Способ расчёта мгновенной скорости движения не был известен вплоть до середины XVII в., когда Ньютоном было точно определено одно из самых поэтических понятий — мгновение как *предельно* (*бесконечно*) *малый интервал времени*.

Чем меньше этот интервал, тем меньше за это время успевает измениться скорость, тем точнее её можно определить (рис. 18).



18

Определение мгновенной скорости из опыта: *а* — *оценка мгновенной скорости пчелы в точке P в момент времени* $t = 10$ с ($\Delta t_1 = 20$ с); *б* — *приближение средней скорости* $v_{ср}$ *по величине к мгновенной при уменьшении интервала времени* ($\Delta t_2 = 10$ с)

Если за промежуток времени Δt частица проходит путь Δl, то модуль мгновенной скорости (или просто скорость) определяется следующим образом:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} v_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t}. \qquad (3)$$

Обозначение lim следует читать как предел (от *лат.* limitis — граница, предел), что означает математическую операцию перехода к пределу.

Например, если за промежуток времени $\Delta t = 10^{-6}$ с (одна миллионная доля секунды) тело проходит путь $\Delta l = 10$ мкм $= 10^{-5}$ м, то его скорость, согласно формуле (3), равна

$$v = \frac{10^{-5}\,\text{м}}{10^{-6}\,\text{с}} = 10\,\text{м/с}.$$

Это означает, что, продолжая двигаться с той же мгновенной скоростью (скорость, с которой тело двигалось 10^{-6} с) в течение секунды, тело прошло бы путь 10 м. В этом и заключается физический смысл модуля мгновенной скорости.

Модуль мгновенной скорости численно равен расстоянию, которое может пройти тело за единицу времени, продолжая двигаться с той же скоростью, с которой оно двигалось в данный момент времени.

В таблице 4 приведена примерная скорость различных объектов.

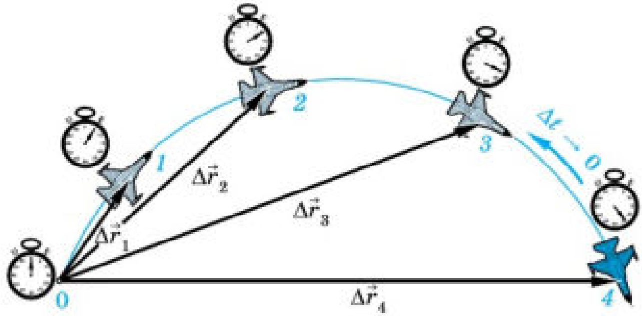
Таблица 4

Примерная скорость различных объектов

Объект	Скорость, м/с	Объект	Скорость, м/с
Муравей	0,01	Реактивный истребитель	800
Пловец	2	Луна вокруг Земли	1000
Спринтер	11	Спутник связи	3000
Автомобиль (в городе)	15	Искусственный спутник Земли	7900
Рыба-парусник	30	Земля вокруг Солнца	29 600
Спортивный автомобиль	70	Солнечная система в Галактике	210 000
Авиалайнер	270	Электрон в атоме водорода	2 000 000
Звук в воздухе (при 20 °С)	343	Радиоволны, свет, рентгеновское излучение	300 000 000
Реактивный автомобиль	340		
Молекула азота в атмосфере (при 20 °С)	510		
Пуля	700		

19

Предельный переход к бесконечно малым интервалам времени: вектор перемещения соединяет две бесконечно близкие точки; длина вектора перемещения совпадает с длиной пути



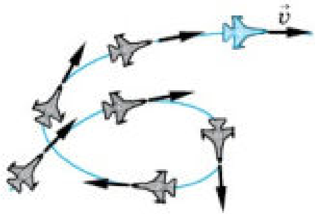
Вектор скорости. Из формулы (3) можно найти лишь модуль мгновенной скорости, являющейся векторной величиной. Для определения скорости как вектора воспользуемся другой векторной величиной — перемещением.

На рисунке 19 показаны векторы перемещения $\Delta\vec{r}_1$, $\Delta\vec{r}_2$, $\Delta\vec{r}_3$, $\Delta\vec{r}_4$ самолёта, пролетающего последовательно по криволинейной траектории точки *1, 2, 3, 4* относительно точки 0. Для определения мгновенной скорости самолёта в точке 0 рассмотрим, согласно формуле (3), предельный переход к малым интервалам времени. Чем меньше время полёта, отсчитываемое от 0, тем на меньшее расстояние Δl удаляется самолёт от этой точки. При $\Delta t \to 0$ самолёт как бы обратимо фиксируется видеокамерой в точках *4, 3, 2, 1*. При этом вектор перемещения самолёта, соединяющий начальную и конечную точки, поворачивается против часовой стрелки, уменьшаясь по длине. При неограниченном уменьшении интервала времени длина дуги Δl, уменьшаясь, стремится к длине хорды Δr. Заменяя в формуле (3) Δl на вектор перемещения $\Delta\vec{r}$ за промежуток времени Δt, можно определить вектор мгновенной скорости.

Скорость (мгновенная скорость) — векторная физическая величина, равная пределу отношения перемещения тела к промежутку времени, за который это перемещение произошло:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (4)$$

Пропорциональность векторов $\vec{v}$ и $\Delta\vec{r}$ $\left(\text{коэффициент пропорциональности равен } \dfrac{1}{\Delta t}\right)$ означает, что направление скорости совпадает с направ-



20

Направление вектора мгновенной скорости самолёта (касательная к траектории в сторону движения)

лением перемещения $\Delta\vec{r}$. При $\Delta t \to 0$ вектор $\Delta\vec{r}$ соединяет две бесконечно близкие точки на траектории. Следовательно, вектор $\Delta\vec{r}$, так же как и вектор $\vec{v}$, *направлен по касательной к траектории.*

Мгновенная скорость тела направлена по касательной к траектории в сторону его движения (рис. 20).

В дальнейшем для краткости мы будем говорить о скорости, а не о мгновенной скорости.

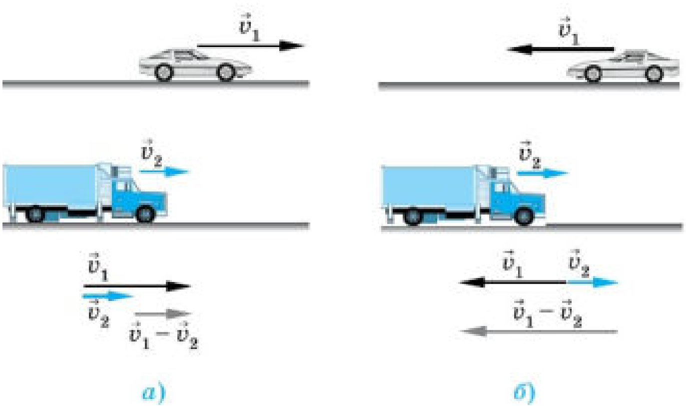
Относительная скорость. Предположим, что скорости двух тел $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ определены в одной и той же системе отсчёта (например, системе отсчёта, связанной с Землёй).

Относительная скорость — скорость одной материальной точки в системе отсчёта, связанной с другой. Если тела движутся поступательно, относительная скорость равна разности скоростей этих тел:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2. \tag{5}$$

При движении тел в одном направлении (например, при обгоне) модуль относительной скорости равен разности скоростей (рис. 21, *а*).

При встречном движении (рис. 21, *б*) тела сближаются с относительной скоростью, равной сумме их скоростей, поэтому встречное столкновение автомобилей, поездов столь опасно.



21

Относительная скорость: а — при движении в одном направлении; б — при встречном движении

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение средней путевой скорости.
2. Как определяется мгновенная скорость при прямолинейном движении? Чему равен её модуль?
3. Может ли мгновенная скорость быть больше (меньше) средней скорости?
4. Что такое вектор мгновенной скорости? Куда он направлен? Почему?
5. Какая скорость называется относительной? Может ли человек бежать быстрее своей тени?

ЗАДАЧИ

1. Докажите, что средняя скорость автобуса, движущегося из пункта A в пункт B со скоростью v_1, а из B в A — со скоростью v_2, меньше либо равна $(v_1 + v_2)/2$.
2. Самолёт пролетел первую треть пути со скоростью 1100 км/ч, а оставшийся путь со скоростью 800 км/ч. Найдите среднюю скорость его полёта.
3. Материальная точка переместилась с постоянной скоростью по прямой из точки *1* с координатами x_1 = 6 см, y_1 = 5 см в точку *2* с координатами x_2 = 2 см, y_2 = 9 см за 2 с. Какой угол образует скорость точки с осью X? Чему равен модуль скорости?
4. Теплоход проходит расстояние от пункта A до пункта B по течению реки за трое суток, а обратно от B до A за пять суток, затрачивая одинаковое количество топлива в единицу времени. За сколько суток проплывёт расстояние от A до B плот?
5. Пассажир поезда, идущего со скоростью 60 км/ч, наблюдает встречный состав в течение 4 с. Длина каждого поезда 200 м. С какой скоростью двигался встречный состав?

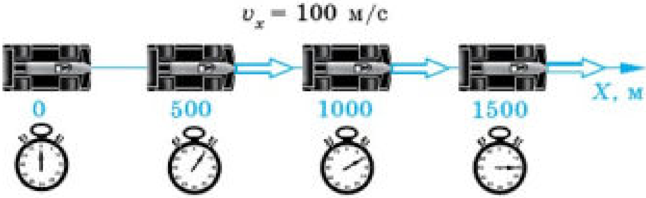
§ 10. Равномерное прямолинейное движение

График скорости. При *прямолинейном движении* тела вектор скорости не изменяется по направлению, модуль скорости при этом может оставаться постоянным или изменяться с течением времени.

При *равномерном прямолинейном движении* за любые равные промежутки времени тело совершает равные перемещения.

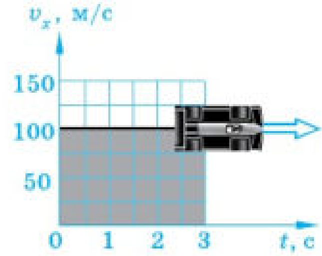
Равномерное прямолинейное движение — движение, при котором тело перемещается с постоянной по модулю и направлению скоростью:

$$\vec{v} = \text{const}.$$



22

Равномерное прямолинейное движение болида «Формулы-1»



23

Графический способ нахождения перемещения

Рассмотрим равномерное прямолинейное движение болида «Формулы-1», движущегося со скоростью 100 м/с (рис. 22).

Выбрав координатную ось X вдоль направления движения болида, можно утверждать, что проекция его скорости по оси X остаётся постоянной и равной 100 м/с:

$$v_x = \text{const} = 100 \text{ м/с}.$$

На рисунке 23 приведён график зависимости $v_x(t)$ при равномерном прямолинейном движении тела. Скорость не изменяется, т. е. является константой. Если за 1 с болид проходит расстояние 100 м, то за 3 с он пройдёт 300 м. Это расстояние численно равно площади прямоугольника под графиком скорости.

Площадь под графиком зависимости проекции скорости движения от времени равна перемещению тела за соответствующее время.

Таким образом, перемещение тела можно определить не только с помощью формулы, но и по графику зависимости скорости от времени. Особенно актуально это в случае, когда скорость тела меняется произвольным образом.

Перемещение при равномерном прямолинейном движении тела по оси X за время t можно рассчитать так:

$$\Delta x = v_x t.$$

Зная, что перемещение по оси X равно разности конечной и начальной координат тела, т. е.

$$\Delta x = x - x_0,$$

получаем ***закон равномерного прямолинейного движения***:

$$x = x_0 + v_x t.$$

Если совместить начало отсчёта по оси X с начальной координатой ($x_0 = 0$), то закон равномерного прямолинейного движения примет вид

$$x = v_x t. \quad (6)$$

График равномерного прямолинейного движения. Графиком линейной зависимости (6) координаты тела от времени является прямая, проходящая через начало координат (при $t = 0$, $x = 0$).

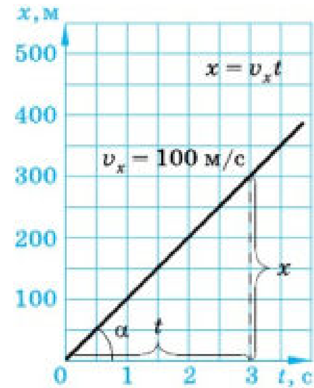
На рисунке 24 приведён график равномерного прямолинейного движения болида, перемещающегося со скоростью 100 м/с. По известной ординате x и абсциссе t из формулы (6) можно найти проекцию скорости на ось X:

$$v_x = \frac{x}{t}.$$

Чем больше скорость движения тела, тем больше в данный момент времени ордината x и тем больше угол наклона α прямой к оси X. Соответственно *бо́льший угол наклона прямой $x(t)$ означает бо́льшую скорость движения*. На рисунке 25 для сравнения приведены графики движения автомобиля, болида и сверхзвукового гоночного автомобиля с реактивным двигателем, движущихся со скоростями 50, 100 и 350 м/с соответственно.

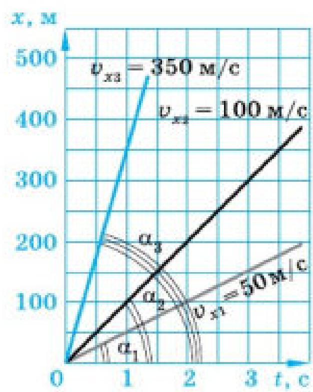
Чем круче график зависимости координаты тела от времени, тем больше скорость его движения:

$$\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1, \quad v_{x3} > v_{x2} > v_{x1}.$$



▲ 24

График равномерного прямолинейного движения болида «Формулы-1», перемещающегося со скоростью 100 м/с



▲ 25

Графики движения тел, перемещающихся с различной скоростью

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте основной отличительный признак равномерного прямолинейного движения.
2. При равномерном прямолинейном движении средняя скорость совпадает с мгновенной. Почему?
3. Почему при равномерном прямолинейном движении за любые равные промежутки времени тело перемещается на одно и то же расстояние?
4. Как по графику зависимости $\upsilon_x(t)$ определяется проекция перемещения тела на ось X при равномерном прямолинейном движении?
5. Как угол наклона графика равномерного прямолинейного движения зависит от скорости?

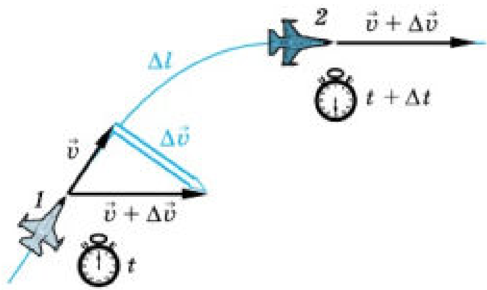
ЗАДАЧИ

1. Тело движется в направлении, противоположном оси X, со скоростью 200 м/с. Постройте график зависимости $\upsilon_x(t)$. Найдите графически перемещение тела по оси X от начала отсчёта за 4 с.
2. Постройте графики равномерного прямолинейного движения бегунов, стартующих из начала отсчёта в противоположных направлениях с проекциями скоростей υ_{x1} = 5 м/с и υ_{x2} = –8 м/с соответственно. Найдите графически расстояние между бегунами через 5 с.
3. Через равные промежутки времени Δt от вокзала отходят поезда с постоянной скоростью υ. Запишите законы движения первого поезда, отправляющегося в момент времени t = 0, второго, третьего, n-го. Постройте графики движений этих поездов.
4. В начальный момент времени автомобиль, движущийся равномерно по шоссе со скоростью υ_1 = 25 м/с, отстаёт от автобуса, имеющего постоянную скорость υ_2 = 20 м/с, на расстояние l = 30 м. Изобразите графики движения автомобиля и автобуса, выбрав систему координат с началом отсчёта в точке, где находится автомобиль в момент времени t = 0. Найдите графически, через сколько секунд автомобиль догонит автобус. Какое расстояние преодолеют автомобиль и автобус до места встречи?
5. Катера выходят из пунктов A и B, находящихся на расстоянии l = 1800 м один от другого, и сближаются по прямой со скоростями υ_1 = 40 м/с и υ_2 = 20 м/с соответственно. Изобразите графики движений катеров в системе координат, в которой начало отсчёта находится в точке A, а ось X направлена от A к B. Найдите графически время и место встречи катеров.

§ 11. Ускорение

Вектор мгновенного ускорения. Равномерное прямолинейное движение характеризуется постоянной во времени скоростью, что крайне редко встречается в реальных условиях. Тем не менее оно является полезным приближением для рассмотрения других видов движения, при которых скорость тел изменяется. Физической величиной, характеризующей изменение скорости с течением времени, является *ускорение*. Понятие ускорения было введено Галилеем, экспериментально изучавшим связь между скоростью падения тел и силой тяжести.

Для определения мгновенного ускорения рассмотрим движение самолёта от точки *1* к точке *2* (рис. 26). Расстояние Δl между точками *1*, *2* самолёт пролетает за промежуток времени Δt. Набирая высоту, самолёт ускоряется, увеличивая скорость от $\vec{v}$ (в точке *1*) до $\vec{v} + \Delta\vec{v}$ (в точке *2*). Совместив начала векторов $\vec{v}$ и $\vec{v} + \Delta\vec{v}$, найдём их разность $\Delta\vec{v}$ — изменение скорости за промежуток времени Δt. Отношение $\Delta\vec{v}/\Delta t$ при неограниченном уменьшении промежутка времени Δt определяет *вектор мгновенного ускорения*:



▲ 26

Изменение скорости $\Delta\vec{v}$ за промежуток времени Δt при криволинейном движении

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \tag{7}$$

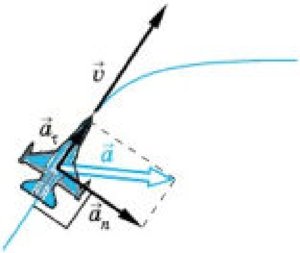
Мгновенное ускорение — векторная физическая величина, равная пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло.

Размерность ускорения следует из определения и равна

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{\text{м/с}}{\text{с}} = \text{м/с}^2.$$

Единица ускорения — *метр на секунду в квадрате* (м/с^2).

Тангенциальное и нормальное ускорения. Вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории. В то же время вектор ускорения $\vec{a}$ параллелен вектору изменения скорости $\Delta\vec{v}$ (при $\Delta t \to 0$). Как видно из формулы (7) и рисунка 26, он может иметь составляющие, направленные как по касательной $\vec{a}_\tau$, так и по нормали (перпендикулярно) к траектории $\vec{a}_n$ (рис. 27).



27

Направление вектора мгновенного ускорения при криволинейном движении:

$\vec{a} \uparrow\uparrow \Delta\vec{v}$,

$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$

Ускорение $\vec{a}_\tau$, направленное по касательной к траектории, называют *касательным* (или *тангенциальным*) *ускорением*.

Компоненту ускорения $\vec{a}_n$, перпендикулярную траектории, называют *нормальным* (или *центростремительным*) *ускорением*.

При прямолинейном движении тела нормальное ускорение равно нулю ($\vec{a}_n = 0$), поэтому мгновенное ускорение тела совпадает с тангенциальным ускорением.

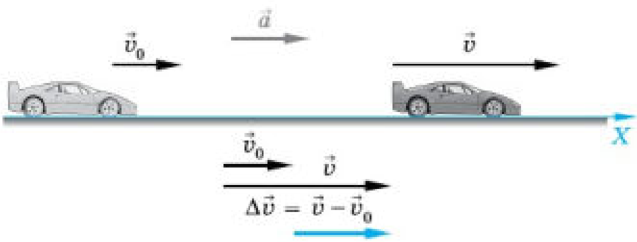
Найдём направление ускорения разгоняющегося автомобиля на прямолинейном участке пути (рис. 28).

Конечная скорость автомобиля больше начальной, поэтому вектор изменения скорости $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ направлен вдоль направления движения так же, как и вектор ускорения $\vec{a}$, всегда параллельный $\Delta\vec{v}$.

При прямолинейном ускоренном движении тела вектор ускорения параллелен (*сонаправлен*) *вектору скорости*:

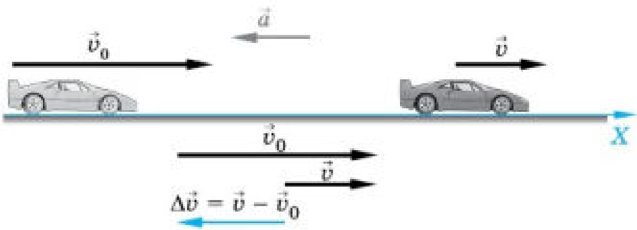
$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}.$$

При торможении автомобиля на прямолинейном участке (рис. 29) конечная скорость v меньше начальной v_0, поэтому вектор изменения ско-



28

Направление ускорения при прямолинейном ускоренном движении $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}$



29

Направление ускорения при прямолинейном замедленном движении $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}$

рости $\Delta\vec{v}$ так же, как и вектор ускорения $\vec{a}$, направлен противоположно скорости.

При прямолинейном замедленном движении тела вектор ускорения направлен противоположно вектору скорости:

$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}.$$

Направление и значение ускорения вместе с начальной скоростью и координатой определяют скорость и закон движения тела.

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение мгновенного ускорения.
2. Проанализируйте рисунок 27: какая компонента ускорения, тангенциальная или нормальная, характеризует изменение скорости по направлению; по модулю?
3. Почему нормальное ускорение при прямолинейном движении равно нулю?
4. Объясните, почему при прямолинейном ускоренном движении вектор ускорения параллелен вектору скорости.
5. Почему при прямолинейном замедленном движении вектор ускорения направлен противоположно вектору скорости?

§ 12. Прямолинейное движение с постоянным ускорением

Равноускоренное прямолинейное движение. Зная ускорение и начальную скорость тела, можно найти его скорость в любой последующий момент времени. Если *модуль* ускорения тела, движущегося прямолинейно, остаётся постоянным, то движение тела может быть либо ускоренным (равноускоренное движение), либо замедленным (равнозамедленное движение), либо последовательной совокупностью этих движений (равнопеременное движение). В таблице 5 приведены примеры ускорения некоторых тел.

Равноускоренное прямолинейное движение — прямолинейное движение, при котором ускорение параллельно (сонаправлено) скорости и постоянно по модулю:

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v},$$
$$a = \mathrm{const}.$$

Таблица 5
Примеры ускорений

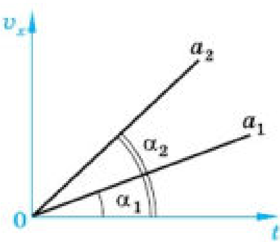
Объект	Ускорение, м/с^2	Объект	Ускорение, м/с^2
Электропоезд	0,6	Ракета при запуске спутника	60
Свободно падающее тело	9,8	Пуля в стволе автомата	$6 \cdot 10^5$

Рассмотрим *равноускоренное прямолинейное движение из состояния покоя*. Если при прямолинейном движении с места (начальная скорость $\upsilon_0 = 0$) мотоцикл разгоняется вдоль оси X с постоянным ускорением $a_x = a = 6$ м/с^2, то это означает, что за каждую секунду его скорость возрастает на $\Delta\upsilon = 6$ м/с. В конце первой секунды движения скорость мотоцикла $\upsilon_1 = 6$ м/с, в конце второй $\upsilon_2 = 12$ м/с, в конце третьей $\upsilon_3 = 18$ м/с. За пять секунд он наберёт скорость

$$\upsilon_5 = 6\ \text{м/с}^2 \cdot 5\ \text{с} = 30\ \text{м/с}\ (108\ \text{км/ч}).$$

За промежуток времени t скорость мотоцикла возрастёт от нуля до $\upsilon = at$.

Скорость тела при равноускоренном прямолинейном движении возрастает с течением времени линейно (*пропорционально первой степени* t).



30

График зависимости скорости тела, движущегося прямолинейно и равноускоренно без начальной скорости, от времени
$a_2 > a_1$, $\alpha_2 > \alpha_1$

Графиком зависимости $\upsilon_x(t)$ является прямая, проходящая через начало координат (при $t = 0$ $\upsilon = \upsilon_0 = 0$) (рис. 30).

Коэффициентом пропорциональности между скоростью и временем при равноускоренном прямолинейном движении является ускорение. Чем больше ускорение, тем больше скорость движения в данный момент времени и соответственно тем больше угол наклона α.

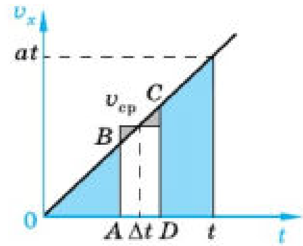
Для вычисления координаты тела в произвольный момент времени нельзя воспользоваться формулой $x = \upsilon_x t$, полученной для равномерного движения, при котором скорость не зависит от времени.

Для бесконечно малого интервала времени Δt можно считать, что скорость тела не изменяется и равна средней $v_{ср}(\Delta t)$ скорости его движения за этот промежуток времени (рис. 31).

В случае неизменной скорости площадь прямоугольника под графиком $v_{ср}(t)$ равна перемещению Δx тела за соответствующий промежуток времени Δt. Площадь этого прямоугольника равна площади трапеции $ABCD$ под графиком зависимости скорости от времени. Перемещение тела за промежуток времени t складывается из отдельных последовательных перемещений за бесконечно малые интервалы времени Δt.

Модуль перемещения тела численно равен площади под графиком зависимости скорости движения тела от времени.

Подобным способом нахождения перемещения можно воспользоваться для любого движения.



▲ 31

Графический способ нахождения перемещения при равноускоренном прямолинейном движении без начальной скорости $x = at^2/2$

Для равноускоренного прямолинейного движения без начальной скорости перемещение тела равно площади прямоугольного треугольника (см. рис. 31) со сторонами t и at. Следовательно,

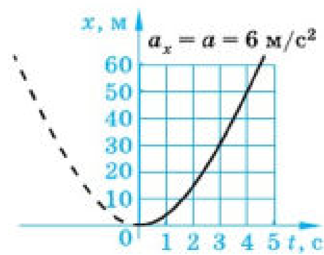
$$\Delta x = \frac{at^2}{2}.$$

Перемещение тела равно разности конечной x и начальной x_0 координат: $\Delta x = x - x_0$. При выборе начала отсчёта в точке старта мотоцикла ($x_0 = 0$) получаем зависимость координаты тела по оси X от времени, или закон равноускоренного движения без начальной скорости:

$$x = \frac{at^2}{2}.$$

Графиком такого движения является парабола (рис. 32) (так как x квадратично зависит от t) с вершиной в начале координат.

Её ветви направлены вверх, так как $a > 0$. Левая ветвь параболы в условиях данной задачи не имеет физического смысла, так как движение началось лишь в момент времени $t = 0$ и не существовало при $t < 0$.



▲ 32

Зависимость координаты от времени при равноускоренном движении по оси X ($x_0 = 0$; $v_0 = 0$)

Это не означает, что отрицательное время не имеет физического смысла. Например, фраза «120 лет до нашей эры» предполагает, что есть условный нуль отсчёта — Рождество Христово, относительно которого христианский мир отсчитывает время.

В этом смысле 120 лет до н. э. эквивалентно времени $t = -120$ лет. Однако нет привилегированного нуля отсчёта времени: он может быть разным у мусульман, иудаистов, буддистов.

Отрицательное время — время до условно выбранного нуля отсчёта.

Теперь рассмотрим *равноускоренное прямолинейное движение с начальной скоростью.* Пусть в начальный момент времени мотоциклист имел начальную скорость $\upsilon_{0x} = \upsilon_0 = 5$ м/с по оси X, двигаясь с постоянным ускорением $a_x = a = 1$ м/с^2 (рис. 33, *а*).

Тогда его скорость в конце первой секунды станет равной $\upsilon_1 = 6$ м/с, в конце второй — $\upsilon_2 = 7$ м/с.

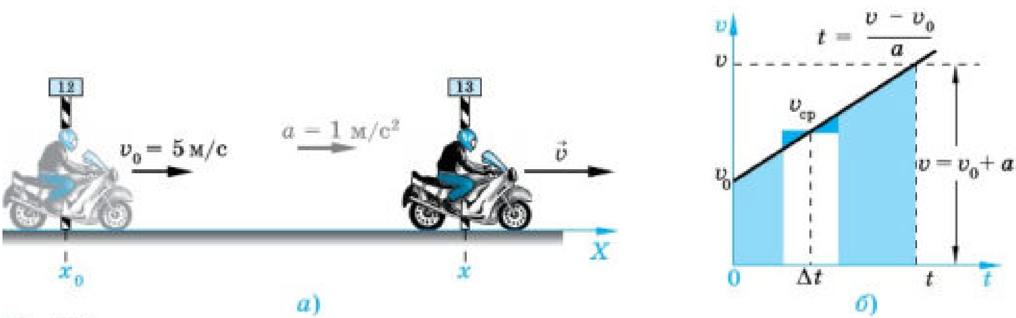
Через пять секунд скорость мотоцикла равна

$$\upsilon_5 = 5 \text{ м/с} + 1 \text{ м/с}^2 \cdot 5 \text{ с} = 10 \text{ м/с}.$$

В произвольный момент времени t скорость мотоциклиста по оси X равна

$$\boldsymbol{\upsilon = \upsilon_0 + at.} \tag{8}$$

Таким образом, *зависимость скорости тела от времени при равноускоренном прямолинейном движении является линейной.*



33

Равноускоренное прямолинейное движение: а — начальные условия $\upsilon_0 = 5$ м/с, $x_0 = 12$ км; б — линейная зависимость скорости движения по оси X от времени: $\Delta x = \left(\dfrac{\upsilon + \upsilon_0}{2}\right)\left(\dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{a}\right) = \dfrac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a}$

Графиком зависимости $v(t)$ является прямая с положительным тангенсом угла наклона (рис. 33, *б*), начинающаяся на оси ординат в точке v_0.

Площадь под графиком зависимости скорости движения от времени численно равна перемещению тела по оси X за время t при равноускоренном движении.

Как известно, площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на её высоту. В нашем случае основания равны v_0 и $(v_0 + at)$, а высота — t. Соответственно

$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Учитывая, что перемещение по оси X равно разности конечной x и начальной x_0 координат тела, получаем *закон равноускоренного прямолинейного движения*:

$$\boldsymbol{x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}}. \tag{9}$$

Определение координаты движущегося тела в произвольный момент времени — основная задача механики. Формула (9) — решение основной задачи механики для равноускоренного движения.

Формула (9) позволяет рассчитать координату мотоциклиста (относительно километрового столба, мимо которого проедет мотоциклист, изображённый на рисунке 33, *а*) через 40 с после начала движения. Подставляя начальные данные x_0, v_0, а также ускорение a и время t в (9), получаем

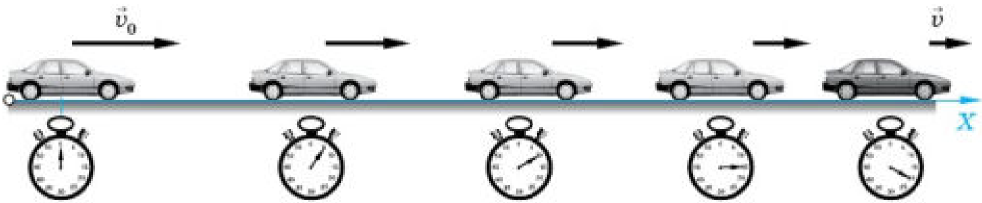
$$x = \left(12\,000 + 5 \cdot 40 + \frac{1 \cdot 40^2}{2}\right) \text{м} = 13\,000 \text{ м} = 13 \text{ км}.$$

Это означает, что через 40 с, проехав 1 км, мотоциклист проедет мимо столба с отметкой 13 км.

Равнозамедленное прямолинейное движение. Так же часто, как равноускоренное движение, встречается и *равнозамедленное движение*.

Равнозамедленное прямолинейное движение — прямолинейное движение, при котором ускорение противоположно направлено скорости и постоянно по модулю:

$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}, \; a = \text{const}.$$



34

Равнозамедленное прямолинейное движение (*начальная скорость* v_0, *начальная координата* $x_0 = 0$)

При равнозамедленном движении по оси X (например, при торможении автомобиля) ускорение направлено противоположно скорости (рис. 34).

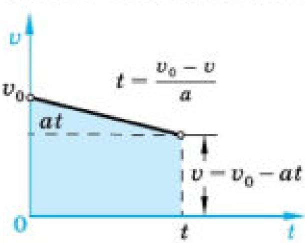
К моменту времени t скорость движения тела уменьшается на $\Delta v = -at$. Если начальная скорость движения тела равна v_0, то его скорость по оси X в момент времени t можно найти из соотношения

$$\boldsymbol{v = v_0 - at.} \tag{10}$$

Скорость тела при равнозамедленном прямолинейном движении линейно уменьшается с течением времени. Графиком зависимости $v(t)$ в этом случае является прямая с отрицательным тангенсом угла наклона (рис. 35).

Перемещение при равнозамедленном движении тела, так же как и в случае равноускоренного движения, можно найти графически.

Перемещение за промежуток времени t при равнозамедленном движении численно равно площади трапеции под графиком зависимости скорости движения от времени.



35

Линейная зависимость скорости от времени при равнозамедленном движении вдоль оси X

Основания трапеции равны v_0 и $v_0 - at$, её высота равна t. Найдём площадь трапеции и соответственно перемещение тела:

$$\Delta x = \frac{v_0 + (v_0 - at)}{2} t.$$

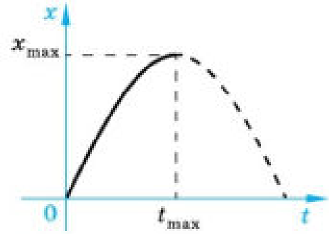
Учитывая, что $\Delta x = x - x_0$, получаем ***закон равнозамедленного движения***:

$$\boldsymbol{x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}.} \tag{11}$$

Если $x_0 = 0$, то график параболы проходит через начало координат (при $t = 0$, $x = 0$). Так как коэффициент при t^2 меньше нуля, то ветви параболы направлены вниз (рис. 36).

Правая половина параболы в условиях данной задачи не имеет физического смысла, так как уменьшение координаты x соответствует равноускоренному движению автомобиля (причём задним ходом).

Однозначное решение основной задачи механики возможно, если известны начальная координата и начальная скорость тела.



36

Зависимость координаты от времени при равнозамедленном движении по оси X ($x_0 = 0$)

Равнопеременное прямолинейное движение. Если при равноускоренном прямолинейном движении $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{v}$, при равнозамедленном $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{v}$, то при равнопеременном движении взаимная ориентация этих векторов может изменяться.

Равнопеременное прямолинейное движение — прямолинейное движение с постоянным по модулю и направлению ускорением:

$$\vec{a} = \text{const}.$$

В течение почти двух тысячелетий со времён Аристотеля (IV в. до н. э.) считалось, что чем тяжелее тело, тем быстрее оно падает на Землю. Только Галилею в конце XVI в. удалось доказать, что ускорение при свободном падении тела постоянно (не зависит от его массы).

Например, равнопеременным является движение камня, брошенного с Земли вертикально вверх: как при его подъёме, так и при его спуске ускорение камня постоянно по модулю и направлено вниз.

В процессе этого движения изменяется направление скорости: при подъёме она направлена вверх, при спуске — вниз. Равнозамедленное движение камня вверх и последующее равноускоренное падение можно рассматривать как равнопеременное движение.

При равнопеременном движении проекция скорости тела на ось X зависит от времени следующим образом:

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \tag{12}$$

где v_{0x} и a_x — проекции начальной скорости и ускорения тела на ось X.

Зависимости скорости от времени при равноускоренном (8) *и равнозамедленном* (10) *движениях можно рассматривать как частные случаи равнопеременного движения.*

В случае равноускоренного движения вдоль оси X проекции вектора начальной скорости и ускорения на эту ось положительны (см. рис. 28):

$$v_{0x} = v_0, \quad a_x = a.$$

При равнозамедленном движении проекция на ось X вектора начальной скорости положительна, а вектора ускорения отрицательна (см. рис. 29):

$$v_{0x} = v_0, \quad a_x = -a.$$

Учитывая это, выражения (9) и (11) можно обобщить, заменив одним ***законом равнопеременного движения***:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \tag{13}$$

ВОПРОСЫ

1. Какое понятие является наиболее общим: равноускоренное прямолинейное движение; равнозамедленное; равнопеременное?
2. Чем равноускоренное движение отличается от равнозамедленного, происходящего в том же направлении?
3. Определите направление относительного ускорения авиалайнеров, если один ускоренно летит на восток, а другой — замедленно на запад. Модули ускорения одинаковы.
4. Как графически определяется перемещение тела при равноускоренном и равнозамедленном движениях?
5. Какая кривая определяет зависимость координаты от времени при равнопеременном движении?

ЗАДАЧИ

1. Через какой промежуток времени с момента старта мотоциклист, двигаясь с постоянным ускорением a = 5 м/с^2, разовьёт скорость v = 90 км/ч? На каком расстоянии от места старта это произойдёт?
2. Используя данные задачи 1, постройте график зависимости скорости мотоциклиста от времени. Найдите графически перемещение мотоциклиста при достижении им скорости 90 км/ч. Постройте график движения мотоциклиста.
3. Автомобиль движется в северном направлении со скоростью 90 км/ч. Найдите модуль и направление его постоянного ускорения при торможении перед светофором за 4 с. Рассчитайте длину тормозного пути автомобиля.
4. Используя данные задачи 3, постройте график зависимости скорости автомобиля от времени. Найдите графически длину тормозного пути автомобиля. Постройте график движения автомобиля.
5. За какое время, двигаясь равнозамедленно с ускорением a, тело уменьшает свою скорость вдвое по сравнению с начальной скоростью v_0? Какой путь проходит тело за это время?

§ 13. Свободное падение тел

Падение тел в отсутствие сопротивления воздуха. Одним из видов равнопеременного движения является свободное падение тел в поле тяготения Земли, когда на тело действует только сила тяжести. То есть свободное падение на Землю является ускоренным.

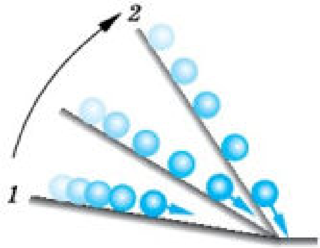
Все тела независимо от их массы в отсутствие сил сопротивления воздуха падают на Землю с одинаковым ускорением — ускорением свободного падения.

Впервые это утверждение экспериментально было доказано Галилеем. Из-за отсутствия точных часов Галилей не мог измерять достаточно надёжно малые интервалы времени падения тел на Землю. Учёный исследовал скольжение шаров с наклонной плоскости (рис. 37), угол наклона которой постепенно приближался к прямому. Результаты экспериментов показали, что при любом угле наклона плоскости расстояние, проходимое шаром по этой плоскости, пропорционально квадрату времени движения.

Например, за удвоенный промежуток времени шар проходил расстояние в 4 раза большее, за утроенный — в 9 раз больше и т. д. Выводы Галилея были подтверждены английским учёным ***Робертом Бойлем***, наблюдавшим синхронное падение различных предметов в сосуде, из которого был откачан воздух (рис. 38). Воздух из сосуда был удалён для того, чтобы исключить силу сопротивления воздуха, препятствующую движению тел.

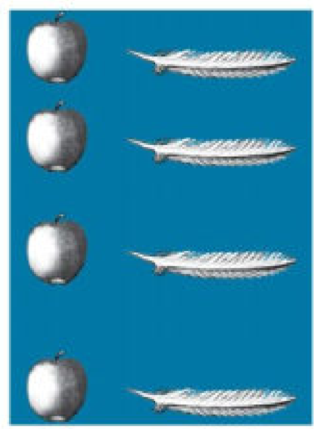
Ускорение свободного падения тел на Землю впервые измерил ***Христиан Гюйгенс*** в 1656 г. с помощью маятниковых часов. Вблизи поверхности Земли ускорение свободного падения равно

$$g = 9{,}8 \text{ м/с}^2.$$



▲ 37

Опыт Галилея.
1. При фиксированном угле наклона плоскости шар скатывается с постоянным ускорением.
2. При увеличении угла наклона плоскости ускорение шаров возрастает



▲ 38

Синхронное свободное падение яблока и пера в вакууме

На Луне нет атмосферы, поэтому астронавты Д. Скотт и Дж. Ирвин наблюдали синхронное падение птичьего пера и молотка на поверхность Луны, происходящее с одинаковым ускорением. Ускорение свободного падения тел на Луне примерно в 6 раз меньше, чем на Земле:

$$g_{Л} = 1{,}6\ м/с^2.$$

Падение тел в воздухе. В воздухе падение тел происходит иначе, чем в вакууме. На тело, движущееся в воздухе, действует сила сопротивления воздуха. Свободно падающее тело вначале движется, как в вакууме, с ускорением свободного падения, так как сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала при небольшой скорости. Увеличение скорости падения тела приводит к увеличению силы сопротивления воздуха и уменьшению ускорения тела. Когда сила сопротивления воздуха становится равной силе притяжения тела к Земле, ускорение тела оказывается равным нулю. Вблизи Земли тела, падающие с большой высоты, имеют постоянную скорость.

Например, скорость падения капель дождя и градин на Землю около 30 км/ч. В отсутствие атмосферы они достигали бы Земли со скоростью пули. Впрочем, надуманность этой ситуации очевидна: в отсутствие атмосферы не было бы ни капель дождя, ни града, ни жителей Земли.

Лёгкие тела с большой площадью поверхности (снежинки, листья) через короткий промежуток времени начинают двигаться в воздухе равномерно с небольшой скоростью.

Скорость тяжёлых предметов при падении в атмосфере Земли возрастает в течение нескольких первых секунд, а затем остаётся постоянной (порядка 100 м/с). В таблице 6 приведена примерная конечная скорость падения различных тел с большой высоты на Землю. В воздухе тяжёлые предметы имеют бóльшую установившуюся скорость, чем лёгкие. Значит, расстояние, которое они проходят, прежде чем их скорость станет постоянной, должно быть больше.

Таблица 6

Скорость падения различных тел с большой высоты на Землю

Падающее тело	Скорость падения на Землю, м/с	Падающее тело	Скорость падения на Землю, м/с
Перо птицы	0,4	Монета	9
Лист бумаги	0,5	Парашютист (нераскрытый парашют)	60
Снежинка	1	Большой камень	100
Парашютист (раскрытый парашют)	7	Пуля (крупного калибра)	200

ВОПРОСЫ

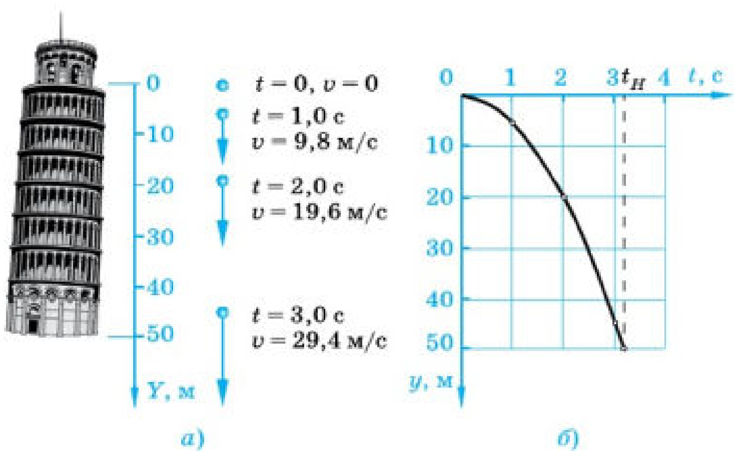
1. При каких условиях падение тел на Землю можно считать равноускоренным движением?
2. Опишите эксперименты Г. Галилея и Р. Бойля, подтвердившие постоянство ускорения тел, свободно падающих на Землю.
3. Является ли равноускоренным падение тел вблизи поверхности Луны?
4. Чем отличается падение тел в воздухе от их падения в вакууме?
5. Почему раскрытие парашюта существенно уменьшает скорость приземления парашютиста?

§ 14. Графики зависимости пути, перемещения, скорости и ускорения от времени при равнопеременном движении

Свободное падение без начальной скорости. Свободное падение монеты без начальной скорости с высоты H (рис. 39, *а*) является равнопеременным движением. Закон равнопеременного движения по оси Y, вдоль которой происходит падение монеты, имеет вид (см. формулу (13))

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \qquad (14)$$

Прежде всего, следует конкретизировать начальные условия $\{y_0, v_{0y}$ и $a_y\}$, входящие в это выражение. Направим ось Y вниз и выберем начало отсчёта в верхней точке. В этом случае $y_0 = 0$, $v_{0y} = 0$. Ускорение



39 ▶ *Свободное падение монеты в поле тяжести Земли: а — положение монеты через каждую секунду движения; б — график свободного падения монеты: y — перемещение (путь) монеты, t_H — время падения монеты на Землю с высоты H*

свободного падения $\vec{g}$ направлено вниз, следовательно, его проекция на ось Y $a_y = g$.

Подставляя начальные условия в формулу (14), получаем окончательный вид закона движения тела при свободном падении без начальной скорости:

$$\boldsymbol{y = \frac{gt^2}{2}}. \tag{15}$$

При прямолинейном движении вдоль координатной оси, когда начальная точка движения совпадает с нулём системы координат, координата одновременно характеризует и перемещение, и путь тела.

Графиком такой квадратичной зависимости от времени является парабола, проходящая через начало координат. По графику можно найти время t падения монеты на Землю (рис. 39, *б*). С помощью закона движения (15) это время можно рассчитать, полагая $y = H$:

$$H = \frac{gt^2}{2}.$$

Время падения тела на Землю с высоты H:

$$\boldsymbol{t = \sqrt{\frac{2H}{g}}}. \tag{16}$$

Зависимость скорости движения монеты по оси Y от времени записывается аналогично формуле (12):

$$\boldsymbol{v_y = v_{0y} + a_y t}. \tag{17}$$

Подстановка значений $v_{0y} = 0$ и $a_y = g$ даёт

$$\boldsymbol{v_y = gt}. \tag{18}$$

С математической точки зрения прямая $v_y(t)$, проходящая через начало координат, не ограничена. Однако физический смысл имеет лишь отрезок прямой между $t_0 = 0$ (начало движения) и $t = t_H$ (время падения тела) (рис. 40).

Зная время падения, можно найти скорость тела в момент падения как графически (см. рис. 40), так и аналитически (т. е. рассчитать по формуле).

Для расчёта скорости тела подставим время падения из равенства (16) в выражение (18). Тогда

$$v_H = g\sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{2gH}.$$

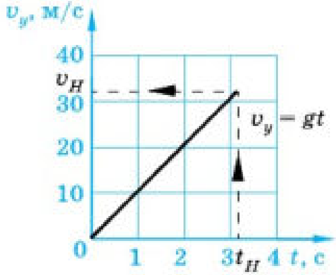
Ускорение по оси Y ($a_y = g$) является положительной константой, т. е. не зависит от времени. Поэтому графиком $a_y(t)$ является прямая, параллельная оси времени (рис. 41).

Одномерное движение в поле тяжести при наличии начальной скорости. В поле силы тяжести тело движется с постоянным ускорением, т. е. равнопеременно, независимо от начальной скорости тела и её направления. Брошенный вверх мяч вплоть до высшей точки подъёма движется равнозамедленно, а вниз движется равноускоренно. Но в целом его движение является равнопеременным, так как при движении и вверх, и вниз его ускорение остаётся постоянным (равным g).

Рассмотрим движение мяча, брошенного вертикально вверх с высоты H со скоростью $\vec{v}_0$ (рис. 42, *а*).

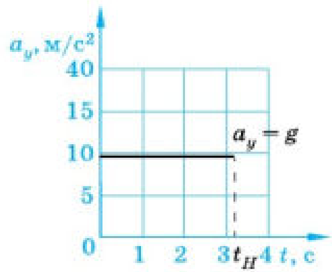
Запишем закон равнопеременного движения мяча (14):

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$



40

Зависимость скорости свободного падения тела от времени



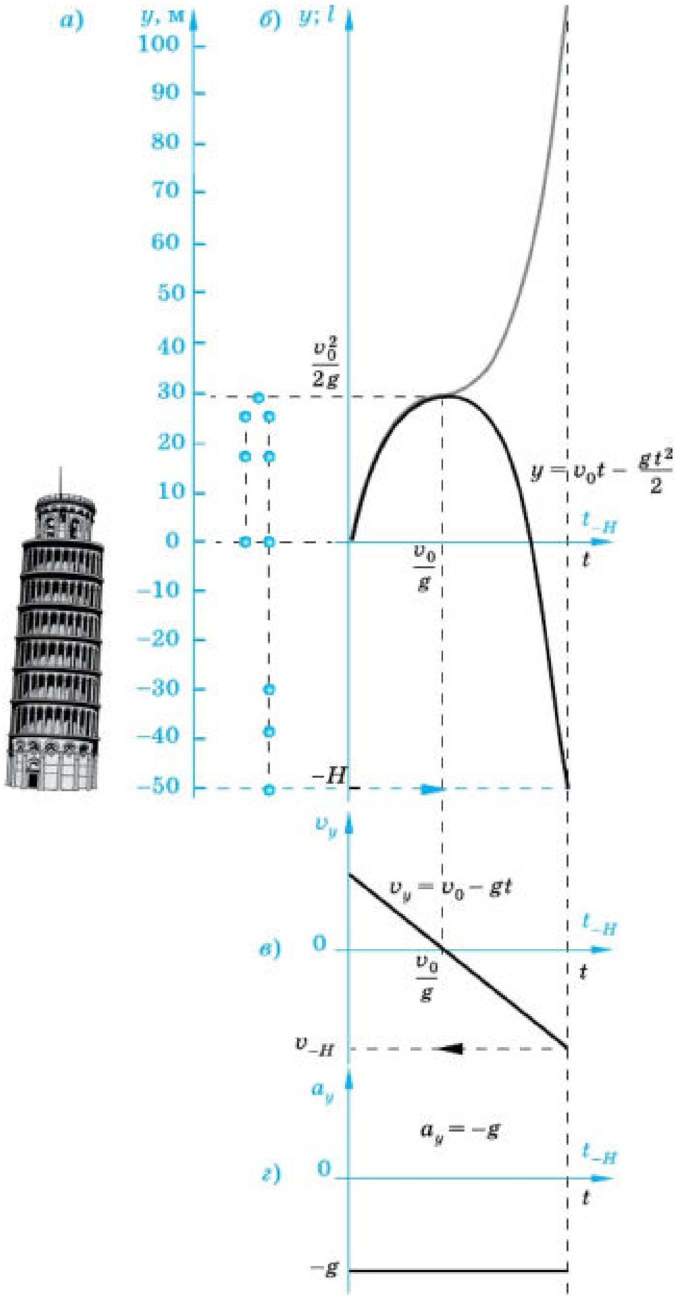
41

Ускорение свободного падения тела постоянно

Выберем начало отсчёта в точке бросания ($y_0 = 0$) и направим ось Y вверх. Тогда $v_{0y} = v_0$. Ускорение свободного падения направлено вниз (противоположно направлению оси Y), поэтому его проекция на ось отрицательна ($a_y = -g$). После подстановки начальных условий $\{y_0,\ v_{0y},\ a_y\}$ *закон движения тела* имеет вид

$$\boxed{y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.} \qquad (19)$$

Для построения графика движения необходим небольшой экскурс в математику.



42

Равнопеременное движение мяча, брошенного вертикально вверх:
а — положение мяча зафиксировано через каждую секунду, а также в верхней точке и в точке падения;
б — зависимость перемещения y и пути l от времени;
в — зависимость проекции скорости тела на вертикальную ось от времени;
г — зависимость проекции ускорения свободного падения тела от времени

Графиком любой квадратичной функции $y = ax^2 + bx$ является парабола. В нашем случае роль x играет t, $a = -\frac{g}{2}$, $b = v_0$. Известно, что если коэффициент при квадратичном члене $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз. Ясно, что график проходит через начало координат: при $x = 0$ ($t = 0$) $y = 0$. Парабола имеет вершину (максимум) при $x_{\max} = -\frac{b}{2a}$ $\left(\text{в данном случае } t_{\max} = \frac{v_0}{g}\right)$. Вершина параболы по оси Y имеет максимальную ординату $y_{\max} = -\frac{b^2}{4a}$ $\left(\text{в данном случае } y_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}\right)$.

Этих сведений вполне достаточно, чтобы качественно (без подстановки числовых значений) построить график движения тела (рис. 42, *б*).

Графически время падения тела на Землю t_{-H} можно найти следующим образом. Отметив на оси ординат точку $-H$, следует определить соответствующее ей значение времени t_{-H} на оси абсцисс.

Это время можно рассчитать, если подставить в закон движения (19) вместо y его значение в точке падения:

$$-H = v_0 t_{-H} - \frac{g t_{-H}^2}{2}.$$

Чтобы найти время падения, надо решить квадратное уравнение относительно t_{-H}. Можно получить значение этой величины и другим способом, не решая явно квадратное уравнение. Для этого найдём зависимость проекции скорости на ось Y от времени с помощью формулы (17), учитывая, что $v_{0y} = v_0$, $a_y = -g$:

$$\boldsymbol{v_y = v_0 - gt.} \tag{20}$$

Графиком этой зависимости является прямая с отрицательным тангенсом угла наклона, поднятая вверх (по оси Y относительно начала отсчёта) на v_0 (рис. 42, *в*). Прямая пересекает ось t в точке $t_{\max}$, в которой $v_y = 0$. Следовательно,

$$v_0 - g t_{\max} = 0,$$

$$\boldsymbol{t_{\max} = \frac{v_0}{g}.} \tag{21}$$

Как видно из рисунка 42, *б*, значение t_{max} определяет время подъёма тела на максимальную высоту. В этой точке тело останавливается: его скорость становится равной нулю. Соответственно максимальная высота подъёма тела равна координате вершины параболы:

$$y_{max} = \frac{v_0^2}{2g}. \qquad (22)$$

Знак проекции скорости тела на ось Y при $t > t_{max}$ изменяется. Это означает, что изменяется направление движения тела, которое, достигнув высшей точки, начинает падать на Землю (см. рис. 42, *в*). При этом модуль скорости возрастает, так как движение вниз является равноускоренным.

Промежуток времени, через который тело упадёт на Землю, t_{-H} складывается из двух интервалов времени: времени подъёма на максимальную высоту t_{max} и времени свободного падения с максимальной высоты $H + \frac{v_0^2}{2g}$ на Землю:

$$t_{-H} = \frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{2}{g}\left(H + \frac{v_0^2}{2g}\right)}.$$

Полученное выражение является одним из корней не решённого нами явно квадратного уравнения. Другой его корень в условиях данной задачи не имеет физического смысла.

Графиком проекции ускорения на ось Y является прямая, параллельная оси времени ($a_y = -g$), так как ускорение свободного падения постоянно и направлено противоположно оси Y (рис. 42, *г*).

ВОПРОСЫ

1. Запишите закон свободного падения тела, падающего без начальной скорости с высоты H, выбрав начало отсчёта на Земле, а ось Y направив вверх. Постройте график зависимости $y(t)$.
2. Как выглядят графики зависимости скорости и ускорения свободного падения монеты при выборе координатной оси Y так же, как и в вопросе 1?
3. Какой физический смысл может иметь отброшенный корень квадратного уравнения (19), не решённого нами явно, когда $y = -H$?
4. Чем объяснить отличие друг от друга графиков перемещения и пути тела, брошенного вверх в поле силы тяжести (см. рис. 42)?
5. Постройте графики зависимости от времени пути, проекции перемещения, скорости и ускорения тела, брошенного вертикально вниз со скоростью v_0 с высоты H. Направьте ось Y вниз, выбрав начало отсчёта по оси Y в точке бросания.

ЗАДАЧИ

1. Какой путь проходит свободно падающая (без начальной скорости) капля за четвёртую секунду от момента отрыва?
2. С крыши дома через промежуток времени τ одна за другой падают капли. Запишите закон движения капель. Постройте в одних координатных осях Y, t графики движения первой, второй, третьей, n-й капель.
3. Используя данные задачи 2, найдите расстояние между второй и третьей каплями в момент отрыва седьмой капли.
4. Тело свободно падает с высоты H без начальной скорости. Какой путь оно проходит в последнюю секунду падения на Землю?
5. По данным рисунка 42, a оцените начальную скорость v_0 мяча, брошенного вертикально вверх. Постройте графики перемещения и пути мяча, выбрав начало отсчёта на поверхности Земли.

§ 15. Баллистическое движение

Возникновение баллистики. В многочисленных войнах на протяжении всей истории человечества враждующие стороны, доказывая своё превосходство, использовали сначала камни, копья и стрелы, а затем ядра, пули, снаряды и бомбы.

Успех сражения во многом определялся точностью попадания в цель. При этом точный бросок камня, поражение противника летящим копьём или стрелой фиксировались воином визуально. Это позволяло (при соответствующей тренировке) повторять свой успех в следующем сражении.

Значительно возросшая с развитием техники скорость (и соответственно дальность полёта) снарядов и пуль сделали возможными дистанционные сражения. Однако навыка воина, разрешающей способности его глаза стало недостаточно для точного попадания в цель в артиллерийской дуэли первым. Желание побеждать стимулировало появление баллистики (от *греч.* ballo — бросаю).

Баллистика — раздел механики, изучающий движение тел в поле силы тяжести Земли.

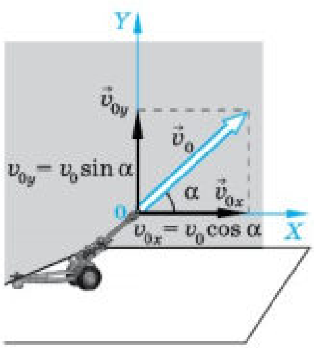
Пули, снаряды и бомбы, так же как и теннисный, и футбольный мячи, и ядро легкоатлета, при полёте движутся по баллистической траектории. Для описания баллистического движения в качестве первого приближения удобно ввести идеализированную модель, рассматривая тело как материальную точку, движущуюся с постоянным ускорением свободного падения $\vec{g}$. При этом пренебрегают изменением $\vec{g}$ с высотой подъёма тела, сопротивлением воздуха, кривизной поверхности Земли и её вращением вокруг собственной оси. Это приближение существенно облегчает расчёт траектории тел. Однако такое рассмотрение имеет определённые границы применимости. Например, при полёте межконтинентальной баллистической ракеты нельзя пренебрегать кривизной поверхности Земли. При свободном падении тел нельзя не учитывать сопротивление воздуха.

Траектория движения тела в поле тяжести. Рассмотрим основные параметры траектории снаряда, вылетающего с начальной скоростью $\vec{v}_0$ из орудия, направленного под углом α к горизонту (рис. 43).

Движение снаряда происходит в вертикальной плоскости XY, содержащей $\vec{v}_0$. Выберем начало отсчёта в точке вылета снаряда.

Независимость перемещения тела от порядка перемещения по разным координатным осям — следствие евклидовости физического пространства.

В евклидовом физическом пространстве перемещение тела по координатным осям X и Y можно рассматривать независимо.



43

Плоскость полёта снаряда, содержащая вектор начальной скорости $\vec{v}_0$:
$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}$,
$\vec{v}_{0x}$ *и* $\vec{v}_{0y}$ *— компоненты начальной скорости по координатным осям X и Y*

Ускорение свободного падения $\vec{g}$ направлено вертикально вниз, поэтому по оси X движение будет равномерным. Это означает, что проекция скорости v_x остаётся постоянной, равной её значению в начальный момент времени v_{0x}.

Закон равномерного движения снаряда по оси X имеет вид

$$x = x_0 + v_{0x}t. \qquad (23)$$

По оси Y движение является равнопеременным, так как вектор ускорения свободного падения $\vec{g}$ постоянен.

Закон равнопеременного движения по оси Y можно представить в виде

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}. \qquad (24)$$

Криволинейное баллистическое движение тела можно рассматривать как результат *сложения двух прямолинейных движений: равномерного движения по оси X и равнопеременного движения по оси Y.*

В выбранной системе координат

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 0;$$
$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin\alpha.$$

Ускорение свободного падения направлено противоположно оси Y, поэтому

$$a_y = -g.$$

Подставляя x_0, y_0, v_{0x}, v_{0y}, a_y в формулы (23) и (24), получаем *закон баллистического движения в координатной форме*:

$$\begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha)t, \\ y = (v_0 \sin\alpha)t - \dfrac{gt^2}{2}. \end{cases} \tag{25}$$

Уравнение траектории снаряда, или зависимость $y(x)$, можно получить, исключая из системы уравнений время. Для этого из первого уравнения системы найдём

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}.$$

Подставляя его во второе уравнение системы, получаем

$$y = v_0 \sin\alpha \frac{x}{v_0 \cos\alpha} - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}.$$

Сокращая v_0 в первом слагаемом и учитывая, что $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$, получаем ***уравнение траектории снаряда***:

$$y = x \operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}. \tag{26}$$

Экспериментальное наблюдение баллистической траектории возможно с помощью струи воды, вытекающей под напором из трубки. Струя принимает форму параболы, так как каждая частица воды движется по баллистической траектории — параболе.

Траектория баллистического движения. Построим баллистическую траекторию (26). Графиком квадратичной функции, как известно, является парабола. В рассматриваемом случае парабола проходит через начало координат, так как из уравнения (26) следует, что $y = 0$ при $x = 0$. Ветви параболы направлены вниз, так как коэффициент $\left(-\dfrac{g}{2\upsilon_0^2\cos^2\alpha}\right)$ при x^2 меньше нуля (рис. 44).

Определим основные параметры баллистического движения: время подъёма на максимальную высоту, максимальную высоту, время и дальность полёта. Вследствие независимости движений по координатным осям подъём снаряда по вертикали определяется только проекцией начальной скорости υ_{0y} на ось Y. В соответствии с формулой (21), полученной для тела, брошенного вверх с начальной скоростью υ_0, время подъёма снаряда на максимальную высоту равно

$$t_{\max} = \frac{\upsilon_{0y}}{g} = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}.$$

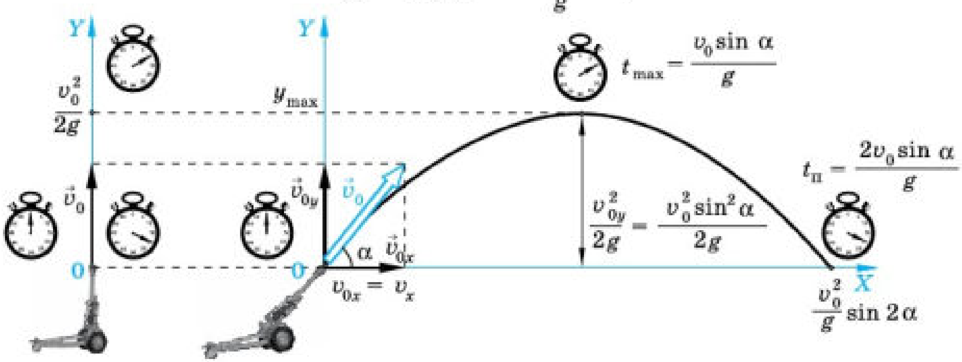
Максимальная высота подъёма может быть рассчитана по формуле (22), если υ_{0y} подставить вместо υ_0:

$$y_{\max} = \frac{\upsilon_{0y}^2}{g} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

На рисунке 44 сопоставляются прямолинейное и криволинейное движения с одинаковой начальной скоростью по оси Y. В любой момент времени тело, брошенное вертикально вверх, и тело, брошенное под углом к горизонту с той же вертикальной проекцией скорости, движутся по оси Y синхронно.

Так как парабола симметрична относительно вершины, то время полёта $t_п$ снаряда в 2 раза больше времени его подъёма на максимальную высоту:

$$t_п = 2t_{\max} = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g}.$$



44

Независимость вертикального и горизонтального движений

Подставляя время полёта в закон движения по оси X, получаем максимальную дальность полёта:

$$x_{max} = v_0 \cos\alpha \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Так как $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$, то

$$\boldsymbol{x_{max} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha.} \qquad (27)$$

Следовательно, *дальность полёта тела при одной и той же начальной скорости зависит от угла, под которым тело брошено к горизонту* (рис. 45).

Дальность полёта максимальна, когда максимален $\sin 2\alpha$.

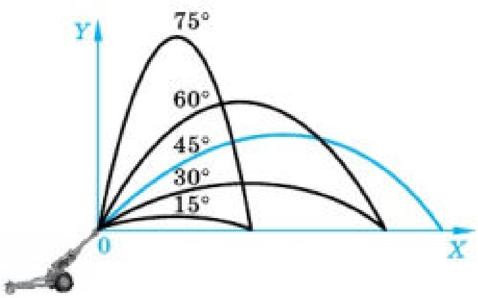
Максимальное значение синуса равно единице при угле 90°, т. е.

$$\sin 2\alpha = 1, \quad 2\alpha = 90°, \quad \alpha = 45°.$$

В отсутствие сопротивления воздуха максимальная дальность полёта тела в поле тяжести достигается при вылете под углом 45° к горизонту.

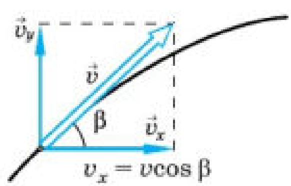
При $\alpha = 45° + \beta$ (*навесная траектория*) и $\alpha = 45° - \beta$ (*настильная траектория*) (см. рис. 45) дальность полёта одинакова (см. формулу (27)).

Скорость при баллистическом движении. Для расчёта скорости снаряда в произвольной точке траектории, а также для определения угла β, который образует вектор скорости с горизонталью, достаточно знать проекции скорости на оси X и Y (рис. 46).



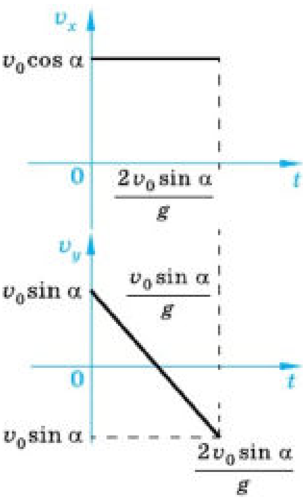
45

Баллистическая траектория снаряда в отсутствие сопротивления воздуха при стрельбе под разными углами к горизонту



46

Определение скорости снаряда и её угла наклона к горизонту по проекциям скорости v_x и v_y



47

Зависимости от времени горизонтальной v_x и вертикальной v_y проекций скорости снаряда

Если v_x и v_y известны, то по теореме Пифагора можно найти скорость

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \tag{28}$$

Отношение катета v_y, противолежащего углу β, к катету v_x, прилежащему к этому углу, определяет $\operatorname{tg}\beta$ и соответственно угол β:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{v_y}{v_x}.$$

При равномерном движении по оси X проекция скорости движения v_x остаётся постоянной и равной проекции начальной скорости v_{0x}:

$$v_x = v_0\cos\alpha.$$

Зависимость $v_y(t)$ определяется формулой (17), в которую следует подставить

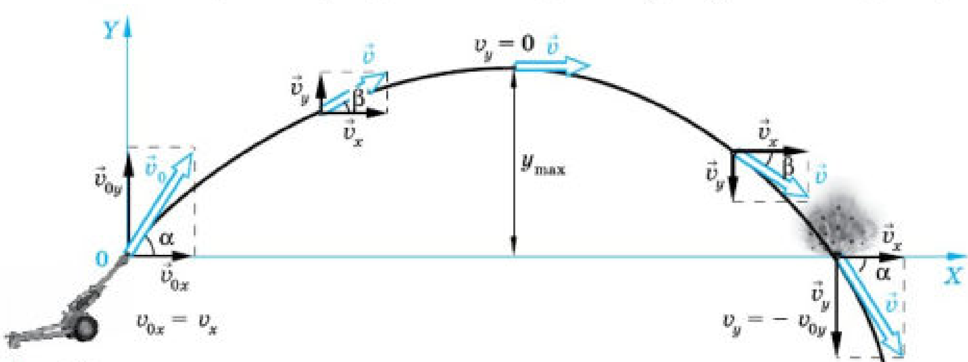
$$v_{0y} = v_0\sin\alpha, \quad a_y = -g.$$

Тогда

$$v_y = v_0\sin\alpha - gt.$$

Графики зависимости проекций скорости v_x, v_y от времени приведены на рисунке 47.

В любой точке траектории проекция скорости на ось X остаётся постоянной. По мере подъёма снаряда проекция скорости на ось Y уменьшается по линейному закону. При $t = 0$ она равна $v_y = v_0\sin\alpha$. Найдём проме-



48

Скорость снаряда в различных точках траектории жуток времени, через который проекция этой скорости станет равна нулю:

$$0 = v_0 \sin\alpha - gt, \quad t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Полученный результат совпадает со временем подъёма снаряда на максимальную высоту.

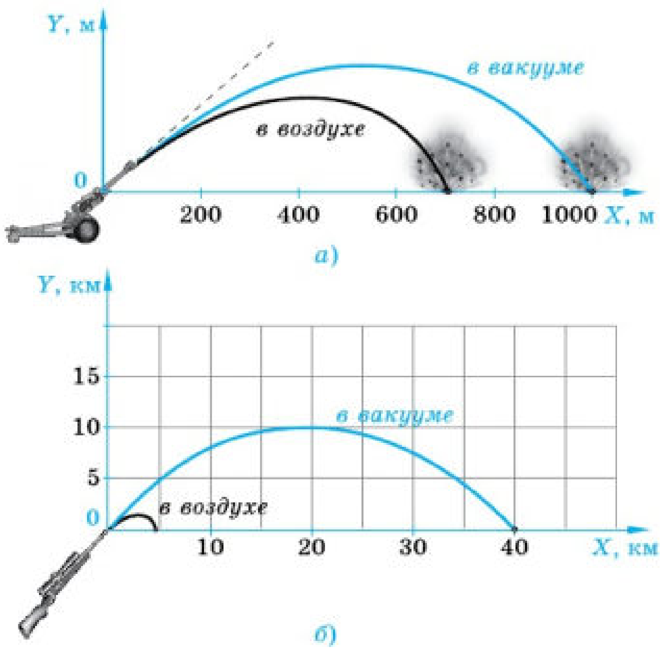
В верхней точке траектории вертикальная компонента скорости равна нулю.

Следовательно, тело больше не поднимается. При $t > t_{max}$ проекция скорости v_y становится отрицательной. Значит, эта составляющая скорости направлена противоположно оси Y, т. е. тело начинает падать вниз (рис. 48).

Так как в верхней точке траектории $v_y = 0$, то скорость снаряда (см. формулу (28))

$$v = v_x = v_0 \cos\alpha.$$

Баллистическое движение в атмосфере. Полученные результаты справедливы для идеализированного случая, когда можно пренебречь сопротивлением воздуха. Реальное движение тел в земной атмосфере происходит по траектории, существенно отличающейся от параболической (рис. 49) из-за сопротивления воздуха. При увеличении скорости движе-



49

Отличие реальной баллистической кривой от параболы при различной скорости вылета:
а — снаряда $v_0 = 100$ м/с;
б — пули $v_0 = 630$ м/с

ния тела сила сопротивления воздуха возрастает. Чем больше скорость тела, тем больше отличие реальной траектории от параболы. При движении снарядов и пуль в воздухе максимальная дальность полёта достигается при угле вылета 30—40°. Расхождение простейшей теории баллистики с экспериментом не означает, что она не верна в принципе. В вакууме или на Луне, где практически нет атмосферы, эта теория даёт правильные результаты. (Для лунных условий во всех формулах следует заменить ускорение свободного падения g на $g_{Л}$.)

При описании движения тел в атмосфере учёт сопротивления воздуха требует математического расчёта, который мы не будем приводить из-за громоздкости. Отметим лишь, что расчёт траектории запуска и выведения на требуемую орбиту спутников Земли и их посадки в заданном районе осуществляют с большой точностью мощные компьютеры.

ВОПРОСЫ

1. Какая модель используется для описания баллистического движения тела? Почему?
2. Объясните, почему при баллистическом движении тело движется по горизонтали равномерно, а по вертикали равнопеременно.
3. Какой угол должна составлять начальная скорость тела с горизонтом, чтобы дальность полёта в отсутствие сопротивления воздуха была максимальной? Приведите необходимую формулу для аргументации.
4. Как сила сопротивления воздуха влияет на баллистическое движение и на максимальную дальность полёта снарядов и пуль?
5. Определите угол, при котором максимальная высота подъёма снаряда равна максимальной дальности полёта.

ЗАДАЧИ

1. Из окна дома с высоты 19,6 м горизонтально брошена монета со скоростью 5 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите, через какой промежуток времени монета упадёт на Землю. На каком расстоянии по горизонтали от дома находится точка падения?
2. Используя условие задачи 1, найдите скорость падения монеты и угол, который образует вектор скорости с горизонтом в точке падения.
3. Длина скачка блохи на столе, прыгающей под углом 45° к горизонту, равна 20 см. Во сколько раз высота её подъёма над столом превышает её собственную длину, составляющую 0,4 мм?
4. Мяч, брошенный под углом 45° к горизонту, упруго отскочив от вертикальной стены, расположенной на расстоянии L от точки бросания, ударяется о землю на расстоянии l от стены. С какой начальной скоростью был брошен мяч?
5. Под каким углом к горизонту охотник должен направить ствол ружья, чтобы попасть в птицу, сидящую на высоте H на дереве, находящемся на расстоянии l от охотника? В момент выстрела птица начинает свободно падать на землю.

§ 16. Кинематика периодического движения

Виды периодического движения. Повторяющиеся, циклические явления в окружающем нас мире, такие как смена времён года, смена дня и ночи, солнечные и лунные затмения, перемещение звёзд и планет по небосводу, колебания маятников и пружин, классифицируются как периодические.

Периодическое движение — движение, повторяющееся через равные промежутки времени.

Важнейшей характеристикой такого движения является *период*.

Период — минимальный интервал времени, через который движение повторяется.

Единица периода — *секунда* (с).

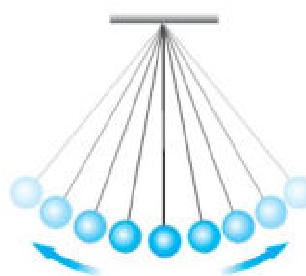
Через период тело вновь попадает в начальную точку движения и повторяет свой путь по прежней траектории. Примерами периодического движения являются вращение Земли вокруг Солнца, колебания маятника, колебание струны музыкального инструмента.

▲ 50
Вращательное движение спутника Юпитера

Различают два вида периодических движений: *вращательное* и *колебательное.*

Вращательное движение *— движение в одном направлении по плоской (или пространственной) замкнутой траектории* (подобно движению Земли по орбите вокруг Солнца, Луны вокруг Земли и т. п.) (рис. 50).

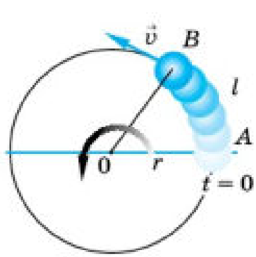
Колебательное движение *— движение вдоль одного и того же отрезка с изменением направления движения* (подобно колебаниям маятника) (рис. 51).



▲ 51
Колебательное движение маятника

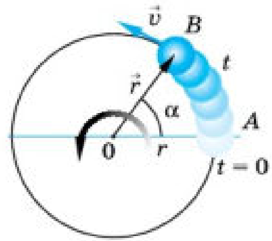
Равномерное движение по окружности. *При равномерном движении по окружности модуль скорости тела остаётся постоянным.*

Если размерами тела, движущегося по окружности, можно пренебречь по сравнению



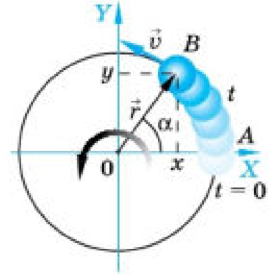
52

Определение положения частицы по пройденному ею пути l



53

Определение положения частицы по углу поворота α радиуса-вектора $\vec{r}$ относительно его начального положения



54

Определение положения частицы на окружности с помощью закона движения в координатной форме $x(t)$, $y(t)$

с радиусом окружности, то его можно рассматривать как материальную точку. С помощью этой простейшей модели можно описывать вращение Земли вокруг Солнца, электрона вокруг ядра атома.

Рассмотрим движение материальной точки (частицы) с постоянной по модулю скоростью v по окружности радиусом r. Предположим, что в начальный момент времени частица находится в точке A, а её движение происходит против часовой стрелки (рис. 52).

Положение частицы в пространстве в произвольный момент времени t можно определить тремя способами.

1. С помощью пути l, пройденного частицей от начальной точки A до точки B (см. рис. 52).

2. С помощью угла поворота α радиуса-вектора $\vec{r}$ относительно его начального положения (рис. 53).

3. С помощью закона движения в координатной форме (зависимость координат частицы от времени) (рис. 54).

Первый способ позволяет легко найти время одного оборота по окружности T. Разделив длину окружности $l = 2\pi r$ на скорость частицы, получим

$$T = \frac{2\pi r}{v}. \qquad (29)$$

Через это время частица возвращается в точку A, а затем продолжает вращение против часовой стрелки вокруг точки O.

Период вращения можно определить и другим способом. Полный оборот по окружности соответствует углу поворота на 360°. Если радиус-вектор, характеризующий положение частицы на окружности, поворачивается на угол 60° за 3 с, то это значит, что за 1 с он повернулся на угол 20° (60°/3 с = 20°/с).

Время одного оборота составило 18 с:

$$T = \frac{360^\circ}{20^\circ/\text{с}} = 18\ \text{с}.$$

Угол поворота α определяет *фазу вращения*.

Фаза вращения — угол поворота радиуса-вектора в произвольный момент времени относительно его начального положения.

Угловая скорость — физическая величина, равная отношению угла поворота тела к промежутку времени, в течение которого этот поворот произошёл:

$$\boldsymbol{\omega = \frac{\alpha}{t}}. \qquad (30)$$

В случае равномерного вращения тела по окружности его угловая скорость постоянна.

Размерность угловой скорости следует из формулы (30):

$$[\omega] = \frac{[\alpha]}{[t]} = \frac{1\ \text{рад}}{1\ \text{с}} = 1\ \text{рад}/\text{с}.$$

Единица угловой скорости — *радиан в секунду* (рад/с).

Угловая скорость движения Солнца по эклиптике (большому кругу, наклонённому к экватору под углом 23,5°) ω = 1 град./сут.

Период вращения можно найти, разделив полный угол поворота 360°, или 2π радиан, на угловую скорость:

$$\boxed{\boldsymbol{T = \frac{2\pi}{\omega}}}. \qquad (31)$$

Таблица 7

Период вращения вокруг собственной оси Солнца, ближайших планет Солнечной системы и Луны

Небесное тело	Период T, зв. сут*	Небесное тело	Период T, зв. сут*
Солнце	25,4	Марс	1,03
Меркурий	58,6	Сатурн	0,43
Венера	243	Луна	27,3
Земля	1		

* 1 звёздные сутки = 23 ч 56 мин 4 с.

В таблице 7 приведён период вращения вокруг собственной оси некоторых тел Солнечной системы.

Зная время одного оборота, например 0,2 с, можно найти число оборотов ν тела за 1 с.

В данном примере за 1 с происходит 5 оборотов.

Частота вращения — число оборотов в единицу времени.

Частота связана с периодом вращения соотношением

$$\nu = \frac{1}{T}. \tag{32}$$

Единица частоты — *герц* (Гц): 1 Гц = 1 с$^{-1}$.

Используя соотношения (31) и (32), нетрудно связать угловую скорость с периодом вращения и частотой:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \tag{33}$$

Приравнивая выражения (29) и (31) для периода вращения

$$\frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega},$$

получаем связь между угловой скоростью ω, радиусом r и скоростью v (при вращении эту скорость называют *линейной*):

$$v = \omega r. \tag{34}$$

Подставляя выражение для угловой скорости в формулу (34), получаем линейную скорость:

$$v = \omega r = \frac{2\pi}{T} r = 2\pi\nu r. \qquad (35)$$

В соответствии с формулой (34) скорость бусинок, закреплённых на вращающейся нитке, растёт пропорционально расстоянию до оси вращения (рис. 55).

Центростремительное ускорение. Скорость тела — векторная величина. Любое изменение вектора скорости во времени означает появление ускорения:

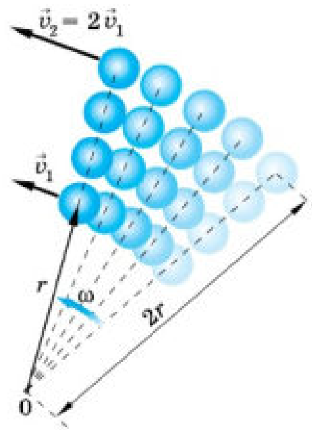
$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \text{ (при } \Delta t \to 0).$$

При этом $\Delta\vec{v}$ может характеризовать изменение не только модуля скорости, но и её направления.

Если изменяется только модуль скорости, то происходит прямолинейное ускоренное движение. Если изменяется только направление, то возникает равномерное движение по окружности.

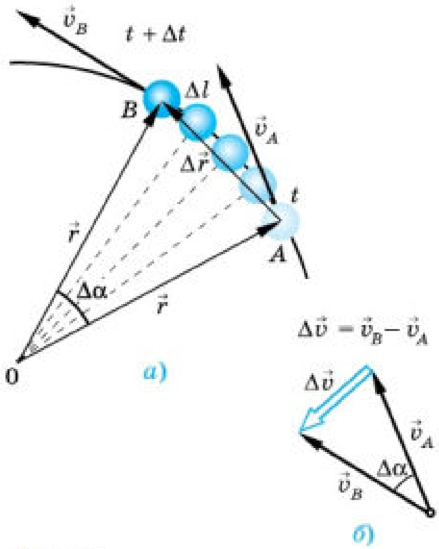
Чтобы найти ускорение, возникающее при равномерном движении по окружности, рассмотрим положения частицы на окружности в точках A и B в достаточно близкие моменты времени t и $t + \Delta t$ (рис. 56, *а*).

Обозначим через $\Delta\alpha$ угол поворота радиуса-вектора $\vec{r}$ при перемещении $\Delta\vec{r}$. Совместив начала векторов скорости в точках A и B, найдём изменение скорости $\Delta\vec{v}$ как разность конечной $\vec{v}_B$ и начальной $\vec{v}_A$ скоростей ($|\vec{v}_A| = |\vec{v}_B| = v$) (рис. 56, *б*). Полученный равнобедрен-



▲ 55

Зависимость линейной скорости от расстояния до оси вращения: $v_1 = \omega r$, $v_2 = \omega \cdot 2r = 2v_1$



▲ 56

Ускорение при равномерном движении частицы по окружности:
а — при $\Delta t \to 0$, $\Delta\alpha \to 0$;
б — при $\Delta t \to 0$, $\Delta\vec{v} \perp \vec{v}_A$, $\Delta\vec{v} \perp \vec{v}_B$

ный треугольник скоростей подобен $\triangle OAB$, так как угол между скоростями $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ равен $\angle AOB = \angle\Delta\alpha$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами). Скорости $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ направлены по касательной к окружности и поэтому перпендикулярны радиусу-вектору в этих точках. Из подобия треугольников следует, что

$$\frac{\Delta v}{\Delta r} = \frac{v}{r},$$

откуда

$$\Delta v = \frac{v}{r}\Delta r.$$

Для получения мгновенного ускорения воспользуемся формулой (7), подставив в неё выражение для Δv:

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

(необходимость индекса n в выражении для ускорения мы обоснуем чуть позже).

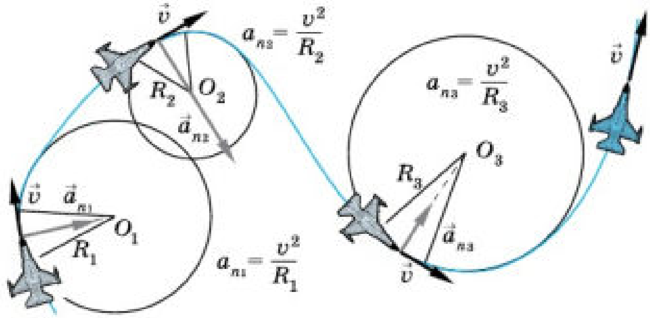
Согласно определению (4), модуль перемещения в единицу времени равен модулю мгновенной скорости $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = v$, поэтому

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{r}.} \qquad (36)$$

Направление ускорения совпадает с направлением вектора $\Delta\vec{v}$, когда $\Delta t \to 0$. В этом случае точки A и B бесконечно сближаются, так что $\Delta\alpha \to 0$. Так как сумма углов в треугольнике равна 180°, а $\Delta\alpha \to 0$, то каждый угол при основании Δv стремится к 90°. Это означает, что вектор $\Delta\vec{v}$ в случае, когда $\Delta t \to 0$, направлен перпендикулярно скорости. Так как скорость направлена по касательной к окружности, то перпендикуляр к касательной направлен по радиусу к центру окружности. Следовательно, вектор $\Delta\vec{v}$, как и вектор ускорения, перпендикулярен, или нормален, скорости (отсюда появление индекса n и название *нормальное ускорение*). Так как вектор ускорения направлен к центру окружности, то это ускорение иногда называют *центростремительным*.

При равномерном движении частицы по окружности её ускорение направлено перпендикулярно скорости, по радиусу к центру окружности и называется нормальным или центростремительным ускорением.

Тангенциальное (или касательное) ускорение при этом равно нулю ($a_\tau = 0$).



57 ▶ *Нормальное ускорение самолёта при равномерном движении по криволинейной траектории*

Для расчёта нормального ускорения подставим выражение для линейной скорости (35) в формулу (36):

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r = 4\pi^2\nu^2 r. \qquad (37)$$

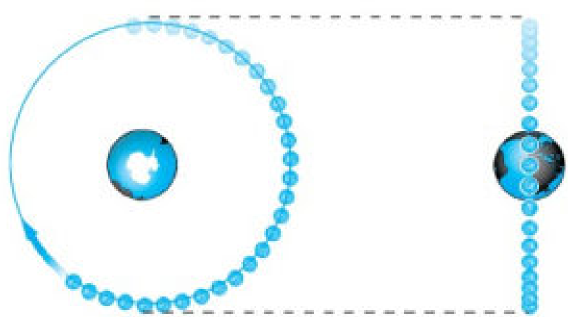
Выбор необходимой расчётной формулы зависит от того, какая кинематическая величина, v, ω, T или ν, известна.

Выражение (36), полученное для вычисления нормального ускорения при равномерном движении по окружности, можно использовать и при равномерном движении тела по криволинейной траектории.

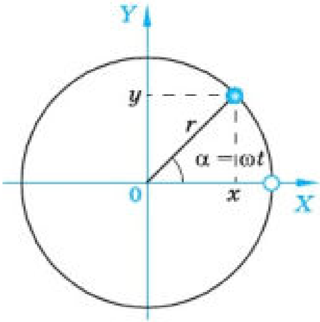
Это объясняется тем, что любая сложная кривая на небольшом участке может быть заменена (аппроксимирована) дугой окружности (рис. 57).

При равномерном движении при заданной величине скорости нормальное ускорение обратно пропорционально радиусу дуги окружности, аппроксимирующей траекторию.

Колебательное движение. Взаимосвязь двух видов периодического движения (вращательного и колебательного) особенно наглядно проявляется при наблюдении вращения Луны вокруг Земли в плоскости орбиты (рис. 58).



58 ▶ *Представление о круговом движении Луны вокруг Земли как о колебательном при наблюдении в плоскости орбиты*



▲ 59

К выводу закона равномерного движения по окружности в координатной форме

Наблюдателю, находящемуся на большом расстоянии, кажется, что Луна колеблется вдоль диаметра орбиты.

Для получения закона колебательного движения воспользуемся координатным способом описания вращательного движения частицы по окружности радиусом r с центром в начале координат (рис. 59). Если при $t = 0$ частица находится в точке с координатами $(r, 0)$, то координаты частицы по осям X и Y связаны с радиусом окружности и углом поворота α следующими соотношениями:

$$\begin{cases} x = r\cos\alpha, \\ y = r\sin\alpha. \end{cases}$$

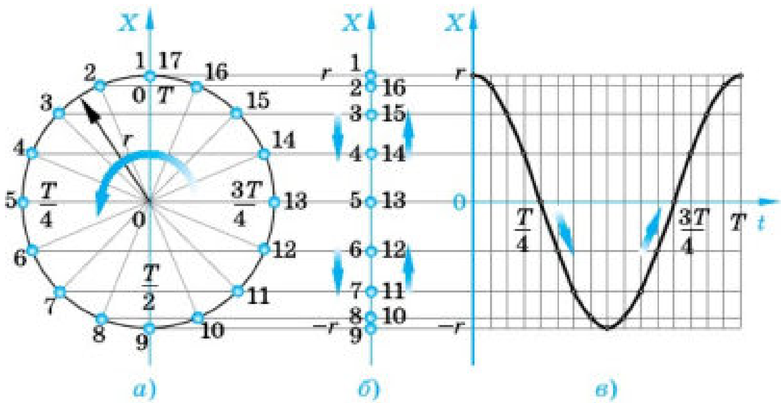
Если частица движется по окружности с угловой скоростью ω, то за промежуток времени t её радиус-вектор поворачивается на угол $\alpha = \omega t$, поэтому закон вращательного движения в координатной форме имеет вид

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = r\cos\omega t}, \\ \boldsymbol{y = r\sin\omega t}. \end{cases} \qquad (38)$$

При этом координаты изменяются со временем по законам синуса и косинуса.

Гармонические колебания — колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем синусоидально (или косинусоидально).

Можно построить график зависимости $x(t)$, отметив положение Луны на орбите вокруг Земли в шестнадцати различных точках (рис. 60, *а*), разделённых по времени $\frac{1}{16}$ периода вращения T. Положения Луны в плоскости орбиты показаны на рисунке 60, *б*. На рисунке 60, *в* представлена зависимость $x(t)$. По оси времени равномерно нанесены деления через равные промежутки времени $\Delta t = T/16$. Через период T Луна вновь проходит через первоначальное положение, а график зависимости $x(t)$ периодически продолжается.



▲ 60

Связь вращательного движения Луны вокруг Земли с её колебательным движением в плоскости орбиты:
а — положение Луны через равные промежутки времени $\Delta t = T/16$ при наблюдении перпендикулярно плоскости орбиты;
б — положение Луны через равные промежутки времени $\Delta t = T/16$ при наблюдении в плоскости орбиты;
в — график колебаний Луны в плоскости орбиты

Частота колебаний — величина, равная числу полных колебаний, совершаемых в единицу времени:

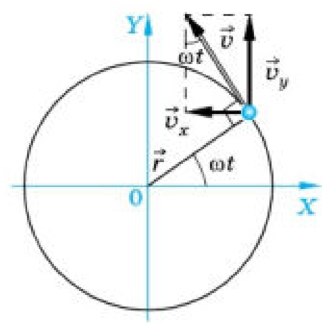
$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Единица частоты колебаний — *герц* (Гц).

Для определения скорости колебательного движения (рис. 61) по оси X рассмотрим произвольное положение частицы на окружности в момент времени t.

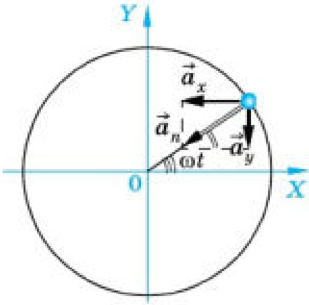
Скорость направлена перпендикулярно радиусу-вектору и образует с вертикалью угол ωt, равный углу поворота (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами). Горизонтальная компонента скорости направлена противоположно оси X. Проекция скорости на ось X равна

$$\boxed{v_x = -v\sin\omega t = -\omega r\sin\omega t.} \qquad (39)$$



▲ 61

Определение скорости колебательного движения по оси X



▲ 62

Определение ускорения при колебательном движении по оси X

Найдём зависимость проекции ускорения на ось X от времени (рис. 62) при колебательном движении частицы. При равномерном движении по окружности ускорение частицы направлено к центру окружности и равно

$$a_n = \omega^2 r.$$

Его горизонтальная компонента $\vec{a}_x$ направлена противоположно оси X. Угол, который образует нормальное ускорение с вектором $\vec{a}_x$, равен ωt, поэтому проекция вектора ускорения

$$a_x = -a_n \cos \omega t = -\omega^2 r \cos \omega t. \qquad (40)$$

ВОПРОСЫ

1. Какова главная отличительная особенность периодического движения? Что такое период движения?
2. Какие параметры характеризуют положение тела на окружности?
3. Почему движение по окружности с постоянной скоростью является ускоренным? Куда направлено нормальное ускорение и чему оно равно?
4. Скорость отдельных частей колец Сатурна не пропорциональна их расстоянию до оси вращения, проходящей через центр планеты. Что можно сказать о структуре колец по результатам этих астрономических наблюдений?
5. Как зависят координата колеблющейся точки, её скорость и ускорение от времени при гармонических колебаниях?

ЗАДАЧИ

1. Найдите линейную скорость вращения Земли вокруг Солнца, считая её орбиту круговой с радиусом $r_{\odot} = 1,5 \cdot 10^8$ км.
2. Северная широта Москвы составляет 55°45′. С какой скоростью москвичи вращаются вместе с земным шаром вокруг его оси? Радиус Земли принять равным 6400 км.
3. Найдите нормальное и тангенциальное ускорения конца секундной, минутной и часовой стрелок наручных часов, если их длина соответственно равна 1,5, 1 и 0,5 см.
4. Частица совершает гармонические колебания по закону $x = 24\cos \frac{\pi}{12} t$ (см). Как зависят проекции скорости и ускорения частицы на ось X от времени? Определите координату частицы, проекции её скорости и ускорения на ось X в момент времени $t = 4$ с.
5. Две частицы *1* и *2* совершают гармонические колебания вдоль оси X с одинаковой амплитудой $A = 18$ см. Их координаты косинусоидально зависят от времени,

а периоды колебаний составляют T_1 = 3,6 с и T_2 = 1,8 с соответственно. На каком расстоянии друг от друга частицы будут находиться в момент времени t = 0,9 с? Найдите скорость частицы *2* относительно частицы *1* в этот момент времени.

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Попробуйте записать закон своего развития (биологическое и психологическое движения) в математической форме.

2. Найдите названия художественных произведений, в которых используется следующая терминология: путь, перемещение, вектор, скорость, ускорение, движение.

3. Что в вашей жизни можно описать с помощью терминов «средний» и «мгновенный»? Ответ аргументируйте.

4. Напишите эссе «Феномен относительности в отношениях между людьми».

5. Что в вашей жизни движется равнозамедленно, а что — равноускоренно?

6. Каковы физиологические и эмоциональные последствия свободного падения человека и просто от его падения?

7. Какие проблемы в настоящее время решает баллистика как наука?

8. Что в вашей жизни можно описать законом гармонических колебаний?

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **Механическое движение** — изменение пространственного положения тела относительно других тел с течением времени.
- **Материальная точка** — тело, размерами которого можно в данной задаче пренебречь.
- **Система отсчёта** — совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчёта.
- **Траектория** — воображаемая линия, соединяющая положения материальной точки в ближайшие последовательные моменты времени.
- **Радиус-вектор** — вектор, соединяющий начало отсчёта с положением материальной точки в произвольный момент времени.
- **Закон движения** — зависимость радиуса-вектора или координат от времени.
- **Перемещение** — вектор, проведённый из начального положения материальной точки в конечное.

Путь — длина участка траектории, пройденного материальной точкой за данный промежуток времени.

- **Средняя путевая скорость** — скалярная величина, равная отношению пути к промежутку времени, затраченному на его прохождение:

$$v_{ср} = \frac{l}{t}.$$

- **Скорость (мгновенная скорость)** — векторная физическая величина, равная пределу отношения перемещения тела к промежутку времени, за который это перемещение произошло:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Единица скорости — *метр в секунду* (м/с).

Мгновенная скорость тела направлена по касательной к траектории в сторону движения тела.

Относительная скорость — скорость одной материальной точки в системе отсчёта, связанной с другой. При поступательном движении относительная скорость равна разности скоростей этих тел:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2.$$

- **Равномерное прямолинейное движение** — движение с постоянной по модулю и направлению скоростью.
- **Закон равномерного прямолинейного движения** по оси X:

$$x = x_0 + v_x t,$$

где x_0 — начальная координата тела, v_x — проекция скорости тела на ось X.

- **Ускорение (мгновенное)** — векторная физическая величина, равная пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Единица ускорения — *метр на секунду в квадрате* (м/с^2).

- **Равноускоренное прямолинейное движение** — прямолинейное движение, при котором ускорение параллельно (сонаправлено) скорости и постоянно по модулю.
- **Равнозамедленное прямолинейное движение** — прямолинейное движение, при котором ускорение антипараллельно (противоположно направлено) скорости и постоянно по модулю.
- **Равнопеременное движение** — движение с постоянным по модулю и направлению ускорением.
- Закон равнопеременного движения

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$

где v_{0x} и a_x — проекции начальной скорости и ускорения тела на ось X.

Проекция скорости на ось X при равнопеременном движении линейно зависит от времени:

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

- В отсутствие сопротивления воздуха все тела независимо от их массы падают на Землю с одинаковым ускорением свободного падения (g = 9,8 м/с^2).
- **Криволинейное баллистическое движение** — результат сложения двух прямолинейных движений: равномерного движения по горизонтальной оси и равнопеременного движения по вертикальной оси.

Баллистической кривой в отсутствие сопротивления воздуха является парабола.

Максимальная дальность полёта тела в поле силы тяжести (в отсутствие сопротивления воздуха) достигается при его вылете под углом 45° к горизонту.

В верхней точке траектории вертикальная компонента скорости равна нулю.

- **Периодическое движение** — движение, повторяющееся через равные промежутки времени.
- **Период** — минимальный интервал времени, через который движение повторяется.
- **Период вращения** — время одного оборота по окружности.

- **Угловая скорость** — физическая величина, равная отношению угла поворота тела к промежутку времени, в течение которого этот поворот произошёл:

$$\omega = \frac{\alpha}{t}.$$

Единица угловой скорости — *радиан в секунду* (рад/с).
Угловая скорость связана с периодом вращения и частотой соотношениями:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Линейная скорость движения тела по окружности радиусом r пропорциональна его угловой скорости:

$$\upsilon = \omega r.$$

- **Касательное (тангенциальное) ускорение** — составляющая ускорения тела, движущегося по криволинейной траектории, направленная по касательной.

- **Нормальное (центростремительное) ускорение** — составляющая ускорения тела, движущегося по криволинейной траектории, направленная перпендикулярно его скорости.
Модуль нормального ускорения тела при движении по окружности радиусом r:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{r} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2}r = 4\pi^2\nu^2 r,$$

где υ — скорость тела, ω — угловая скорость, T — период вращения, ν — частота вращения.

- **Гармонические колебания** — колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем синусоидально (или косинусоидально).

3 Динамика материальной точки

§ 17. Принцип относительности Галилея

Принцип инерции. Кинематика описывает механическое движение математически, не объясняя физических причин его существования и изменения, отвечая лишь на вопрос, как движется тело.

Динамика объясняет причины, определяющие характер механического движения, т. е. даёт ответ на вопрос, почему движется тело.

Слово «динамика» происходит от греческого слова dynamis — «сила».

Динамика — раздел механики, посвящённый изучению движения тел под действием приложенных к ним сил.

Согласно современным физическим представлениям, характер движения тела определяется его взаимодействием с другими телами.

Согласно классической динамике начальное состояние системы однозначно определяется его координатами и скоростью.

Для того чтобы тело, находящееся в покое, изменило положение в пространстве, необходимо оказать на него некоторое воздействие. Поэтому кажется логичным утверждение, что без внешнего воздействия не может быть движения и чем сильнее воздействие, тем больше изменяется скорость тела. Ещё Аристотель утверждал: «Движущееся тело останавливается, если сила, его толкающая, прекращает своё действие». Это подтверждали повседневный опыт и непосредственные наблюдения: например, тележка, которую перестают толкать, быстро останавливается на шероховатой дороге.

Чем лучше смазаны оси колёс и чем ровнее дорога, тем большее расстояние проходит тележка до остановки. В идеализированном эксперименте, когда дорога абсолютно гладкая, т. е. когда исключены все внешние воздействия, тележка будет катиться без остановки по инерции.

Инерция — явление сохранения состояния движения или покоя по отношению к инерциальной системе отсчёта в отсутствие внешних воздействий.

Движение по инерции — движение тела, происходящее без внешних воздействий. В земных условиях такое движение практически не встречается.

Обобщив результаты изучения движения тел при максимальном уменьшении сил трения, Галилей сформулировал *принцип инерции.*

Принцип инерции

Если на тело не действуют внешние силы, то оно сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

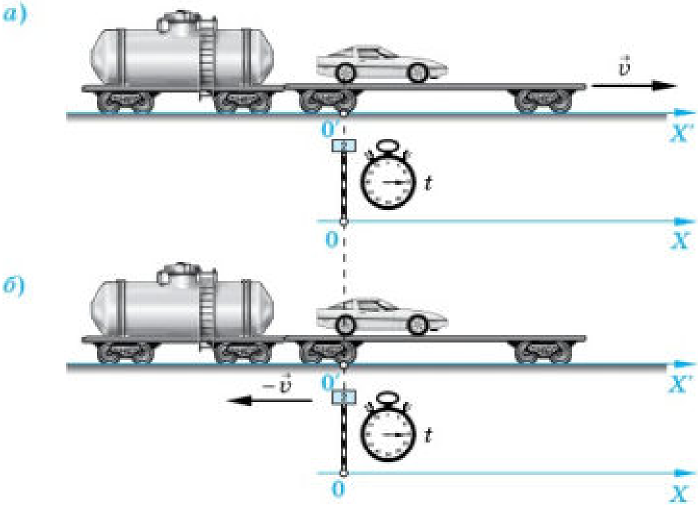
Инерциальные системы отсчёта. Равномерное прямолинейное движение и состояние покоя физически эквивалентны в том смысле, что они существуют без внешнего воздействия. Кроме того, понятия «движение» и «покой» относительны и зависят от выбора системы отсчёта. Например, стол в комнате, неподвижный относительно системы отсчёта, связанной с домом, движется вместе с Землёй вокруг её оси и вокруг Солнца, а вместе с Солнечной системой вокруг центра Галактики в расширяющейся Вселенной.

Однако эквивалентность и взаимозаменяемость состояния покоя и равномерного прямолинейного движения возможны лишь *в инерциальных системах отсчёта* (ИСО), покоящихся или движущихся равномерно и прямолинейно относительно друг друга.

Инерциальная система отсчёта — система отсчёта, в которой тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, если на тело не действуют другие тела или действие других тел скомпенсировано.

Если систему отсчёта, связанную с Землёй, можно рассматривать как инерциальную, то и система отсчёта, связанная с кораблём, плывущим по прямой с постоянной скоростью, или автобусом, движущимся равномерно и прямолинейно, также будет инерциальной.

Системы отсчёта, в которых принцип инерции не выполняется, называют *неинерциальными*. При резком трогании с места автобуса пассажира отбрасывает назад, в сторону, противоположную направлению движения. Следовательно, скорость пассажира относительно автобуса изменяется в отсутствие внешних сил. Система отсчёта, связанная с автобусом, является неинерциальной.



63 *Относительность состояния покоя равномерного прямолинейного движения в различных инерциальных системах отсчёта: а — скорость автомобиля, находящегося на платформе, относительно Земли равна $\vec{v}$; б — скорость километрового столба относительно платформы равна $-\vec{v}$*

Примером неинерциальной системы отсчёта может служить система отсчёта, связанная с лифтом при его ускоренном или замедленном движении, а также система отсчёта, связанная с вращающимся барабаном стиральной машины.

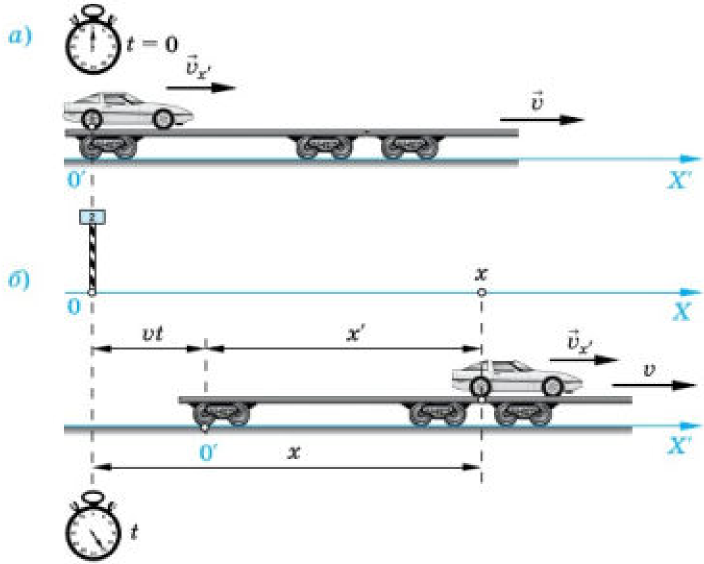
Рассмотрим примеры возможных инерциальных систем отсчёта (рис. 63).

Предположим, что на открытой платформе вагона поезда, движущегося со скоростью $\vec{v}$ относительно железнодорожного полотна, находится автомобиль. Относительно движущейся системы отсчёта X' (связанной с вагоном) автомобиль покоится, а относительно неподвижной системы X (связанной с Землёй) он движется со скоростью поезда.

В то же время километровый столб покоится в системе отсчёта X и движется со скоростью $-\vec{v}$ относительно системы X' (как это кажется машинисту поезда, смотрящему из окна).

Возможная перестановка (эквивалентность) понятий покоя и движения в системах отсчёта X и X' свидетельствует о том, что эти системы являются инерциальными.

Преобразования Галилея. Найдём, как связаны между собой координаты и скорость тела в различных инерциальных системах отсчёта. Предположим, что автомобиль, находящийся на платформе поезда, идущего со скоростью $\vec{v}$, равномерно движется вдоль неё со скоростью $v_{x'}$ относительно платформы (рис. 64, *а*).



64 ▶
Преобразования Галилея:
X — неподвижная система отсчёта;
X′ — движущаяся система отсчёта

Через промежуток времени t платформа сместится от километрового столба на расстояние vt. Автомобиль за этот промежуток времени проедет по платформе расстояние

$$x' = v_{x'}t \tag{41}$$

и будет находиться от столба на расстоянии

$$x = x' + vt$$

(рис. 64, *б*). Координаты тела (автомобиля) в различных инерциальных системах отсчёта X и X' связывают ***преобразования Галилея***:

$$\boxed{x = x' + vt.} \tag{42}$$

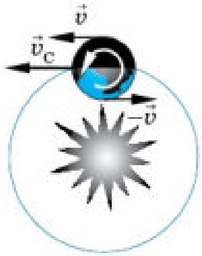
Время в классической механике является абсолютным: оно едино для наблюдателей во всех инерциальных системах отсчёта. Движущиеся и неподвижные часы идут с одинаковой скоростью и (после синхронизации) показывают одинаковое время.

Скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта

$$v_x = \frac{x}{t}.$$

Разделив почленно выражение (42) на время t, получим ***закон сложения скоростей***:

$$\boxed{v_x = v_{x'} + v.} \tag{43}$$



▲ 65

Отличие скорости движения вокруг Солнца освещённой $v_о$ *и затенённой* $v_з$ *сторон Земли*:
$v_о = v_C - v$,
$v_з = v_C + v$

Преобразования Галилея и закон сложения скоростей справедливы, если скорость движения тела или инерциальной системы отсчёта много меньше скорости распространения света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Если платформа движется со скоростью v = 60 км/ч, а автомобиль едет относительно неё в направлении движения поезда со скоростью $v_{x'}$ = 10 км/ч, то скорость автомобиля относительно железнодорожного полотна v_x = 70 км/ч.

Если бы автомобиль двигался по платформе с той же скоростью, но в противоположном направлении, то его скорость относительно полотна дороги была бы равна 50 км/ч.

Из-за вращения Земли вокруг своей оси для точки, находящейся на её затенённой стороне, скорость вращения v прибавляется к скорости движения v_C по орбите вокруг Солнца (рис. 65).

Скорость движения освещённой стороны меньше, чем затенённой. Поэтому жители Земли ночью движутся вокруг Солнца быстрее, чем днём.

Движение инерциальной системы отсчёта не оказывает влияния на прямолинейное равномерное движение тела или его состояние покоя в этой системе.

Во всех инерциальных системах отсчёта законы классической механики имеют один и тот же вид.

В этом состоит *принцип относительности Галилея.*

Это означает, что при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой математические формулы, описывающие законы механики, не изменяются.

Все инерциальные системы отсчёта равноправны. Принцип относительности Галилея характеризует симметрию законов физики по отношению к переходу от одной ИСО к другой.

ВОПРОСЫ

1. Что изучает динамика?
2. Выделите из определения инерции два главных признака, позволяющих установить, движется ли тело по инерции.

3. В чём отличие между инерциальной и неинерциальной системами отсчёта? Почему равномерное прямолинейное движение и состояние покоя физически эквивалентны и взаимозаменяемы лишь в инерциальных системах отсчёта?
4. Получите преобразования Галилея и закон сложения скоростей.
5. Сформулируйте принцип относительности Галилея. Разъясните его смысл.

§ 18. Первый закон Ньютона

Закон инерции. Формулировка принципа инерции, данная Галилеем, свидетельствует о том, что не всегда можно доверять очевидным выводам, базирующимся на непосредственном наблюдении. К представлению о движении по инерции удалось прийти лишь при анализе идеализированного эксперимента (который невозможно реализовать в действительности), когда отсутствуют трение и любые внешние воздействия на тело.

В 1687 г. принцип инерции Галилея был сформулирован Ньютоном в виде *первого закона динамики* (закона инерции).

Приведём современную формулировку этого закона.

Первый закон Ньютона

Существуют системы отсчёта, в которых все тела в отсутствие внешнего воздействия движутся прямолинейно и равномерно.

Тело движется прямолинейно и равномерно, так как все действующие на него силы скомпенсированы. Пока такое условие сохраняется, скорость тела либо постоянна (при прямолинейном равномерном движении), либо равна нулю (в состоянии покоя). Первый закон Ньютона выделяет особый класс систем отсчёта, называемых *инерциальными*. Понятие инерциальной системы отсчёта является идеализацией, потому что она связана с телом отсчёта, а все тела в природе в большей или меньшей степени взаимодействуют друг с другом. Во Вселенной практически невозможно найти тело, не испытывающее внешние воздействия, и непосредственно экспериментально подтвердить первый закон Ньютона. Однако с его помощью можно объяснить ряд опытов, что является косвенным подтверждением справедливости этого закона.

▲ 66

Сохранение состояния покоя: монета проваливается в бутылку

Экспериментальные подтверждения закона инерции. Монета, лежащая на плексигласе, закрывающем горлышко бутылки, при резком щелчке по плексигласу в горизонтальной плоскости падает в бутылку (рис. 66).

При резком торможении автомобиля пассажиры, не пристёгнутые ремнями безопасности, продолжают по инерции движение вперёд, что может привести к травме.

Межпланетная космическая станция, запускаемая с Земли, на большом расстоянии от планеты движется практически прямолинейно и равномерно, вообще не расходуя топливо.

▲ 67

Расширение облака раскалённого газа, образовавшегося при взрыве сверхновой звезды (1987A), *в космическом пространстве*

Облако раскалённого газа, образовавшегося при взрыве сверхновой звезды, по инерции расширяется в окружающее пространство от места взрыва (рис. 67). В момент фотографирования (1990 г.) его диаметр составлял $2 \cdot 10^{13}$ км.

Таким образом, *из первого закона Ньютона следует, что тело может двигаться как при наличии, так и при отсутствии внешнего воздействия*. Следовательно, скорость сама по себе не показывает, действуют на тело внешние силы или нет. Ответ на фундаментальный вопрос, *какая физическая величина является однозначным показателем наличия внешнего воздействия*, был дан Ньютоном во втором законе. Ньютон показал, что такой величиной является ускорение тела.

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте закон инерции (первый закон Ньютона).
2. При каком условии скорость тела остаётся неизменной?
3. Почему, если резко выдернуть свёклу из земли, ботва рвётся, а если постепенно — нет?
4. Что произойдёт и почему, если лист бумаги, на котором стоит стакан с водой, резко выдернуть; медленно тянуть?
5. Сформулируйте следствие первого закона Ньютона.

§ 19. Второй закон Ньютона

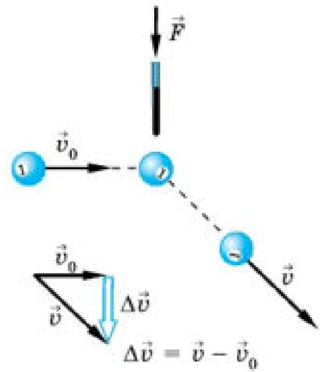
Сила как мера взаимодействия тел. Тело движется прямолинейно и равномерно по абсолютно гладкой поверхности лишь в случае, когда отсутствует внешнее воздействие. Если подтолкнуть тело в направлении движения, его скорость увеличится. Воздействие на тело в направлении, противоположном его движению, уменьшает скорость тела. Следовательно, внешнее воздействие изменяет скорость. Таким образом, *не скорость,* *а её изменение является показателем наличия или отсутствия внешнего воздействия.* При равномерном прямолинейном движении изменение скорости равно нулю, что свидетельствует об отсутствии внешнего воздействия.

При воздействии на движущееся тело других тел его скорость может изменяться не только по модулю, но и по направлению.

При контакте взаимодействующих тел изменения скорости их отдельных частей могут быть различными. При этом отдельные части одного и того же тела совершают разные перемещения — возникает деформация тела (изменение его формы и размеров).

Направление внешнего воздействия может не совпадать с направлением скорости тела.

Рассмотрим удар бильярдного кия по шару в направлении, перпендикулярном скорости $\vec{v}_0$ движения шара (рис. 68).



▲ 68

Изменение вектора скорости шара параллельно направлению удара:

$\Delta\vec{v} \uparrow\uparrow \vec{F}$

В результате удара с силой $\vec{F}$ шар получает дополнительную скорость в направлении действия силы. Вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ направлен так же как сила $\vec{F}$.

Чем больше сила $\vec{F}$, тем больше изменение скорости $\Delta\vec{v}$, т. е. можно предположить, что

$$\Delta\vec{v} \sim \vec{F}. \qquad (44)$$

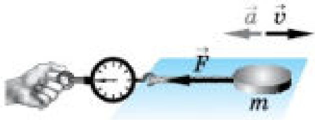
Так как изменение скорости в единицу времени определяет ускорение тела, то

$$\Delta\vec{v} \sim \vec{a}. \qquad (45)$$

Следовательно, *ускорение тела пропорционально силе, действующей на тело*:

$$\vec{a} \sim \vec{F}. \qquad (46)$$

Сила — векторная физическая величина, являющаяся мерой воздействия на тело со стороны других тел, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры.



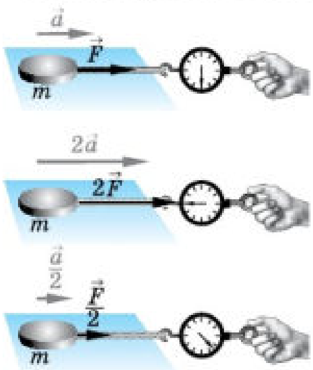
▲ 69
Совпадение направления ускорения $\vec{a}$ с направлением силы $\vec{F}$ (независимо от направления скорости $\vec{v}$ тела)

Сила является количественной мерой взаимодействия. Силы взаимодействия различной природы можно измерять в одних и тех же единицах с помощью одних и тех же приборов.

Пропорциональность между силой $\vec{F}$ и ускорением $\vec{a}$ справедлива для сил различной физической природы. Направление ускорения совпадает с направлением силы независимо от направления скорости тела (рис. 69).

Коэффициент пропорциональности между силой и ускорением для данного тела является постоянной величиной, не зависящей от модуля и направления силы. Он характеризует меру *инертности* тела.

Инертность — свойство, заключающееся в том, что различные тела по-разному изменяют свою скорость при одном и том же внешнем воздействии.



▲ 70
Ускорение тела прямо пропорционально силе, действующей на тело

Количественной мерой инертности является *масса* тела.

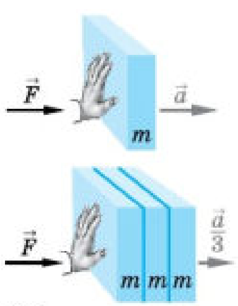
Чем больше сила, действующая на тело определённой массы, тем большее ускорение оно приобретает (рис. 70).

Опыт показывает, что телу большей массы труднее сообщить определённое ускорение, чем телу меньшей массы.

Чем больше масса тела, тем меньшее ускорение оно приобретает при одной и той же действующей на него силе (рис. 71).

Связь между ускорением тела и силой, действующей на него, можно представить в виде

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \qquad (47)$$



▲ 71
Ускорение тела обратно пропорционально его массе

Единица силы определяется из формулы (47):

$$[F] = [m]\,[a] = 1\ \text{кг} \cdot 1\ \text{м/с}^2 = 1\ \text{Н}. \qquad (48)$$

Единица силы — *ньютон* (Н).

1 Н — *сила, которая сообщает телу массой* 1 кг *ускорение* 1 м/с^2 *в направлении действия силы.*

Движение тела под действием нескольких сил. Найдём ускорение тела при одновременном действии на него нескольких сил.

Если на тело массой m действует сила $\vec{F}_1$, то она вызывает его движение с ускорением $\vec{a}_1$ (рис. 72, *а*).

Согласно формуле (47)

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m}. \qquad (49)$$

Под действием силы $\vec{F}_2$ (рис. 72, *б*) тело приобретает ускорение

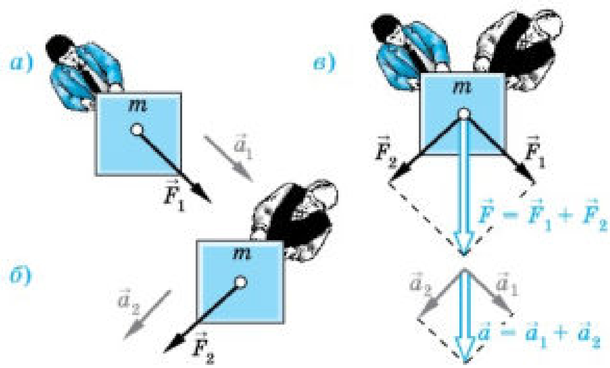
$$\vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}. \qquad (50)$$

При одновременном действии на тело двух сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 72, *в*) тело движется с ускорением

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_1}{m} + \frac{\vec{F}_2}{m}, \qquad (51)$$

или

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m}.$$



72

Ускорение, приобретаемое телом массой m:

а — под действием силы $\vec{F}_1$ $\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m}$;

б — под действием силы $\vec{F}_2$ $\vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}$;

в — под действием сил $\vec{F}_1$ *и* $\vec{F}_2$ $\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m}$.

Каждая из сил, действующих на тело, сообщает телу ускорение, которое она бы сообщила ему в отсутствие других сил. В этом состоит *принцип независимости действия различных сил*.

В общем случае если на тело действует n сил ($\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$), то результирующее ускорение тела определяется суммарной (*равнодействующей*) силой:

$$\sum\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n. \quad (52)$$

Принцип суперпозиции сил

Результирующая (равнодействующая) сила, действующая на тело со стороны других тел, равна векторной сумме сил, с которыми каждое из этих тел действует на тело.

Принцип суперпозиции справедлив для сил различной природы. С его помощью возможно сложение гравитационной силы (например, силы тяжести) с электромагнитной (например, силой трения).

Сформулируем *второй закон Ньютона*.

Второй закон Ньютона

В инерциальной системе отсчёта ускорение тела прямо пропорционально векторной сумме всех действующих на него сил и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m}. \quad (53)$$

При решении задач динамики второй закон Ньютона удобно записывать иначе:

$$m\vec{a} = \sum\vec{F}. \quad (54)$$

Произведение массы тела и его ускорения равно векторной сумме всех действующих на тело сил.

Как вы помните, любой физический закон имеет границы применимости. Второй закон Ньютона применим для описания движения тел со скоростью, много меньшей скорости распространения света в вакууме, $v \ll 3 \cdot 10^8$ м/с.

ВОПРОСЫ

1. Какая физическая величина характеризует отсутствие или наличие внешнего воздействия? Дайте определение силы и назовите единицы силы.
2. Почему, находясь в купе поезда с зашторенным окном и хорошей звукоизоляцией, можно обнаружить, что поезд движется ускоренно, но нельзя узнать, что он движется равномерно?
3. В чём проявляется инертность тела? Какая физическая величина является мерой инертности?
4. Есть ли причинно-следственные связи между принципом независимости действия сил и принципом суперпозиции сил?
5. Сформулируйте второй закон Ньютона. Каковы границы применимости этого закона?

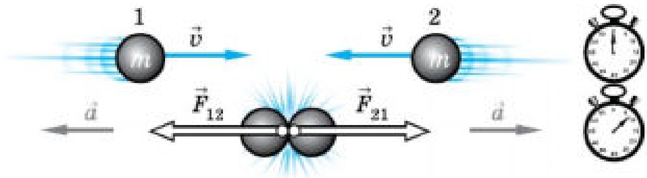
ЗАДАЧИ

1. Тело массой m = 2 кг, движущееся на восток, тормозится постоянной силой F = 10 Н, направленной на запад. Чему равно и куда направлено ускорение тела?
2. Коляска массой m = 10 кг движется на юг с ускорением a = 0,5 м/с^2 под действием двух сил, одна из которых F_1 = 25 Н направлена на юг. Куда направлена и чему равна сила F_2, действующая на коляску?
3. На тело массой m = 5 кг действуют силы F_1 = 9 Н и F_2 = 12 Н, направленные на север и восток соответственно. Чему равно и куда направлено ускорение тела?
4. При входе ракеты со скоростью v_0 в плотные слои атмосферы тормозящая сила F_1, действовавшая на ракету в менее плотных слоях, скачком возросла втрое, оставаясь затем постоянной. Как будет зависеть от времени скорость ракеты в плотных слоях атмосферы? Масса ракеты m.
5. Моторная лодка движется с ускорением a = 2 м/с^2 под действием трёх сил: силы тяги двигателя F_1 = 1000 Н, силы ветра F_2 = 1000 Н и силы сопротивления воды F_3 = 414 Н. Сила F_1 направлена на юг, сила F_2 — на запад, а сила F_3 противоположна направлению движения лодки. В каком направлении движется лодка и чему равна её масса?

§ 20. Третий закон Ньютона

Силы действия и противодействия. Сила, сообщающая телу ускорение, является мерой внешнего *воздействия* на него другого тела. Эта сила возникает при *взаимодействии* между телами. Так как объекты взаимодействия равноправны, то на второе тело со стороны первого также действует сила — *сила противодействия*.

Силы действия и противодействия, возникающие в результате взаимодействия тел, являются силами одной природы. Так, взаимодействие планет является гравитационным, взаимодействие стального бруска и магнита — электромагнитным.



73

Равенство сил действия и противодействия при столкновении двух одинаковых шаров

Рассмотрим силы действия и противодействия на примере встречного столкновения двух одинаковых шаров из пластилина. Если скорости шаров одинаковы по модулю, то в результате столкновения шары останавливаются (рис. 73).

При столкновении наблюдается равенство сил действия и противодействия. Покажем это для частного случая.

Изменение скорости первого шара $\Delta\vec{v}_1 = 0 - \vec{v} = -\vec{v}$ направлено влево. Изменение скорости второго шара $\Delta\vec{v}_2 = 0 - (-\vec{v}) = \vec{v}$ направлено вправо и равно по модулю Δv_1. Ускорения шаров, характеризующие изменение их скорости в единицу времени, равны по модулю и противоположны по направлению:

$$\vec{a}_1 = -\vec{a}_2.$$

Согласно второму закону Ньютона, сила, действующая на первый шар со стороны второго, $\vec{F}_{12} = m\vec{a}_1$. Аналогично сила, действующая на второй шар со стороны первого, $\vec{F}_{21} = m\vec{a}_2$. Равенство сил действия и противодействия наблюдается и при столкновении тел произвольной массы, движущихся с различными скоростями.

В этом состоит *третий закон Ньютона.*

Третий закон Ньютона

Силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль прямой, соединяющей эти тела:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (55)$$

Эти силы приложены к разным телам, всегда действуют парами и являются силами одной природы.

Ньютоном этот закон был сформулирован так: *«Любому действию всегда препятствует равное и противоположное противодействие»*.

Движение автомобильного и железнодорожного транспорта происходит благодаря трению колёс о бетонное или асфальтовое покрытие и рельсы. Разрушение авто- и железнодорожных магистралей — следствие третьего закона Ньютона.

Третий закон Ньютона справедлив при любом соотношении масс взаимодействующих тел, движущихся со скоростями, много меньшими скорости света.

Примеры действия и противодействия. В качестве примеров действия и противодействия можно рассматривать любые столкновения и удары. Так, при столкновении двух автомобилей каждый автомобиль получает повреждения.

Ускорение, приобретаемое телами в результате их взаимодействия, зависит от соотношения масс тел.

Рассчитаем, например, ускорение, которое приобретает Земля при старте спринтера массой $m = 60$ кг.

Отталкиваясь от стартовых колодок, спринтер действует на Землю (рис. 74).

В свою очередь, на спринтера, стартующего с ускорением a_1, со стороны Земли действует сила противодействия

$$\vec{F}_{12} = m\vec{a}_1. \tag{56}$$

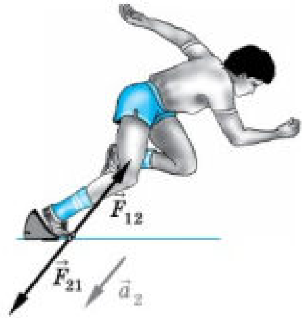
По третьему закону Ньютона такая же по модулю и противоположная по направлению сила $\vec{F}_{21}$ будет действовать на Землю (масса Земли $M_{\oplus} = 6 \cdot 10^{24}$ кг).

Под действием этой силы Земля приобретёт ускорение, которое находится из второго закона Ньютона:

$$a_2 = \frac{F_{21}}{M_{\oplus}} = \frac{F_{12}}{M_{\oplus}} = \frac{m}{M_{\oplus}} a_1. \tag{57}$$

Так как масса Земли на 23 порядка превышает массу спринтера, то ускорение Земли при старте спринтера оказывается ничтожным: оно на 23 порядка меньше, чем ускорение спринтера:

$$a_1 = 5 \text{ м/с}^2, \quad a_2 = 5 \cdot 10^{-23} \text{ м/с}^2.$$



74
Ускорение, приобретаемое Землёй при старте спринтера

75
Запуск космического корабля многоразового использования

Космический корабль многоразового использования имеет массу около 2000 т. Ускорение, приобретаемое Землёй при его старте (рис. 75), может быть зафиксировано чувствительными сейсмическими приборами.

ВОПРОСЫ

1. Почему при действии тела на частицу возникает противодействие со стороны частицы?
2. Сформулируйте третий закон Ньютона. Каковы границы его применимости?
3. Для каких фундаментальных взаимодействий применим третий закон Ньютона?
4. С какой силой вы притягиваете к себе Землю?
5. Как ускорения, приобретаемые телами в результате парного столкновения, зависят от соотношения масс тел?

§ 21. Гравитационная сила. Закон всемирного тяготения

Гравитационные и электромагнитные силы. Как известно, *любое движение тела определяется четырьмя фундаментальными взаимодействиями*: гравитационным, слабым, электромагнитным и сильным. При описании механического движения представляют интерес макроскопические масштабы (10^{-6}—10^{13}) м. На таком расстоянии короткодействующие слабое и сильное взаимодействия практически несущественны и не оказывают влияние на механическое движение тел. Напомним, что радиус действия слабого взаимодействия 10^{-17} м, а сильного — 10^{-15} м. Электромагнитное и гравитационное взаимодействия (в отличие от слабого и сильного) являются дальнодействующими: их действие проявляется и на очень большом расстоянии, поэтому именно электромагнитное и гравитационное взаимодействия определяют характер макроскопического движения от молекулярного уровня до масштабов Вселенной.

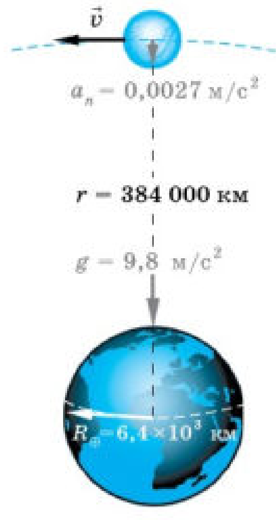
Все механические явления в макромире определяются электромагнитным и гравитационным взаимодействиями.

Как отмечалось ранее (см. табл. 2), интенсивность электромагнитного взаимодействия на много порядков больше, чем гравитационного. Тем не менее гравитационная сила оказывается соизмеримой с электромагнитной из-за большой массы Земли. Электромагнитные силы резко убывают с расстоянием из-за компенсации положительных и отрицательных зарядов в электронейтральных телах. Силами электромагнитной природы являются силы упругости и трения.

Изучим более подробно гравитационные силы.

Гравитационное притяжение. Слово «гравитация» происходит от латинского слова gravitas, означающего «вес, тяжесть». Свободное падение тел на Землю издавна объяснялось наличием их таинственного притяжения к Земле. Астрономические наблюдения показали, что небесные тела также притягивают друг друга.

В 1685 г. И. Ньютон предположил, что движение земных объектов и небесных тел подчиняется общим закономерностям: *все тела притягиваются друг к другу гравитационными силами*. Единые универсальные законы справедливы для всей Вселенной: свободное падение яблока на Землю и движение Луны имеют общую причину — гравитационное притяжение к Земле. В отличие от упругих сил и сил трения гравитационное притяжение является взаимодействием тел друг с другом на расстоянии. Радиус действия гравитационного притяжения неограничен.



76

Совпадение нормального ускорения Луны, вращающейся вокруг Земли в экваториальной плоскости, с ускорением, приобретаемым Луной под действием силы притяжения к Земле

Выясним зависимость силы притяжения от расстояния между телами. Для этого сравним ускорение тел, притягивающихся к Земле и находящихся от неё на известном расстоянии. Зная зависимость ускорения от расстояния, с помощью второго закона Ньютона ($F_g = ma$) можно определить зависимость силы гравитационного притяжения от расстояния. Тело, свободно падающее на Землю под действием силы притяжения с ускорением $g = 9,8$ м/с^2, находится от центра Земли на расстоянии $R_\oplus = 6,4 \cdot 10^3$ км. Луна вращается вокруг Земли с периодом $T = 27,32$ дня $= 2,36 \cdot 10^6$ с по орбите радиусом $r = 384\,000$ км $= 60\,R_\oplus$. Под действием гравитационного притяжения Земли Луна приобретает нормальное (центростремительное) ускорение (рис. 76)

$$a_n = \frac{4\pi^2}{T^2} r = 0,0027 \text{ м/с}^2.$$

Найдём отношение ускорений, приобретаемых Луной и свободно падающим телом, находящимися от центра Земли на расстояниях, отличающихся в 60 раз:

$$\frac{a_n}{g} = \frac{0,0027}{9,8} = \frac{1}{3600}.$$

Следовательно, увеличение расстояния между притягивающимися телами в 60 раз приводит к уменьшению их ускорения в 60^2 раз.

Это означает, что *ускорение тела под действием гравитационной силы F_g обратно пропорционально квадрату расстояния между телами*. Согласно второму закону Ньютона, ускорение тела прямо пропорционально действующей на него силе. Следовательно, *сила гравитационного притяжения двух тел обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними*:

$$a_n \sim F_g \sim \frac{1}{r^2}. \tag{58}$$

Обратная пропорциональность квадрату расстояния силы гравитационного притяжения оказывается справедливой лишь для взаимодействия материальных точек. При контакте тел конечных размеров сила притяжения между ними не возрастает неограниченно. Поэтому мы легко поднимаем одно тело с поверхности другого.

Так как все тела падают на Землю с постоянным ускорением g, то гравитационная сила, действующая на тело массой m со стороны Земли, согласно второму закону Ньютона, имеет вид

$$\vec{F_g} = m\vec{g}. \tag{59}$$

Если сила, действующая на тело массой m, пропорциональна его массе, то сила, действующая на Землю, пропорциональна массе Земли $M_{\oplus}$. По третьему закону Ньютона эти силы равны по модулю. Следовательно, *сила гравитационного взаимодействия тела и Земли пропорциональна произведению их масс*.

Закон всемирного тяготения. *Закон всемирного тяготения* Ньютона определяет силу притяжения двух материальных точек.

Закон всемирного тяготения

Между двумя любыми материальными точками действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих точек, обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними, направленная вдоль прямой, соединяющей материальные точки:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{60}$$

где G — гравитационная постоянная (коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех тел).

В 1798 г. гравитационная постоянная была измерена английским физиком ***Генри Кавендишем*** с помощью *крутильных весов* (рис. 77).

Два шарика *1*, имеющих одинаковую массу m_1, укреплены на концах лёгкого коромысла *2*, подвешенного на упругой нити *3*. Шарики находятся на расстоянии r от более массивных шаров *4* массой m_2. Под действием сил притяжения малых шаров к большим коромысло поворачивается. По углу закручивания нити определяется сила гравитационного притяжения F_{12} шариков массами m_1 и m_2. Шарики в опыте Кавендиша не являются материальными точками. Но можно показать, что закон всемирного тяготения справедлив и для взаимодействия шариков. Кавендиш нашёл числовое значение гравитационной постоянной. Последующие эксперименты лишь несколько уточнили его результат:

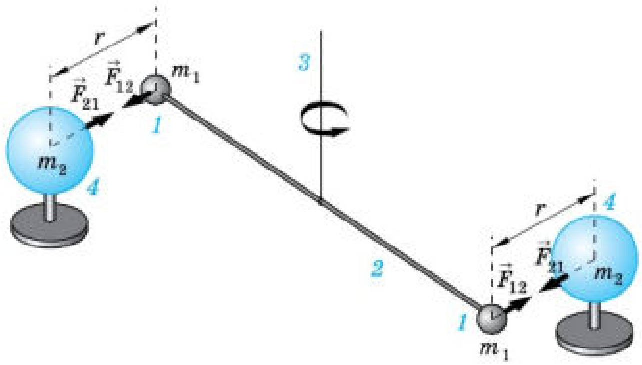
$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Гравитационная постоянная численно равна силе гравитационного притяжения двух тел, массой по 1 кг *каждое, находящихся на расстоянии* 1 м *одно от другого.*

Эта сила столь мала, что мы не замечаем притяжения между окружающими нас телами и сами не испытываем к ним притяжения. Значительным оказывается лишь притяжение тел к Земле благодаря её огромной массе. Гравитационное притяжение определяет характер движения тел вблизи Земли.

Земля и Луна образуют единую систему двух тел, связанных гравитационным притяжением. Ускорения, приобретаемые Землёй и Луной под действием Солнца, примерно одинаковы, поэтому система «Земля — Луна» вращается как целое вокруг Солнца.

Гравитационное притяжение испытывают световые лучи при прохождении вблизи звёзд (например, Солнца). Отклонение их траектории от



77

Принципиальная схема опыта Кавендиша по определению гравитационной постоянной прямолинейной наблюдается при полном солнечном затмении, когда Луна «затеняет» Солнце. Расчёт силы притяжения тел конечных размеров проводится с помощью принципа суперпозиции. При этом тела мысленно делятся на материальные точки, сила гравитационного взаимодействия которых определяется законом всемирного тяготения. Суммирование этих сил даёт силу притяжения тел конечных размеров.

ВОПРОСЫ

1. В чём отличие сил гравитационного притяжения от сил упругости и трения?
2. Сформулируйте закон всемирного тяготения. В чём заключается физический смысл гравитационной постоянной?
3. Опишите опыт Г. Кавендиша по определению гравитационной постоянной.
4. Почему не приближаются друг к другу предметы, находящиеся в комнате, несмотря на их гравитационное притяжение?
5. Во сколько раз уменьшается гравитационная сила притяжения к Земле космической ракеты, совершающей посадку на Луне?

ЗАДАЧИ

1. Во сколько раз сила гравитационного притяжения двух шаров массой по 1 кг, находящихся на расстоянии 1 м друг от друга, меньше силы их притяжения к Земле?
2. Сравните гравитационные силы, действующие на Луну со стороны Земли и Солнца. Масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг, масса Солнца $2 \cdot 10^{30}$ кг. Среднее расстояние от Земли до Луны $3{,}8 \cdot 10^{8}$ м, от Луны до Солнца $1{,}5 \cdot 10^{11}$ м.
3. Первый искусственный спутник Земли (был запущен в нашей стране) вращался по орбите радиусом 6950 км. Чему был равен период его обращения?
4. Определите радиус орбиты, на которую должен быть выведен спутник Земли, чтобы он постоянно висел над определённой точкой, находящейся на экваторе.
5. Солнце притягивает Луну примерно в 2 раза сильнее, чем Земля (см. задачу 2). Почему Луна является спутником Земли, а не самостоятельной планетой?

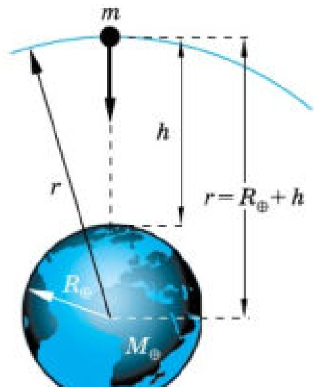
§ 22. Сила тяжести

Сила тяжести. Все тела притягиваются друг к другу гравитационными силами.

Сила тяжести — результирующая гравитационная сила, действующая на тело.

Например, на тело массой m, находящееся на высоте h над поверхностью Земли, действует гравитационная сила притяжения Земли (рис. 78):

$$F_g = G\frac{mM_\oplus}{r^2} = G\frac{mM_\oplus}{(R_\oplus + h)^2}. \qquad (61)$$



▲ 78

Гравитационная сила в поле тяжести Земли

Гравитационное ускорение, приобретаемое телом под действием гравитационной силы, можно найти из второго закона Ньютона

$$a_g = G\frac{M_\oplus}{(R_\oplus + h)^2}.$$

Ускорение свободного падения. Вблизи поверхности Земли ($h \ll R$)

$$F_g = G\frac{mM_\oplus}{R_\oplus^2}. \qquad (62)$$

Следовательно,

$$a_g = g = \frac{F_g}{m} = G\frac{M_\oplus}{R_\oplus^2} = 9{,}8\ \text{м/с}^2. \qquad (63)$$

Ускорение свободного падения (гравитационное ускорение) — ускорение, приобретаемое телом под действием гравитационной силы вблизи поверхности небесных тел (планет, звёзд).

В таблице 8 приведено гравитационное ускорение у поверхности планет Солнечной системы и Луны, значение которого зависит от их массы и радиуса.

Таблица 8

Ускорение свободного падения на планетах Солнечной системы и Луне

Планета	Ускорение свободного падения, м/с^2	Планета	Ускорение свободного падения, м/с^2
Меркурий	3,7	Юпитер	26
Венера	8,9	Сатурн	12
Земля	9,8	Уран	11
Луна	1,6	Нептун	12
Марс	3,7		

Сила тяжести, действующая на тело массой m вблизи поверхности Земли, равна

$$\vec{F}_g = m\vec{g}.$$

ВОПРОСЫ

1. Каковы причины возникновения силы тяжести?
2. Как сила тяжести зависит от высоты подъёма тела над поверхностью Земли?
3. В каком приближении можно считать силу тяжести постоянной?
4. Дайте определение ускорения свободного падения.
5. Найдите в Интернете данные о средней плотности планет и, пользуясь таблицей 8, сделайте вывод о том, как гравитационное ускорение зависит от плотности планеты.

ЗАДАЧИ

1. Во сколько раз сила тяжести космонавта на Марсе меньше, чем на Земле?
2. Найдите ускорение свободного падения на поверхности планеты, если её масса равна массе Земли, а радиус в 2 раза меньше.
3. Какое расстояние пролетит за первую секунду тело, свободно падающее вблизи поверхности Венеры? Диаметр Венеры $1{,}21 \cdot 10^4$ км, её средняя плотность $5{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3.
4. Во сколько раз масса Луны меньше массы Земли, если ускорение свободного падения на её поверхности $g_{Л} = 1{,}6$ м/с^2? Радиус Луны в 3,7 раза меньше радиуса Земли.
5. Зная ускорение свободного падения на поверхности Марса $g_{М} = 3{,}7$ м/с^2 и его диаметр $d = 6790$ км, найдите плотность Марса.

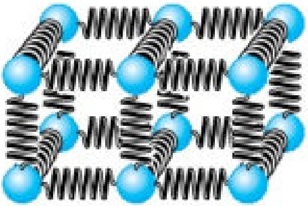
§ 23. Сила упругости. Вес тела

Электромагнитная природа силы упругости. Среди многочисленных сил электромагнитной природы наибольшее влияние на механическое движение тела оказывают две: *сила упругости* и *сила трения*.

Возникновение этих сил обусловлено силами электромагнитного взаимодействия между заряженными частицами, из которых состоят все макроскопические тела.

Сила упругости — сила, возникающая при деформации тела и восстанавливающая первоначальные размеры и форму тела при прекращении внешнего воздействия.

Деформации тела не всегда приводят к появлению сил упругости. Наряду с упругими телами (теннисный мяч, стальной шар) имеются пластичные тела (пластилин, свинцовый шар), которые не восстанавливают свою форму после прекращения действия внешних сил. Для пластичных тел сила, противодействующая деформации, пропорциональна скорости её возникновения.



▲ 79

Механическая модель кристалла

Механическая модель кристалла. Рассмотрим возникновение сил упругости при деформации кристаллического твёрдого тела. В таком теле атомы располагаются упорядоченно, среднее расстояние между ними не изменяется. Каждый атом находится в равновесии, так как силы притяжения и отталкивания, действующие между соседними атомами, компенсируют друг друга. Характерная особенность сил взаимодействия соседних атомов состоит в том, что они подобны силам, действующим в растянутой или сжатой пружине.

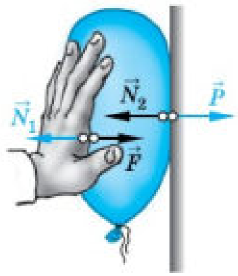
При увеличении межатомного расстояния по сравнению с равновесным (растяжение пружины) атомы притягиваются друг к другу (пружина стремится сжаться). При уменьшении расстояния между атомами (сжатие пружины) возникают силы отталкивания (пружина стремится растянуться). Поэтому простейшей механической моделью кристалла являются шарики, соединённые нерастянутыми пружинами (рис. 79).

В этой модели шарики играют роль атомов, а связывающие их пружины имитируют особенности электромагнитного взаимодействия атомов. Предложенная модель позволяет просто объяснить упругие свойства твёрдых тел.

При растяжении твёрдого тела увеличивается среднее расстояние между атомами (при этом между шариками растягиваются все пружины). Суммарная сила притяжения атомов (сила упругости пружин) стремится сжать тело до первоначальных размеров.

При сжатии тела уменьшение межатомных расстояний (сжатие пружин) приводит к возникновению силы отталкивания атомов (растягивающей упругой силы). В результате эта сила стремится восстановить первоначальную длину тела.

Упругость — свойство тел изменять форму и размеры под действием внешних воздействий и самопроизвольно восстанавливать исходную конфигурацию при их прекращении.



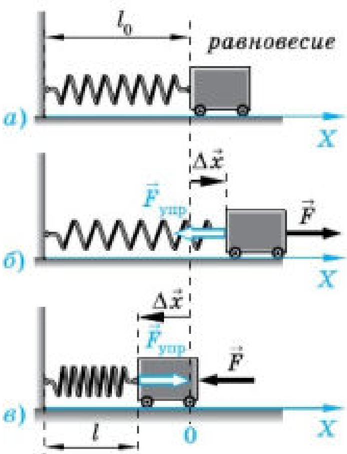
80

Сжатие воздушного шарика под действием силы $\vec{F}$ и силы нормальной реакции $\vec{N}_2$ стены

Механическая модель кристалла правильно описывает его упругие свойства. Силы упругости пружинок между шариками имеют то же электромагнитное происхождение, что и силы взаимодействия между атомами в кристалле.

Воздействие тела на опору (например, чайник давит на стол, автомобиль на дорогу) приводит к её сжатию, подобно сжатию пружины. При этом со стороны опоры возникает встречная сила — *сила упругости* (сила нормальной реакции опоры).

Сила нормальной реакции опоры — сила упругости, действующая на тело со стороны опоры перпендикулярно её поверхности.



81

$\vec{F}_{упр} = -k\Delta\vec{x}$.
Упругие силы растяжения и сжатия в пружине:
а — нерастянутая пружина;
б — растянутая пружина;
в — сжатая пружина

На рисунке 80 воздушный шарик прижимается к стене рукой с силой $\vec{F}$. На руку действует сила нормальной реакции опоры $\vec{N}_1$. Давление воздуха в шарике передаётся во все стороны одинаково, поэтому на стену шарик действует с силой давления $\vec{P}$. В результате чего возникает сила нормальной реакции $\vec{N}_2$ стены.

При растяжении пружины, резинового шнура, нити возникает упругая *сила натяжения*.

Сила натяжения — сила упругости, действующая на тело со стороны нити или пружины.

Закон Гука. О величине силы упругости можно судить по степени растяжения или сжатия пружины.

Чем больше растянута или сжата пружина, тем больше сила упругости.

Пусть на тележку, прикреплённую пружиной длиной l_0 к стенке и находящуюся в покое (рис. 81, *а*), вдоль оси X действует сила $\vec{F}$ (рис. 81, *б*). Сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$, действующая на пружину, направлена противоположно перемещению её правого конца. Модуль этого перемещения называется *удлинением* (изменением длины):

$$|\Delta\vec{x}| = \Delta l = |l - l_0|.$$

При сжатии $\Delta\vec{x}$ одномерной пружины силой $\vec{F}$, действующей на тележку противоположно оси X (рис. 81, *в*), сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ также направлена противоположно перемещению $\Delta\vec{x}$. Чем больше растянута или сжата пружина (чем больше Δx), тем больше сила упругости $F_{\text{упр}}$.

$$\boldsymbol{F_{\text{упр}\,x} = -k\Delta x.} \qquad (64)$$

Коэффициент пропорциональности k — *жёсткость*. Жёсткость зависит от упругих свойств материала и размеров пружины (или тела).

Единица жёсткости следует из формулы (64):

$$[k] = \frac{[F]}{[\Delta x]} = \text{Н/м}.$$

Единица жёсткости — *ньютон на метр* (Н/м).

Закон Гука связывает модуль силы упругости и удлинение.

Закон Гука

Модуль силы упругости $F_{\text{упр}}$, возникающей при деформации тела, пропорционален его удлинению Δl:

$$\boldsymbol{F_{\text{упр}} = k\Delta l.} \qquad (65)$$

В отличие от гравитационной силы, зависящей от расстояния между различными телами, сила упругости зависит от изменения расстояния между частями одного и того же тела.

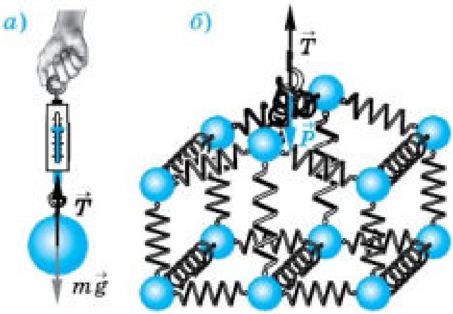
Закон Гука, как и любой другой физический закон, имеет определённые границы применимости. Он справедлив при малом удлинении, т. е. когда удлинение много меньше длины нерастянутой пружины:

$$\Delta l \ll l_0.$$

В этом случае деформация является упругой.

Для некоторых тел (резинок, пружин) закон Гука справедлив и при $\Delta l \approx l_0$.

При бо́льших деформациях сила упругости перестаёт быть пропорциональной удлинению тела. При ещё бо́льших деформациях тело разрушается.



▲ 82

Возникновение силы упругости при подвешивании тела:
а — измерение веса тела;
б — модель возникновения силы упругости

Как следует из закона Гука, *по удлинению пружины можно судить о силе, действующей на неё*. Этот факт используется для измерения сил с помощью *динамометра* — пружины с линейной шкалой, проградуированной в единицах силы.

Вес тела. На тело массой m, подвешенное на пружине, действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения $\vec{T}$ (рис. 82, *а*).

Если тело находится в состоянии равновесия, $T = mg$. По третьему закону Ньютона на пружину со стороны тела действует в направлении силы тяжести сила упругости, или вес, равный по модулю и направленный противоположно силе натяжения: $\vec{P} = -\vec{T}$.

Возникновение этой силы можно представить наглядно с помощью механической модели кристалла. При подвешивании тела в результате действия силы тяжести все пружинки между шариками растягиваются, стремясь после снятия нагрузки сократиться (рис. 82, *б*). Поэтому на подвес (пружину) будет действовать упругая сила, направленная вниз.

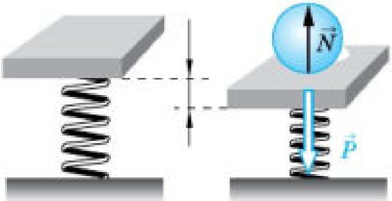
Вес тела определяется суммарной силой притяжения между атомами, возникающей вследствие растяжения тела под действием силы тяжести.

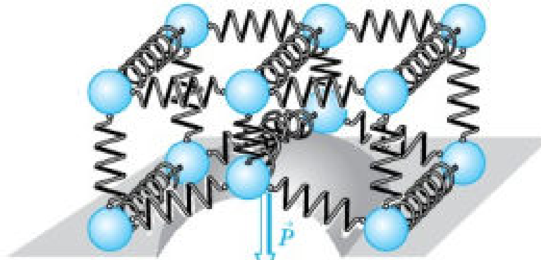
Вес тела — суммарная сила, с которой тело при наличии силы тяжести действует на все опоры, подвесы.

На тело массой m, находящееся на неподвижной горизонтальной опоре, действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$, равные по модулю, $N = mg$ (рис. 83, *а*). Согласно третьему закону Ньютона, на опору действует вес тела

$$\vec{P} = -\vec{N}.$$

Вес тела на неподвижной опоре определяется приростом суммарной силы отталкивания между атомами, возникающим из-за сжатия опоры





83 а) б)

Возникновение силы упругости при размещении тела на опоре

телом, на которое действует сила тяжести (рис. 83, *б*). В рассматриваемом случае вес тела равен по модулю и направлению силе тяжести:

$$\vec{P} = m\vec{g}.$$

Говоря об этих силах, нужно помнить, что *сила тяжести приложена к телу, а вес приложен к опоре или подвесу.*

ВОПРОСЫ

1. Какие взаимодействия определяют характер механических движений в макромире? Следствием какого взаимодействия являются силы упругости?
2. Почему механическая модель кристалла правильно описывает упругие силы, возникающие при его сжатии и растяжении?
3. Что является причиной возникновения силы нормальной реакции опоры; силы натяжения?
4. Сформулируйте закон Гука. Выясните физический смысл жёсткости пружины. Определите границы применимости закона Гука.
5. Сравните силу тяжести и вес тела.

ЗАДАЧИ

1. При растяжении стержня длиной l_0 = 70 см среднее расстояние между атомами увеличилось на 1%. Найдите удлинение стержня.
2. Мяч прижимают ногой к стене и полу одновременно. Силы давления мяча на стену и пол одинаковы и равны F. Куда направлена и чему равна суммарная сила реакции опоры? Чему равен вес мяча?
3. Когда четыре человека массой по 70 кг садятся в автомобиль, пружина амортизатора автомобиля сжимается на 2,5 см. Найдите жёсткость одной пружины, если всего пружин — четыре.
4. Пружина длиной l_0 = 20 см растягивается силой F = 50 Н. Найдите конечную длину растянутой пружины, если её жёсткость k = 1000 Н/м.
5. Две одинаковые пружины жёсткостью k и $3k$ соединены друг с другом одним концом, образуя единую пружину. Найдите её жёсткость.

§ 24. Сила трения

Трение покоя. Сила трения, так же как и сила упругости, имеет электромагнитную природу. В земных условиях трение часто сопутствует движению тел. В отличие от силы нормальной реакции опоры (силы упругости, направленной перпендикулярно поверхности соприкосновения тел) сила трения всегда направлена вдоль соприкасающихся поверхностей.

Сила трения — сила, возникающая при соприкосновении поверхностей тел, препятствующая их относительному перемещению, направленная вдоль поверхности соприкосновения.

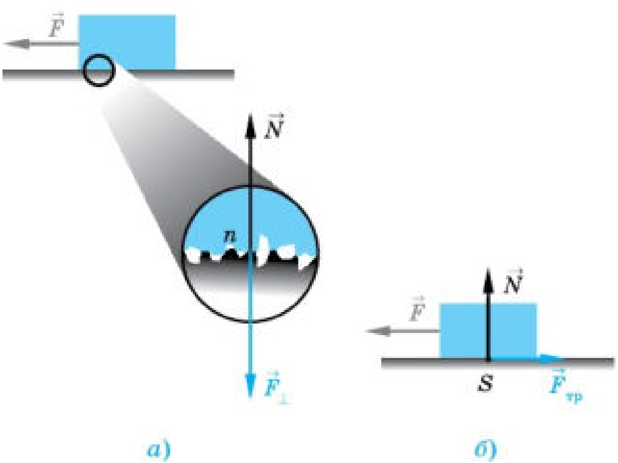
При контакте твёрдых тел возможны три вида трения — *трение покоя, трение скольжения, трение качения.*

Трение покоя — трение, возникающее при отсутствии относительного перемещения соприкасающихся тел.

Автомобиль, поезд приводятся в движение силами трения покоя, действующими между колёсами и полотном дороги. Отталкивание ноги человека от земли при ходьбе и беге позволяет ему перемещаться в пространстве.

Рассмотрим взаимодействие бруска с поверхностью стола (рис. 84).

Поверхность соприкасающихся тел не является абсолютно ровной. Наибольшая сила притяжения возникает между атомами веществ, находящимися на минимальном расстоянии друг от друга, т. е. на микроскопических выступах. Суммарная сила притяжения атомов соприкасаю-



84

Взаимодействие бруска с поверхностью стола:
а — пропорциональность силы трения покоя числу взаимодействующих выступов и давлению бруска на стол $(F_{тр.\,п})_{max} \sim np$;
б — силы взаимодействия — $\vec F_{тр}, \vec N$

щихся тел столь значительна, что даже под действием внешней силы $\vec{F}$, приложенной к бруску параллельно поверхности его соприкосновения со столом, брусок остаётся в покое. Это означает, что на брусок действует сила, равная по модулю внешней силе, но противоположно направленная. Эта сила является *силой трения покоя*.

Сила трения покоя — сила трения, препятствующая возникновению движения одного тела по поверхности другого:

$$\vec{F}_{\text{тр. п}} = -\vec{F}. \quad (66)$$

При увеличении внешней силы происходит микроскопическое смещение трущихся поверхностей друг относительно друга. Оно продолжается до тех пор, пока силы притяжения между взаимодействующими атомами выступов не скомпенсируют внешнюю силу.

Когда приложенная сила достигает максимального критического значения $(F_{\text{тр. п}})_{\max}$, достаточного для разрыва связей между выступами, брусок начинает скользить по столу. Естественно предположить, что $(F_{\text{тр. п}})_{\max}$ пропорциональна числу n взаимодействующих выступов и давлению p бруска на стол:

$$(F_{\text{тр. п}})_{\max} \sim np.$$

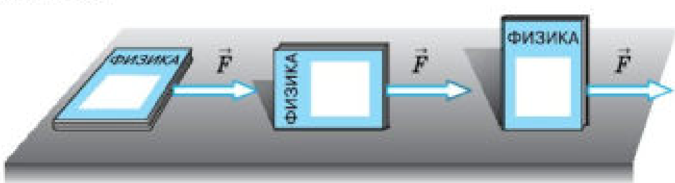
Давление равно отношению силы нормального давления $F_{\perp}$, действующей перпендикулярно поверхности соприкосновения тел, к площади поверхности S:

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}.$$

Число взаимодействующих выступов пропорционально площади поверхности соприкосновения тел: $n \sim S$, поэтому

$$(F_{\text{тр. п}})_{\max} \sim S\frac{F_{\perp}}{S} \sim F_{\perp}.$$

Максимальная сила трения покоя не зависит от площади соприкосновения поверхностей (рис. 85).



85 ▶
Равенство сил, требующихся для сдвига книги (независимо от её положения)

По третьему закону Ньютона сила нормального давления равна по модулю силе нормальной реакции опоры N.

Максимальная сила трения покоя $(F_{\text{тр. п}})_{\max}$ пропорциональна силе нормальной реакции опоры:

$$(F_{\text{тр. п}})_{\max} = \mu_{\text{п}} N, \tag{67}$$

где $\mu_{\text{п}}$ — коэффициент трения покоя.

Максимальное критическое значение силы трения покоя определяется конечностью силы взаимодействия поверхностных атомарных слоёв соприкасающихся тел.

Коэффициент трения покоя зависит от характера обработки поверхности и от сочетания материалов, из которых состоят соприкасающиеся тела. Качественная обработка гладких поверхностей контакта приводит к увеличению числа притягивающихся атомов и соответственно к увеличению коэффициента трения покоя. Силы притяжения отдельных атомов различных веществ существенно зависят от их электрических свойств.

Трение скольжения. *Трение скольжения* возникает при относительном перемещении соприкасающихся тел.

Сила трения скольжения всегда направлена в сторону, противоположную относительной скорости соприкасающихся тел.

Когда одно тело начинает скользить по поверхности другого, связи между атомами (молекулами) первоначально неподвижных тел разрываются, трение уменьшается. При дальнейшем относительном движении тел постоянно образуются новые связи между атомами. При этом сила трения скольжения остаётся постоянной, несколько меньшей силы трения покоя. Как и максимальная сила трения покоя, сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления и, следовательно, силе нормальной реакции опоры:

$$\boldsymbol{F_{\text{тр}} = \mu N}, \tag{68}$$

где μ — коэффициент трения скольжения ($\mu < \mu_{\text{п}}$), зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей.

При ходьбе сила трения покоя, действующая на подошву, сообщает человеку ускорение. Передвигаясь по льду, человек старается идти небольшими шагами: при большом шаге возрастает сила отталкивания ноги ото льда и начинается скольжение. Как видно из таблицы 9, коэффициент трения скольжения кожаной обуви о лёд вдвое меньше коэффициента трения покоя. Соответственно сила, сообщающая человеку ускорение, уменьшается в 2 раза.

Таблица 9

Коэффициент трения покоя и скольжения для некоторых пар материалов

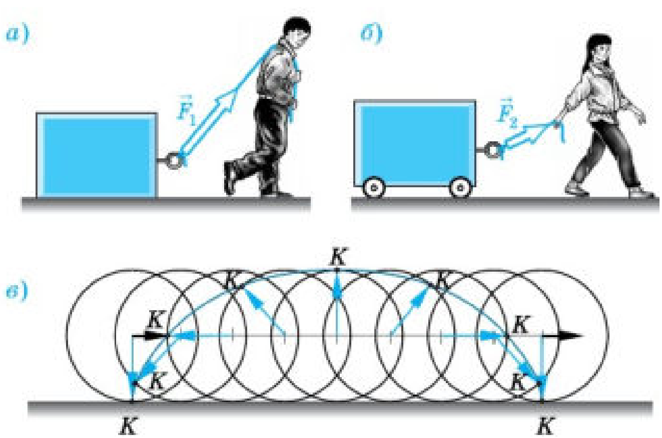
Материал	$\mu_п$	μ	Материал	$\mu_п$	μ
Лёд — лёд	0,05—0,15	0,02	Сталь — сталь	0,6	0,4
Кожаная обувь — лёд	0,1	0,05	Кожаная обувь — ковёр	0,6	0,5
Сталь — лёд	0,1	0,05	Автошина — мокрый бетон	0,7	0,5
Автошина — лёд	0,3	0,02	Стекло — стекло	0,9	0,7
Кожаная обувь — дерево	0,3	0,2	Резиновая обувь — дерево	0,9	0,7
Дерево — дерево	0,5	0,5	Автошина — сухой бетон	1,0	0,8
Резина — асфальт	0,6	0,4	Обувь альпиниста — скала	1,0	0,8

Разрыв атомарных (молекулярных связей) — главное отличие механизма возникновения сил трения от механизма возникновения сил упругости.

Именно поэтому сила трения скольжения зависит от относительной скорости движения соприкасающихся тел.

Силу трения можно уменьшить с помощью смазки. Наиболее радикальным способом уменьшения сил трения, получающим в последнее время всё большее распространение, является создание «воздушной подушки» между соприкасающимися поверхностями.

Трение качения. Одно из самых гениальных изобретений человечества — колесо. Оно использовалось для транспортировки грузов ещё 5000 лет назад. Хорошо известно, что несравненно легче везти груз на тележке, чем тащить его (рис. 86).



86

Сравнение сил трения скольжения и качения: а — скольжение груза; б — качение груза; в — траектория точки на ободе колеса при его качении

Сила F_1, вызывающая скольжение груза (рис. 86, *а*), гораздо больше силы F_2, необходимой для того, чтобы его катить (рис. 86, *б*). Колесо реализует свойство простого механизма — непрерывно действующего рычага, где размер одного из плеч — радиус обода колеса, а второго — радиус оси колеса. Выигрыш в силе получается в количество раз, равное отношению радиуса обода к радиусу оси. Поэтому сила трения качения значительно меньше силы трения скольжения.

На рисунке 86, *в* показана траектория точки на ободе колеса при его качении. Точка K движется по кривой, называемой циклоидой.

ВОПРОСЫ

1. Какое фундаментальное взаимодействие определяет силу трения? Каковы причины возникновения силы трения? Перечислите возможные виды трения.
2. Чему равна сила трения покоя? Как находится максимальная сила трения покоя?
3. Что требует меньшего усилия: удержать сани на склоне горы или перемещать их равномерно вверх по склону?
4. Куда направлена сила трения скольжения и чему она равна?
5. Почему сила трения качения значительно меньше силы трения скольжения?

ЗАДАЧИ

1. Ластик может скользить по поверхности стола под действием постоянной силы F. При движении на какой грани сила трения скольжения ластика будет наибольшей? Размеры ластика 50 × 37 × 14 мм.
2. Найдите массу стального бруска, равномерно скользящего по горизонтальной стальной поверхности под действием силы F = 20 Н. Сила направлена вдоль поверхности. Коэффициент трения скольжения приведён в таблице 9.
3. С какой силой упряжка собак равномерно перемещает сани с грузом массой m = 250 кг, если коэффициент трения скольжения μ = 0,1?
4. Для сооружения памятника Петру I в XVIII в. гранитную глыбу массой 1600 т перевозили на салазках, катившихся по пушечным ядрам. Зная силу тяги F = 157 кН при равномерном движении, найдите коэффициент трения качения.
5. Деревянный брусок массой 1 кг тянут равномерно по горизонтальной деревянной доске с помощью пружины жёсткостью 100 Н/м. Найдите удлинение пружины, если μ = 0,5.

§ 25. Применение законов Ньютона

Алгоритм решения задач по динамике. Для решения задач динамики целесообразно использовать следующий стандартный подход.

- *Изобразите силы, действующие на каждое тело* (*условно* $\Sigma\vec{F}$).
- *Запишите для каждого тела второй закон Ньютона в векторной форме* (55).

- *Выберите координатные оси.* Если заранее известно направление ускорения, то целесообразно направить одну из осей вдоль ускорения, а вторую (если она требуется) перпендикулярно ему.
- *Запишите второй закон Ньютона через проекции на координатные оси входящих в него величин, получите систему уравнений для нахождения неизвестных величин.*
- *Решите полученную систему уравнений, используя аналитические выражения для всех сил и дополнительные условия.*

Воспользуемся предложенным подходом для решения конкретных задач динамики.

КЛЮЧЕВЫЕ ЗАДАЧИ

Покажем с помощью законов Ньютона, что вес тела не всегда равен действующей на него силе тяжести.

I. Вес тела в лифте

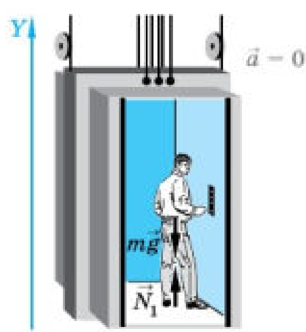
Человек массой m находится в лифте. Найдём силу давления человека на пол лифта (вес), если:

а) лифт покоится или равномерно движется;
б) лифт движется с постоянным ускорением $\vec{a}$, направленным вверх;
в) лифт движется с постоянным ускорением $\vec{\ }$, направленным вниз.

Решение.

а) *Ускорение лифта равно нулю* ($a = 0$).

Изобразим силу тяжести $m\vec{g}$ и силу нормальной реакции опоры $\vec{N}_1$, действующие на тело (рис. 87). Согласно третьему закону Ньютона сила нормальной реакции опоры равна по модулю и противоположна по направлению весу тела $\vec{P}_1$. Поэтому большинство задач о нахождении веса тела сводятся к задачам определения силы нормальной реакции опоры.



$N_1 = mg$

▲ 87
Равенство веса тела силе тяжести в покоящемся или равномерно движущемся лифте

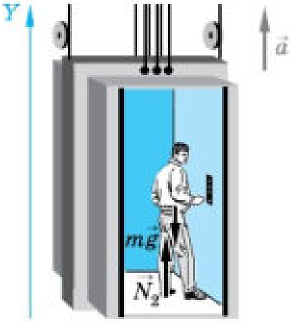
Запишем второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}_1. \tag{69}$$

Направим ось Y вертикально вверх.

Запишем второй закон Ньютона через проекции сил на ось Y, учитывая, что $a = 0$:

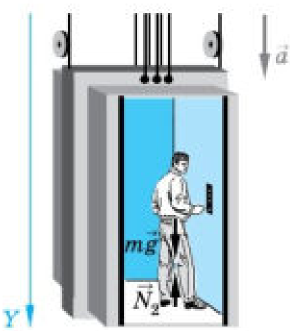
$$0 = -mg + N_1, \quad P_1 = N_1 = mg.$$



$N_2 > mg$

▲ 88

Перегрузка при движении лифта с постоянным ускорением, направленным противоположно ускорению свободного падения



$N_3 < mg$

▲ 89

Уменьшение веса по сравнению с силой тяжести при движении лифта с постоянным ускорением

Вес тела, находящегося в покое или движущегося равномерно и прямолинейно, равен силе тяжести.

б) ***Лифт движется с постоянным ускорением*** $\vec{a}$, ***направленным вверх*** (рис. 88).

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось Y:

$$ma = -mg + N_2.$$

Тогда

$$P_2 = N_2 = m(g + a).$$

В этом случае вес больше, чем гравитационная сила. Возрастание веса (перегрузки) космонавты и пилоты реактивных самолётов особенно остро ощущают при взлёте и посадке, когда ускорение максимально. Количественно возрастание веса характеризуется *коэффициентом перегрузки, определяемым отношением ускорения тела к ускорению свободного падения.*

Например, при посадке космический корабль может двигаться равнозамедленно с ускорением $a = 6g$, направленным от Земли вверх. В этом случае $P_2 = 7mg$, т. е. возникает семикратное увеличение веса, которое у нетренированных людей может вызвать временную утрату зрения и потерю сознания. Отрицательные физиологические эффекты (табл. 10), связанные с перегрузками, легче переносятся космонавтом, если его тело располагается перпендикулярно направлению ускорения. Это позволяет выдерживать даже десяти—двенадцатикратное увеличение веса. Несмотря на все меры предосторожности, подобная перегрузка сопряжена с болью в груди, усталостью, частичной потерей периферического зрения.

в) ***Лифт движется с ускорением*** $\vec{a}$, ***направленным вниз.***

В этом случае удобно выбрать ось Y, направленную вниз (рис. 89).

Таблица 10

Физиологические эффекты, связанные с перегрузками

Ускорение	$\dfrac{P}{mg}$	Физиологический эффект
$2g$	3	Движение затруднено
$3g$	4	Ходьба невозможна
$4g - 6g$	5—7	Нарастающая нечёткость зрения, временная потеря зрения

Проецируя величины, входящие во второй закон Ньютона, на ось Y, получаем

$$ma = mg - N_3.$$

Следовательно,

$$P_3 = N_3 = m(g - a), \qquad (70)$$

т. е. *вес тела меньше силы тяжести*.

Вес тела на экваторе меньше, чем на полюсах Земли, так как вследствие вращения Земли вокруг оси тело на экваторе движется с центростремительным ускорением.

При свободном падении $\vec{a} = \vec{g}$. Вес при этом становится равным нулю, т. е. возникает состояние *невесомости*.

Невесомость — состояние, при котором тело движется только под действием силы тяжести.

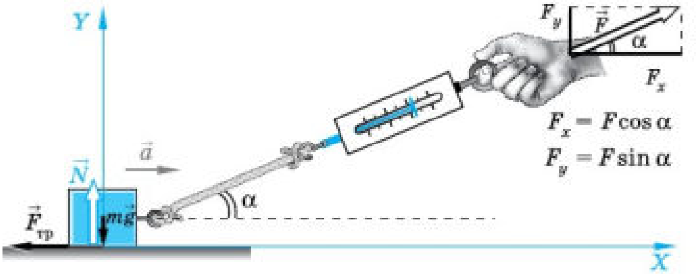
Любое тело, свободно движущееся в гравитационном поле Земли, находится в состоянии невесомости. Длительное пребывание космонавта в состоянии невесомости существенно влияет на физиологические процессы в организме, приспособившемся к земной гравитации в результате длительной эволюции.

II. Скольжение тела по горизонтальной поверхности

Найдём силу нормальной реакции опоры и ускорение тела массой m, движущегося по поверхности стола под действием силы $\vec{F}$, направленной под углом α к горизонтали (рис. 90). Коэффициент трения скольжения между телом и поверхностью стола равен μ.

Решение.

На тело действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, сила $\vec{F}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$, направленная противоположно скорости движения.



90

Уменьшение силы нормальной реакции опоры и силы трения скольжения за счёт вертикальной компоненты силы, приподнимающей тело

Второй закон Ньютона в векторной форме имеет вид

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{тр}. \tag{71}$$

Направим ось X вдоль ускорения $\vec{a}$, а ось Y вертикально. Запишем уравнение (71) через проекции на оси X и Y:

$$\begin{cases} ma = 0 + 0 + F\cos\alpha - F_{тр} & (\text{на ось } X), \\ 0 = -mg + N + F\sin\alpha + 0 & (\text{на ось } Y). \end{cases} \tag{72}$$

Согласно равенству (68)

$$F_{тр} = \mu N.$$

Подставляя выражение для силы трения в первое уравнение системы (72), получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными N и a:

$$\begin{cases} ma = F\cos\alpha - \mu N, \\ 0 = -mg + N + F\sin\alpha. \end{cases} \tag{73}$$

Из второго уравнения находим силу нормальной реакции опоры N:

$$N = mg - F\sin\alpha. \tag{74}$$

Сила нормальной реакции опоры меньше силы тяжести, когда на тело кроме силы тяжести действуют силы, имеющие составляющую, направленную противоположно силе тяжести.

Вертикальная компонента внешней силы $\vec{F}_y$ ($F_y = F\sin\alpha$) приподнимает тело и уменьшает силу давления на опору, а следовательно, и силу трения.

Подставляя N из выражения (74) в первое уравнение системы (73)

$$ma = F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha),$$

находим ускорение тела:

$$a = \frac{F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)}{m}.$$

III. Соскальзывание тела с наклонной плоскости

Найдём силу нормальной реакции опоры и ускорение тела массой m, скатывающегося по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом (рис. 91). Коэффициент трения скольжения равен μ.

Решение.

Изобразим все силы, действующие на тело: силу тяжести $m\vec{g}$, силу нормальной реакции опоры $\vec{N}$ и силу трения $\vec{F}_{тр}$, направленную противоположно скорости движения.

Запишем второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}. \qquad (75)$$

Выберем ось X параллельно и ось Y перпендикулярно наклонной плоскости.

Спроецируем уравнение (75) на координатные оси X и Y:

$$\begin{cases} ma = mg\sin\alpha - F_{тр} & \text{(на ось } X\text{)}, \\ 0 = N - mg\cos\alpha & \text{(на ось } Y\text{)}. \end{cases} \qquad (76)$$

Используя выражение для силы трения $F_{тр} = \mu N$ и подставляя его в первое уравнение системы (76), получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} ma = mg\sin\alpha - \mu N, \\ 0 = N - mg\cos\alpha. \end{cases} \qquad (77)$$

Из второго уравнения находим силу нормальной реакции опоры N:

$$N = mg\cos\alpha.$$

Сила нормальной реакции опоры на наклонной плоскости меньше силы тяжести тела.

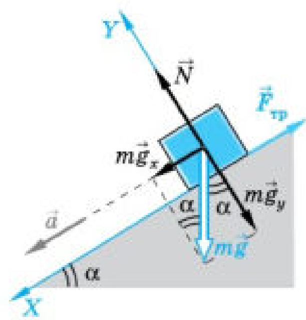
Подставляя выражение для силы нормальной реакции опоры в первое уравнение системы (77)

$$ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha,$$

находим ускорение тела

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

Соскальзывание тела с наклонной плоскости происходит, если $a \geqslant 0$, т. е. если коэффициент трения скольжения $\mu \leqslant \operatorname{tg}\alpha$. Если $\mu > \operatorname{tg}\alpha$, тело покоится на наклонной плоскости.



▲ 91

Сила нормальной реакции опоры на наклонной плоскости: $N = mg\cos\alpha$

ВОПРОСЫ

1. При каком движении лифта вес тела, находящегося в нём, равен силе тяжести; больше силы тяжести; меньше силы тяжести; равен нулю?
2. Какой способ перемещения холодильника по полу требует меньших усилий — когда его толкают или когда тянут?
3. Под действием какой силы F (см. задачу II на с. 110) тело движется равномерно?
4. Какие часы следует использовать в условиях невесомости: маятниковые, песчаные, пружинные?
5. При каком угле наклона плоскости к горизонту (см. задачу III на с. 112) тело будет скатываться с неё равномерно? При каком угле наклона плоскости тело не будет скатываться с плоскости?

ЗАДАЧИ

1. Собачья упряжка начинает тащить стоящие на снегу сани массой 100 кг с постоянной силой 114 Н. За какой промежуток времени сани проедут первые 200 м пути? Коэффициент трения скольжения полозьев саней о снег 0,1.
2. Вагон массой m соединён с электровозом массой M пружиной жёсткостью k. Найдите ускорение состава, если на электровоз действует тормозящая сила F. Определите сжатие пружины.
3. Тепловоз тащит состав из трёх одинаковых вагонов массой m = 50 т каждый с силой F = 17 940 Н. Коэффициент трения качения колёс о рельсы $\mu_{\text{кач}}$ = 0,002. С каким ускорением движется состав? Определите силы натяжения сцепок между вагонами.
4. Стальной кубик вкатывают с начальной скоростью v_0 на ледяную прямолинейную горку, наклонённую к горизонту под углом α. Коэффициент трения скольжения кубика о лёд μ. Через какой промежуток времени кубик вернётся к основанию горки? На какую максимальную высоту он поднимется?
5. Два груза, массы которых m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$), связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок ($m_{\text{н}} \ll m_1, m_2$). С каким ускорением будут двигаться грузы? Найдите силу натяжения нити и силу давления на ось блока.

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Необходимо ли при исследовании химических, биологических, географических, математических, филологических объектов использовать инерциальную и неинерциальную системы отсчёта? Ответ аргументируйте на конкретных примерах.
2. Выявите общее и различное в понятиях «физические силы» и «социальные силы».
3. Напишите эссе «Инертность — свойство физическое и человеческое».
4. Какие силы позволяют человеку двигаться как в физическом смысле, так и в личностном?
5. Подготовьте фотоальбом «Перегрузки: физиологические и психологические эффекты».

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **Динамика** — раздел механики, посвящённый изучению движения тел под действием приложенных к ним сил.
- **Движение по инерции** — движение тела, происходящее без внешних воздействий.
- **Принцип инерции Галилея:** *если на тело не действуют внешние силы, то оно сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.*
- **Инерциальные системы отсчёта** (ИСО) — системы отсчёта, в которых тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, если на него не действуют другие тела или действие других тел скомпенсировано.
- **Преобразования Галилея:**

$$x = x' + \upsilon t,$$

где x — координата тела в ИСО X, x' — координата тела в ИСО X', движущейся относительно X со скоростью υ.

Закон сложения скоростей:

$$\upsilon_x = \upsilon_{x'} + \upsilon,$$

где υ_x — скорость тела в ИСО X, $\upsilon_{x'}$ — скорость тела в ИСО X', движущейся относительно X со скоростью υ.

- **Принцип относительности Галилея:** *во всех инерциальных системах отсчёта законы классической механики имеют один и тот же вид.*
- **Первый закон Ньютона:** *существуют системы отсчёта, в которых все тела в отсутствие внешнего воздействия движутся прямолинейно и равномерно.*
- **Сила** — векторная физическая величина, являющаяся мерой воздействия на тело со стороны других тел, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры.

Единица силы — *ньютон* (Н):

$$1\ \text{Н} = 1\ \text{кг} \cdot \text{м/с}^2.$$

- **Инертность** — свойство, заключающееся в том, что различные тела по-разному изменяют свою скорость при одном и том же внешнем воздействии.
- **Масса тела** — физическая величина, являющаяся мерой инертности тела.

Единица массы — *килограмм* (кг).

- **Принцип суперпозиции сил:** *результирующая (равнодействующая) сила, действующая на тело со стороны других тел, равна векторной сумме сил, с которыми каждое из этих тел действует на тело:*

$$\sum\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n.$$

- **Второй закон Ньютона:** *в инерциальной системе отсчёта ускорение тела прямо пропорционально векторной сумме всех действующих на него сил и обратно пропорционально массе тела:*

$$\vec{a} = \frac{\sum\vec{F}}{m}.$$

- **Третий закон Ньютона:** *силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю, противоположны по направлению* *и действуют вдоль прямой, соединяющей эти тела*:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Все механические явления в макромире определяются электромагнитным и гравитационным взаимодействиями. Силами электромагнитной природы являются сила упругости и сила трения.

- **Закон Гука:** *модуль силы упругости, возникающий при деформации тела, пропорционален его удлинению* Δl:

$$F_{\text{упр}} = k\Delta l.$$

- **Сила нормальной реакции опоры** — сила упругости, действующая на тело со стороны опоры перпендикулярно её поверхности.
- **Сила натяжения** — сила упругости, действующая на тело со стороны нити или пружины.
- **Сила трения** — сила, возникающая при соприкосновении поверхностей тел, препятствующая их относительному перемещению, направленная вдоль поверхности соприкосновения.
- **Сила трения покоя** — сила трения, препятствующая возникновению движения одного тела по поверхности другого.
- **Максимальная сила трения покоя** пропорциональна силе нормальной реакции опоры:

$$(F_{\text{тр. п}})_{\max} = \mu_{\text{п}} N,$$

где $\mu_{\text{п}}$ — коэффициент трения покоя.

- **Сила трения скольжения**

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где μ — коэффициент трения скольжения.

- **Закон всемирного тяготения:** *между двумя любыми материальными точками действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих точек, обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними, направленная вдоль прямой, соединяющей материальные точки*:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2 — гравитационная постоянная.

- **Сила тяжести** — результирующая гравитационная сила, действующая на тело.

  Вблизи поверхности Земли сила тяжести, действующая на тело массой m,

$$F_g = mg,$$

где g — ускорение свободного падения.

- **Вес тела** — суммарная сила, с которой тело при наличии силы тяжести действует на все опоры, подвесы.

  Вес тела может быть не равен силе тяжести, если на тело кроме силы тяжести действуют и другие силы.

  Вес тела в лифте, находящемся в покое или движущемся равномерно, равен силе тяжести.

- **Коэффициент перегрузки** — отношение ускорения тела к ускорению свободного падения.
- **Невесомость** — состояние, при котором тело движется только под действием силы тяжести. Вес тела в состоянии невесомости равен нулю.

4 Законы сохранения

§ 26. Импульс материальной точки

Импульс силы. Использование законов динамики позволяет описать эволюцию механической системы в результате действия на неё внешних сил и взаимодействия составляющих её элементов. Во многих случаях детальная информация о промежуточных состояниях системы не представляет существенного интереса. Наиболее важной является связь начального и конечного состояний системы, будь то реакция рождения элементарных частиц или столкновение автомобилей. Поэтому в физике большое внимание уделяется поиску физических величин, сохраняющихся неизменными в процессе эволюции системы. Законы сохранения в классической механике могут быть получены из законов динамики Ньютона.

Законы сохранения оказываются справедливыми для явлений различной физической природы — механического движения, теплообмена, прохождения электрического тока, распространения электромагнитных волн, взаимодействия атомов, ядер, элементарных частиц.

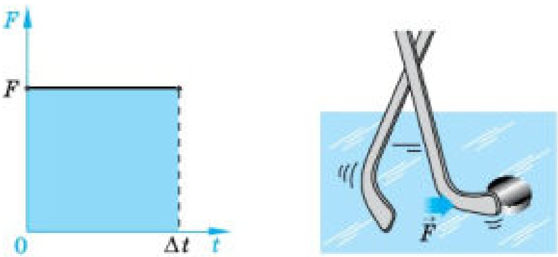
Каждый закон сохранения отражает определённый тип непрерывной симметрии пространства и времени.

Все фундаментальные взаимодействия и соответственно силы, их характеризующие, реально действуют в определённой области пространства в течение некоторого конечного интервала времени. В случае одномерного движения материальной точки вдоль оси X действующая на неё сила $\vec{F}$ может зависеть как от координаты точки, так и от времени. Это означает, что сила является функцией координаты и времени: $\vec{F} = \vec{F}(x, t)$.

Рассмотрим сначала, как на движение тела влияет длительность действия силы.

Для упрощения математических оценок будем считать, что:

- модуль силы не зависит от координаты x: $F \neq F(x)$;
- сила, начиная действовать в момент времени $t = 0$, остаётся постоянной в течение времени Δt и затем прекращает своё действие, т. е. становится равной нулю при $t > \Delta t$ (рис. 92, a).



а) *б)*

92

Зависимость силы, действующей на шайбу при броске, от времени

Подобная зависимость силы от времени реализуется, например, при броске шайбы хоккеистом (рис. 92, *б*).

Временно́й характеристикой действия силы является *импульс силы*.

Импульс силы — произведение силы и длительности её действия:

$$\vec{F}\Delta t.$$

Импульс силы — временна́я характеристика действия силы, векторная физическая величина. Вектор импульса силы сонаправлен с вектором силы.

Единица импульса силы — *ньютон-секунда* (Н · с).

Импульс силы $F\Delta t$ численно равен площади прямоугольника со сторонами F и Δt (см. рис. 92, *а*).

Слово «импульс» (impulsus) в переводе с латинского — «толчок». Иногда используется термин «количество движения».

Импульс тела. Предположим, что до броска (при $t < 0$) тело (шайба) массой m двигалось равномерно со скоростью $\vec{v}_0$. Под действием постоянной силы $\vec{F}$ оно в течение времени Δt будет двигаться равноускоренно с ускорением $\vec{a}$:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Скорость, приобретаемую телом при равноускоренном движении за промежуток времени Δt, можно найти согласно формуле (8):

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\Delta t = \vec{v}_0 + \frac{\vec{F}}{m}\Delta t.$$

Перенося $\vec{v}_0$ в левую часть равенства с противоположным знаком и умножая обе части полученного соотношения на m, получаем

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}\Delta t.$$

Правая часть этого соотношения содержит величины, характеризующие внешнее воздействие на тело (сила, длительность её действия). Левая часть представляет изменение *импульса тела*, характеризующего движение тела.

Импульс тела — векторная физическая величина, равная произведению массы тела и его скорости и совпадающая по направлению со скоростью:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \qquad (78)$$

Согласно формуле (78) единица импульса

$$[p] = [m][v] = \text{кг} \cdot \text{м/с}.$$

Единица импульса тела — *килограмм-метр в секунду* (кг · м/с).

Импульс является фундаментальной и (как мы покажем в дальнейшем) сохраняющейся характеристикой состояния физической системы.

В начальный момент времени импульс тела $\vec{p}_0 = m\vec{v}_0$, поэтому

$$\vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}\Delta t. \qquad (79)$$

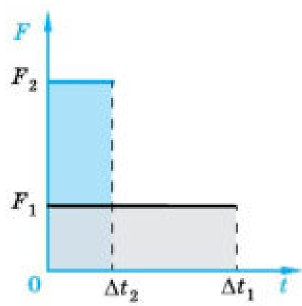
Это выражение является более общей формулировкой ***второго закона Ньютона***. *Скорость изменения импульса тела равна действующей на тело силе.*

Наглядное представление о том, что сила, требуемая для остановки движущегося тела за определённый промежуток времени, прямо пропорциональна как массе тела, так и его скорости, следует из определения импульса силы:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F},$$

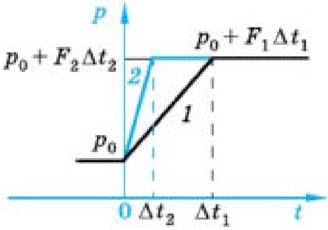
где $\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$.

Выражение (79) характеризует движение тела. Из него следует, что *изменение импульса тела определяется импульсом силы, действующей на него*. Импульс силы характеризуется произведением силы на время её действия. Следовательно, аналогичное воздействие на тело может оказать небольшая сила, действующая значительный промежуток времени, и большая сила, которая действует кратковременно. Этот эффект хорошо известен как хоккеистам, так и любителям хоккея. Скорость, приобретаемая шайбой при силь-



93

Равенство импульсов силы $F_1\Delta t_1$ и $F_2\Delta t_2$ при броске шайбы и при щелчке



▲ 94

Зависимость импульса шайбы от времени при броске (1) и при щелчке (2)

ном броске, когда время контакта клюшки с шайбой оказывается порядка секунды, примерно совпадает с её скоростью при мощном, но кратковременном щелчке.

Если импульс силы $\vec{F}_1\Delta t_1$ при броске шайбы равен импульсу силы при щелчке $\vec{F}_2\Delta t_2$, то площади закрашенных прямоугольников равны (рис. 93). При этом, согласно соотношению (79), при броске и при щелчке шайбы будут одинаковы изменение импульса и конечная скорость шайбы. Графики зависимости импульса шайбы от времени (при броске и щелчке) в соответствии с формулой (79) представлены на рисунке 94.

В случае, когда на тело не действует внешняя сила ($\vec{F} = 0$), импульс тела сохраняется: $\vec{p} = \vec{p}_0$ (см. выражение (79)).

ВОПРОСЫ

1. Что такое импульс силы?
2. Сформулируйте определение импульса тела.
3. Почему небольшая сила, действующая значительный промежуток времени, оказывает на движение тела такое же воздействие, как и большая сила, которая действует кратковременно?
4. Почему импульс шайбы линейно увеличивается со временем (см. рис. 94), если на шайбу действуют постоянные силы F_1 и F_2?
5. При каком условии импульс тела сохраняется?

ЗАДАЧИ

1. По изогнутому под прямым углом шлангу течёт вода. Определите направление импульса силы, изменяющей направление потока воды, и направление силы, действующей на шланг.
2. Автомобиль массой 2000 кг, двигаясь на север со скоростью 90 км/ч, повернул на перпендикулярное шоссе, ведущее на восток. Определите направление и модуль изменения импульса автомобиля.
3. Теннисный мяч, летящий со скоростью v, отскакивает от теннисной ракетки, движущейся навстречу мячу со скоростью u. С какой скоростью отлетит мяч после упругого удара о ракетку?
4. Шар из пластилина и теннисный мяч, двигаясь вправо, ударяются о бетонную стенку, имея перед ударом скорость v. Определите направление и модуль изменения импульса шара и мяча, если их массы одинаковы.
5. Молекула газа массой m упруго ударяется о стенку сосуда, двигаясь со скоростью v, составляющей угол α с перпендикуляром к стенке. Какой импульс и в каком направлении сообщает молекула стенке?

§ 27. Закон сохранения импульса

Замкнутая система. Рассмотрим систему, состоящую из двух тел, взаимодействующих друг с другом. Такую систему образуют, например, два шара массой m_1 и m_2, движущихся навстречу друг другу с начальной скоростью $\vec{v}_{01}$ и $\vec{v}_{02}$ соответственно (рис. 95, *а*).

Пренебрегая внешними силами, действующими на шары (например, силой тяжести), данную систему тел можно считать *замкнутой*.

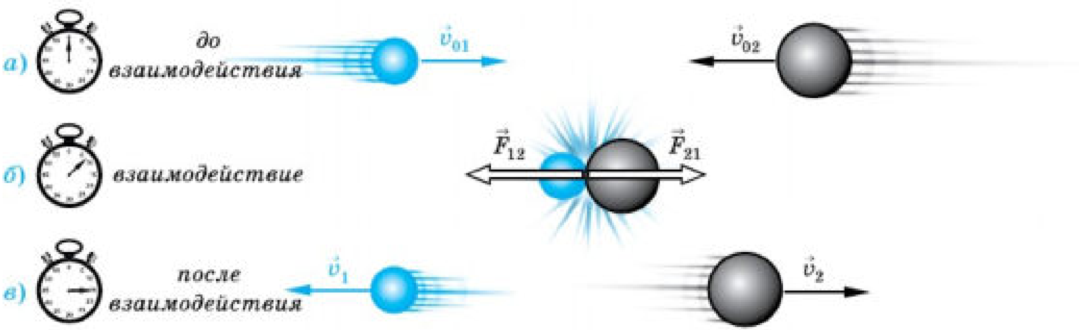
Замкнутая система — система тел, для которой равнодействующая внешних сил равна нулю.

Силы, действующие между телами системы, называются *внутренними силами*. При столкновении шаров сила $\vec{F}_{12}$, которая действует на первый шар со стороны второго (рис. 95, *б*), по третьему закону Ньютона равна по модулю и противоположна по направлению силе $\vec{F}_{21}$, действующей на второй шар со стороны первого:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \tag{80}$$

Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{12} = m_1\vec{a}_1, \quad \vec{F}_{21} = m_2\vec{a}_2. \tag{81}$$



▲ 95

Сохранение суммарного импульса шаров при их столкновении: а — до взаимодействия; б — в момент взаимодействия; в — после взаимодействия

Обозначим скорость шаров после столкновения $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ (рис. 95, *в*), а длительность столкновения Δt. Ускорение шаров

$$\vec{a}_1 = \frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_{01}}{\Delta t}, \quad \vec{a}_2 = \frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_{02}}{\Delta t}.$$

Подставляя эти выражения в уравнение (81) и используя соотношение (80), находим

$$m_1\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_{01}}{\Delta t} = -m_2\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_{02}}{\Delta t}.$$

Закон сохранения импульса. Сократив обе части последнего уравнения на Δt и перегруппировав слагаемые в обеих его частях, получим ***закон сохранения импульса***:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02}. \tag{82}$$

В правой части равенства содержится суммарный импульс системы в начальный момент времени, а в левой — сумма импульсов тел в произвольный момент времени, приобретённых в результате взаимодействия (столкновения). Это означает, что при столкновении суммарный импульс системы сохраняется.

Закон сохранения импульса

В инерциальной системе отсчёта суммарный импульс замкнутой системы тел остаётся постоянным при любых взаимодействиях тел системы между собой.

Внутренние силы, изменяя импульсы отдельных тел системы, не изменяют суммарный импульс системы. Импульс системы тел могут изменить только внешние силы.

Например, при взрыве снаряда сила давления газов (внутренняя сила) превышает силу тяжести снаряда (внешнюю силу) более чем в 10 000 раз. Поэтому импульс такой системы тел в момент взрыва можно с хорошей степенью точности считать сохраняющимся.

Закон сохранения импульса, полученный из законов Ньютона (справедливых для описания движения системы макрочастиц), имеет более широкую область применимости, чем эти законы. Импульс сохраняется и для систем микрочастиц, для которых законы Ньютона неприменимы.

Сохранение импульса отражает один из типов симметрии физического пространства — его однородность.

Однородность пространства означает, что параллельный перенос замкнутой системы на некоторое расстояние не влияет на взаимодействие тел системы.

96

Отдача при выстреле как результат сохранения суммарного импульса системы

Система называется замкнутой вдоль определённого направления, если проекция равнодействующей внешних сил на это направление равна нулю.

Примером замкнутой системы вдоль горизонтального направления является снайперская винтовка массой $m_2 = 6$ кг, из которой производится выстрел, и пуля массой $m_1 = 9$ г, вылетающая с начальной скоростью $v_1 = 600$ м/с (рис. 96).

Система «винтовка — пуля» замкнутая, так как внешние силы (сила тяжести винтовки и пули, сила реакции опоры винтовки) действуют перпендикулярно оси X. До выстрела суммарный импульс неподвижной системы равен нулю. Согласно выражению (82) после выстрела проекция суммарного импульса на ось X не изменяется по сравнению с первоначальной. Обозначив через v_{1x} и v_{2x} проекции скорости пули и винтовки на ось X, получим

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = 0. \tag{83}$$

Из закона сохранения импульса находим

$$v_{2x} = -\frac{m_1}{m_2} v_{1x}. \tag{84}$$

Подставляя в формулу (84) числовые значения, получаем

$$v_{2x} = -\frac{9 \cdot 10^{-3}}{6} \cdot 600 = -0{,}9 \text{ (м/с)}.$$

Знак «минус» означает, что при выстреле в положительном направлении оси X винтовка смещается в противоположном направлении: возникает отдача. Такую же отдачу испытывают пожарные, направляя мощную водяную струю на горящий объект и с трудом удерживая брандспойт (рис. 97).

Реактивное движение ракеты. Отдача возникает также при *реактивном движении*.

Реактивное движение — движение, возникающее при отделении от тела с некоторой скоростью какой-либо его части.

97

Возникновение значительной отдачи при использовании мощного брандспойта

Важным примером реактивного движения является движение ракеты. Отделяющейся частью ракеты при таком движении является струя газов, образующихся при сгорании топлива. Когда реактивная струя с большой скоростью выбрасывается из ракеты, то ракета вследствие отдачи устремляется в противоположную сторону.

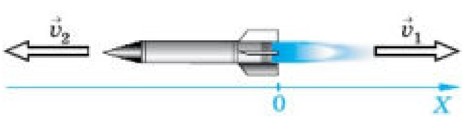
Рассмотрим упрощённую теорию реактивного движения. Предположим, что реактивная струя массой m_1 выбрасывается из ракеты массой m_2 (без учёта топлива) со скоростью v_1 в направлении оси X (рис. 98).

Скорость v_{2x}, приобретаемую ракетой в направлении, противоположном оси X, можно найти из уравнения (84) при известном отношении m_1/m_2. Если масса m_1 топлива составляет $\frac{3}{4}(m_1 + m_2)$ массы ракеты, полностью загруженной топливом,

$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{3}{4},$$

то

$$\frac{m_1}{m_2} = 3.$$



98

Реактивное движение ракеты

При использовании определённого химического топлива скорость реактивной струи оказывается примерно постоянной. Из выражения (84) следует, что при скорости реактивной струи $v_1 = 2{,}4$ км/с скорость ракеты

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1 = 7{,}2 \text{ км/с}.$$

Такая скорость недостаточна для того, чтобы вывести на орбиту искусственный спутник Земли, поэтому для увеличения скорости ракеты с тем же топливом следует увеличить отношение m_1/m_2. Это возможно при использовании многоступенчатой (составной) ракеты, у которой ступени с опустевшими топливными резервуарами отбрасываются в полёте и сгорают в атмосфере из-за трения о воздух. При этом масса m_2 ракеты уменьшается и соответственно увеличивается её скорость v_2.

Реально истечение продуктов сгорания топлива происходит непрерывно, так что масса топлива убывает с течением времени. Реактивная сила, появляющаяся вследствие истечения горячих газов, приложена к ракете и направлена противоположно скорости реактивной струи. Эта сила определяется расходом топлива в единицу времени и скоростью истечения газов относительно ракеты.

Исследования околоземного и межпланетного космического пространства проводятся с помощью многоступенчатых ракет. С их помощью в нашей стране был выведен на околоземную орбиту первый искусственный спутник Земли в 1957 г., обеспечен полёт Ю. А. Гагарина в космическом околоземном пространстве в 1961 г. Многоступенчатые ракеты доставили в 1969 г. астронавтов на поверхность Луны, позволили произвести исследования планет Солнечной системы.

Для межзвёздных полётов требуются значительно более высокие скорости. Учитывая, что ближайшие звёзды находятся на расстоянии около четырёх световых лет, необходима скорость порядка 0,1 скорости света.

ВОПРОСЫ

1. При каком условии систему тел можно считать замкнутой? Приведите примеры замкнутых систем.
2. Сформулируйте закон сохранения импульса. Как эффект отдачи используется в реактивном движении?
3. Якорь дважды бросают с носа лодки в сторону кормы с одинаковой начальной скоростью под одним и тем же углом к горизонту. В первом случае, когда лодка пришвартована к пирсу, якорь падает на край кормы. Куда упадёт якорь во втором случае, когда лодка покоится на воде, но не пришвартована?
4. Почему лодка начинает отплывать от берега, когда человек выходит из неё на причал?
5. Почему для запуска космических кораблей с поверхности Земли используются многоступенчатые ракеты?

ЗАДАЧИ

1. Два шара массой m_1 = 1 кг и m_2 = 2 кг скользят по гладкой горизонтальной поверхности на запад и север со скоростью v_1 = 10 м/с и v_2 = 5 м/с соответственно. Определите направление и модуль импульса системы двух шаров.

2. Граната массой 1 кг, летящая со скоростью 20 м/с на запад, разрывается на два осколка. Один массой 0,2 кг начинает двигаться со скоростью 500 м/с в направлении полёта гранаты. В каком направлении и с какой скоростью полетит другой осколок?
3. Из орудия, установленного на гладкой горизонтальной поверхности, вылетает снаряд массой m = 20 кг со скоростью v_0 = 200 м/с под углом α = 30° к горизонту. Какую скорость приобретёт орудие после выстрела, если его масса M = 2000 кг?
4. Человек массой m = 70 кг переходит с кормы лодки на нос. Масса лодки M = 130 кг, её длина l = 4 м. На какое расстояние и в какую сторону отплывёт лодка?
5. Снаряд, вылетевший из орудия, разорвался в верхней точке траектории на высоте 1960 м на два равных осколка. Скорость снаряда перед разрывом равна 100 м/с. Один из осколков полетел горизонтально в обратном направлении со скоростью, вдвое большей. На каком расстоянии друг от друга осколки упадут на землю?

§ 28. Работа силы

Работа как пространственная характеристика действия силы. Любая сила действует в определённой области пространства в течение конечного интервала времени и, как мы отмечали ранее, может зависеть как от координаты, так и от времени: $\vec{F} = \vec{F}(x, t)$.

Если сила не зависит от координаты и действует на тело в течение времени Δt, то можно ввести *временну́ю характеристику силы* (импульс силы) $\vec{F}\Delta t$.

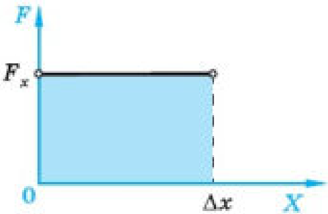
Удачный выбор временно́й характеристики силы позволяет найти изменение импульса тела, сохраняющегося в замкнутой системе.

Если сила не зависит от времени и действует на тело, движущееся по оси X, на перемещении Δx, то мы можем ввести также и *пространственную характеристику действия силы — работу*[1].

Работа — скалярная физическая величина, равная произведению проекции силы на ось X и перемещения тела вдоль этой оси:

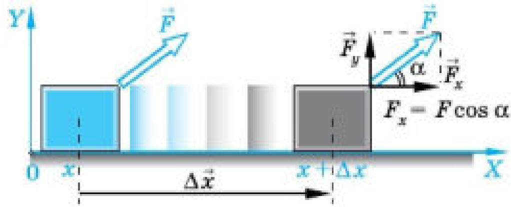
$$A = F_x \Delta x. \qquad (85)$$

[1] Пространственная характеристика действия силы введена по аналогии с её временно́й характеристикой — импульсом силы. Как мы увидим впоследствии, работа равна изменению другой фундаментальной физической величины — механической энергии, для которой также справедлив закон сохранения.



▲ 99

Геометрический смысл работы — площадь под прямой $F_x(x)$:
$A = F_x \Delta x$



▲ 100

Работа, совершаемая силой $\vec{F}$ при перемещении тела на Δx. Работа определяется проекцией силы $F_x = F\cos\alpha$

Единица работы — *джоуль* (Дж): 1 Дж = 1 кг $\cdot$ м^2/с^2.

1 Дж — *работа, совершаемая силой* 1 Н *при перемещении на* 1 м.

Работа силы численно равна площади прямоугольника со сторонами F_x и Δx (рис. 99).

Проекция силы F_x в направлении вектора перемещения $\Delta\vec{x}$ равна проекции вектора $\vec{F}$ на ось X:

$$F_x = F\cos\alpha, \tag{86}$$

где α — угол между вектором силы $\vec{F}$ и вектором перемещения $\Delta\vec{x}$ (рис. 100).

Компонента силы $\vec{F}_y$, перпендикулярная перемещению, не влияет на движение тела по оси X и не совершает работу. Подставляя выражение проекции силы в формулу работы (85), получаем

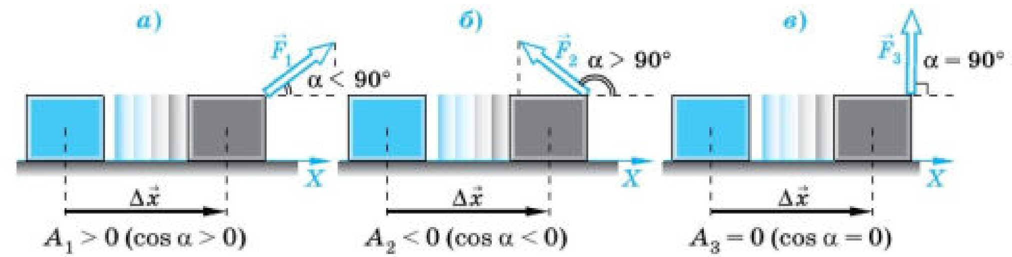
$$\boxed{A = F\Delta x\cos\alpha.} \tag{87}$$

Работа силы $\vec{F}$ при перемещении $\Delta\vec{x}$ равна произведению модулей этих векторов и косинуса угла между ними.

Сила и перемещение — векторные величины, характеризующиеся как модулем, так и направлением.

Работа — скалярная физическая величина. Знак работы определяется знаком $\cos\alpha$.

Работа силы положительна ($A_1 > 0$) (рис. 101, *а*), если угол α острый ($0° \leqslant \alpha < 90°$), $\cos\alpha > 0$.



▲ 101

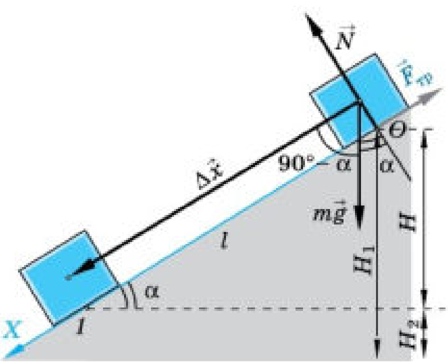
Зависимость знака работы от взаимной ориентации силы и перемещения

Работа силы отрицательна ($A_2 < 0$), если угол α тупой ($90° < \alpha \leqslant 180°$), $\cos\alpha < 0$ (рис. 101, *б*).

Работа силы, перпендикулярной перемещению, равна нулю (рис. 101, *в*).

Сила, действующая на движущееся тело со стороны другого тела, совершает работу. Например, гравитационная сила притяжения Земли и сила сопротивления воздуха совершают работу при падении капель дождя и метеоритов. Сила упругости совершает работу при распрямлении сжатой пружины и натянутой тетивы лука.

Работа сил нормальной реакции, трения, тяжести. Если на тело действует несколько сил, то полная работа (работа всех сил) равна сумме работ, совершаемых каждой силой в отдельности. Найдём работу сил, действующих на тело массой m (рис. 102), соскальзывающее с вершины наклонной плоскости (точка O) к её основанию (точка 1), т. е. с высоты H_1 на высоту H_2. Угол наклона плоскости к горизонту α, её высота H, коэффициент трения скольжения μ.



▲ 102

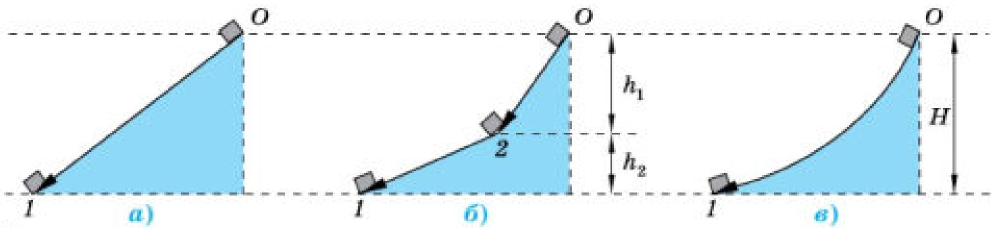
Работа сил, действующих на тело, соскальзывающее с наклонной плоскости

На скользящее тело действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$.

Работа силы нормальной реакции опоры, перпендикулярной перемещению Δx, равна нулю.

Сила трения, направленная противоположно перемещению, составляет с ним угол $180°$, поэтому *работа силы трения отрицательна*:

$$A_{тр} = F_{тр}\Delta x\cos 180° = -F_{тр}\Delta x.$$



▲ 103

Работа силы тяжести не зависит от формы траектории при перемещении тела из точки O в точку 1

Так как $F_{тр} = \mu N$, $N = mg\cos\alpha$, $\Delta x = l = \dfrac{H}{\sin\alpha}$, то

$$A_{тр} = -\mu mgH \operatorname{ctg}\alpha.$$

Сила тяжести составляет с перемещением угол $(90° - \alpha)$, поэтому её работа

$$A_g = mgl\cos(90° - \alpha) = mgl\sin\alpha = mgH, \qquad (88)$$

откуда видно, что *работа силы тяжести зависит от высоты наклонной плоскости и не зависит от угла наклона плоскости* (рис. 103, *а*).

Полная работа силы тяжести при перемещении тела из точки O в точку 1 по двум прямолинейным участкам $O—2$ и $2—1$ (рис. 103, *б*):

$$A_g = A_{O-2} + A_{2-1}.$$

Применяя формулу (88) для каждого участка и учитывая, что высота наклонной плоскости $H = h_1 + h_2$, получаем

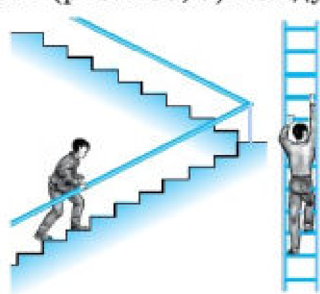
$$A_g = mgh_1 + mgh_2 = mgH.$$

При движении тела по произвольной траектории (рис. 103, *в*) между точками O и 1 работа силы тяжести также равна mgH.

Тело массой m можно равномерно поднять на высоту H, совершив одну и ту же работу mgH двумя способами:

- приложив силу, равную mg, по вертикали;
- приложив меньшую силу, равную $mg\sin\alpha$, вдоль наклонной плоскости.

При этом меньшая сила должна действовать на большем перемещении $\Delta x = H/\sin\alpha$. Наклонная плоскость облегчает подъём тела на определённую высоту, хотя и увеличивает путь. Так, уменьшить усилия при подъёме позволяет применение наклонных лестниц (рис. 104).



▲ 104

Снижение физических усилий при применении наклонных лестниц

ВОПРОСЫ

1. В чём заключается физический смысл работы?
2. При каких условиях работа силы положительна; отрицательна; равна нулю?
3. Как можно найти работу графически?
4. В каком случае штангист совершает бо́льшую работу: при подъёме штанги массой 100 кг на высоту 2 м или при подъёме штанги массой 120 кг на высоту 1,5 м?
5. Почему наклонные лестницы уменьшают усилия при подъёме?

ЗАДАЧИ

1. Для разрезания сыра толщиной 15 см требуется усилие 40 Н. Какая при этом совершается работа?
2. Деревянный контейнер массой m = 200 кг равномерно передвинули по деревянному полу на расстояние l = 5 м. Найдите работу, совершённую при таком перемещении. Коэффициент трения скольжения μ = 0,5.
3. Сердце взрослого человека за одно сокращение прогоняет около 160 см^3 крови. Оно сокращается примерно 70 раз в минуту, совершая работу 1 Дж за каждое сокращение. Какую работу совершает сердце за день?
4. Упряжка собак, протащив сани по горизонтальному пути длиной 10 км, совершает работу 980 кДж. Считая коэффициент трения равным 0,02, найдите массу саней.
5. Найдите массу груза, если для его подъёма на высоту 20 м подъёмник совершает работу 9,8 кДж.

§ 29. Потенциальная энергия

Потенциальная сила. Выражение для работы силы тяжести при перемещении тела массой m с высоты H_1 на высоту H_2 (см. рис. 102) представим в виде

$$A_g = mg(H_1 - H_2) = mgH_1 - mgH_2. \tag{89}$$

Из формулы (89) следует, что работа силы тяжести не зависит от формы траектории. Сила тяжести является *потенциальной силой*.

Потенциальная сила — сила, работа которой при перемещении материальной точки зависит только от начального и конечного положений точки в пространстве.

Потенциальная энергия в гравитационном поле. Работа силы тяжести равна разности двух величин, называемых *потенциальной энергией* тела в начальном $E_{p1} = mgH_1$ и конечном $E_{p2} = mgH_2$ положениях:

$$\boxed{A_g = E_{p1} - E_{p2}.} \tag{90}$$

Потенциальная энергия тела в данной точке — скалярная физическая величина, равная работе, совершаемой потенциальной силой при перемещении тела из этой точки в точку, принятую за нуль потенциальной энергии.

Единица потенциальной энергии — *джоуль* (Дж).

Работа силы тяжести определяется разностью начальной и конечной высот. Нуль потенциальной энергии выбирается произвольно.

Вблизи поверхности Земли в качестве нулевого уровня удобно выбирать потенциальную энергию на меньшей высоте (из начальной и конечной высот). На рисунке 105 $E_{p1} = mgH$, $E_{p2} = 0$.

Работа силы тяжести при перемещении из точки *1* в точку *2* равна

$$A_g = mgH.$$

Потенциальная энергия в этом случае характеризует энергию гравитационного притяжения материальной точки к Земле.

Потенциальная энергия материальной точки массой m, поднятой на высоту H над нулевым уровнем,

$$E_p = mgH.$$

Полная работа сил, действующих на тело, соскальзывающее с наклонной плоскости, равна (см. рис. 102)

$$A = A_g + A_{\text{тр}}, \qquad (91)$$

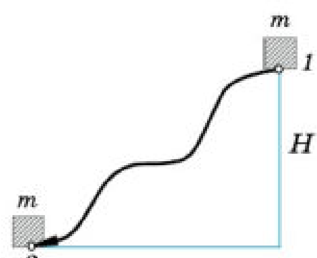
где A_g — работа силы тяжести, $A_{\text{тр}}$ — работа силы трения.

Сила трения в отличие от силы тяжести не является потенциальной силой, поэтому в общем случае суммарная работа всех сил, действующих на тело,

$$A = A_p + A_{np}, \qquad (92)$$

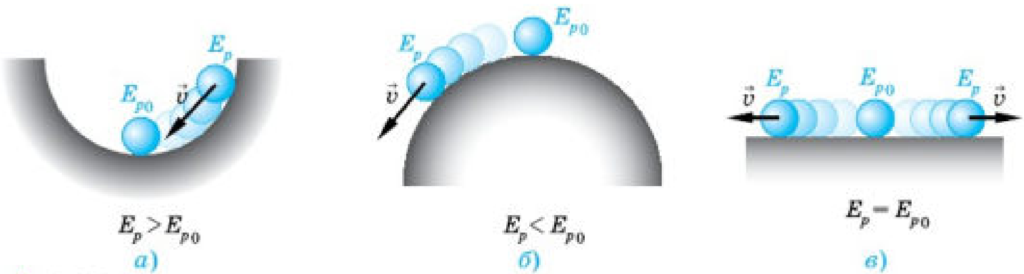
где A_p — работа потенциальных сил, A_{np} — работа непотенциальных сил.

Принцип минимума потенциальной энергии. Если потенциальная энергия тела в начальном положении больше его потенциальной энергии в конечном положении ($E_{p0} > E_p$), то, согласно выражению (90), работа потенциальной силы положительна. Это означает, что угол между векторами силы и перемещения острый. Следовательно, сила имеет компоненту в направлении перемещения, т. е. направлена в сторону убывания потенциальной энергии.



105

Выбор нуля потенциальной энергии
$E_{p1} = mgH$, $E_{p2} = 0$



106

Равновесие шара на опоре: *а* — *устойчивое*; *б* — *неустойчивое*; *в* — *безразличное*

Подобная закономерность имеет общий характер и справедлива не только для гравитационного, но и для любого фундаментального взаимодействия.

Состояние с меньшей потенциальной энергией является энергетически выгодным.

Принцип минимума потенциальной энергии

Любая замкнутая система стремится перейти в такое состояние, в котором её потенциальная энергия минимальна.

На рисунке 106 показаны три возможных случая равновесия шара, находящегося на опоре.

Устойчивое равновесие — *равновесие, при котором тело, выведенное из положения равновесия, возвращается в первоначальное положение.*

При отклонении шара из положения равновесия его потенциальная энергия возрастает (рис. 106, *а*). Сила тяжести возвращает его к положению равновесия, в котором его потенциальная энергия минимальна.

Неустойчивое равновесие — *равновесие, при котором тело, выведенное из положения равновесия, не возвращается в первоначальное положение* (рис. 106, *б*).

Безразличное равновесие — *равновесие, при котором соседние положения тела также являются равновесными* (рис. 106, *в*).

Если толкнуть тело в любую сторону, то оно, согласно первому закону Ньютона, будет двигаться прямолинейно и равномерно, удаляясь от начального положения.

ВОПРОСЫ

1. При каком условии сила является потенциальной?
2. Дайте определение потенциальной энергии.
3. Чему равна результирующая работа силы тяжести при подъёме с поверхности Земли тела массой m на высоту H и при последующем его опускании обратно на поверхность Земли?

4. В чём состоит принцип минимума потенциальной энергии? Почему потенциальная сила направлена в сторону убывания потенциальной энергии?
5. Сформулируйте условия устойчивого, неустойчивого, безразличного равновесия и приведите примеры.

ЗАДАЧИ

1. Тело массой m = 1 кг имеет потенциальную энергию E_p = 9,8 Дж. На какую высоту над Землёй поднято тело, если нуль отсчёта потенциальной энергии находится на поверхности Земли?
2. Какую работу против силы тяжести совершает штангист, поднимая штангу массой 200 кг на высоту 2 м?
3. В цилиндрической бочке находится 200 л воды. Высота столба воды в бочке 1 м. Найдите изменение потенциальной энергии воды после её вытекания на поверхность Земли.
4. Землекоп, выкапывая яму глубиной 1 м, длиной 2 м и шириной 1 м, выбрасывает глину на уровень земли. Считая плотность глины равной $2 \cdot 10^3$ кг/м^3, найдите изменение потенциальной энергии глины и минимальную работу, совершённую землекопом.
5. Найдите работу, которую надо совершить, чтобы положить друг на друга в одну стопку пять словарей, лежащих отдельно на столе высотой 1 м. Масса каждого словаря 2 кг, а толщина 10 см.

§ 30. Потенциальная энергия тела при гравитационном и упругом взаимодействиях

Работа силы тяжести. Рассмотрим работу, совершаемую силой тяжести при перемещении тела массой m из точки *1*, находящейся на расстоянии r от центра Земли, в точку *2* (рис. 107).

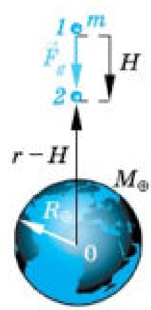
Расстояние от точки *2* до центра Земли обозначим $r - H$. Будем считать, что перемещение H мало по сравнению с r ($H \ll r$).

Сила тяжести, действующая на тело, на расстоянии r от центра Земли по закону всемирного тяготения определяется согласно равенству (60):

$$F_g = G\frac{mM_{\oplus}}{r^2}.$$

Работу силы тяжести, постоянной в пределах малого перемещения H, можно записать по определению (87):

$$A_g = F_g H \cos 0° = G\frac{mM_{\oplus}}{r^2}H. \quad (93)$$



▲ 107

Перемещение тела к Земле под действием силы тяжести

Работа любой потенциальной силы равна разности потенциальной энергии в начальном и конечном положениях тела (см. формулу (90)):

$$A_g = E_p(r) - E_p(r - H). \tag{94}$$

Потенциальная энергия тела в гравитационном поле. Проверим, что уравнение (94) превращается в тождество, если потенциальная энергия в поле тяжести Земли тела массой m, находящегося на расстоянии r от её центра, имеет вид

$$\boxed{E_p(r) = -G\frac{mM_\oplus}{r}.} \tag{95}$$

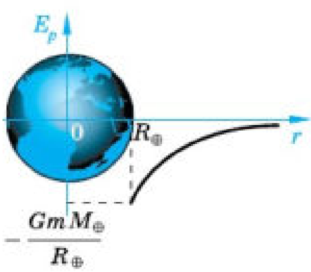
Подставляя выражения для потенциальной энергии $E_p(r)$ и $E_p(r-H) = -G\dfrac{mM_\oplus}{r-H}$ в выражение (94), получаем

$$A_g = -GmM_\oplus\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r-H}\right) = \frac{GmM_\oplus}{r(r-H)}H.$$

Так как $H \ll r$, то величиной H в знаменателе можно пренебречь. В этом приближении полученное выражение совпадает с равенством (93), что подтверждает правильность выбора формулы (95) для потенциальной энергии.

Работа силы тяжести вблизи поверхности Земли $r \approx R_\oplus$

$$A_g = m\frac{GM_\oplus}{R_\oplus^2}H.$$



▲ 108

Зависимость потенциальной энергии тела в поле тяжести Земли от расстояния между телом и центром Земли

Так как ускорение свободного падения $g = \dfrac{GM_\oplus}{R_\oplus^2}$ (см. формулу (63)), то работа силы тяжести вблизи поверхности Земли

$$A_g = mgH.$$

Графиком зависимости потенциальной энергии тела в поле тяжести Земли от расстояния до центра Земли является отрицательная гипербола (рис. 108).

Согласно соотношению (95):

- на поверхности Земли ($r = R_\oplus$) потенциальная энергия минимальна:

$$E_p(r) = -\frac{GmM_\oplus}{R_\oplus} = -mgR_\oplus; \tag{96}$$

- нуль потенциальной энергии находится на бесконечно большом расстоянии от центра Земли. На этом расстоянии стремится к нулю и сила гравитационного притяжения тела к Земле.

Потенциальная энергия тел при их взаимодействии зависит от расстояния между телами, а не от их координат. (Конечно, расстояние между телами зависит от координат.) Расстояние во всех инерциальных системах отсчёта одно и то же. Поэтому потенциальная энергия не зависит от выбора системы отсчёта.

В то же время потенциальная энергия зависит от нуля отсчёта.

Работа силы упругости. Рассчитаем работу силы упругости пружины.

Предположим, что на нерастянутую пружину длиной l_0 действует внешняя сила $\vec{F}$ (рис. 109, *а*).

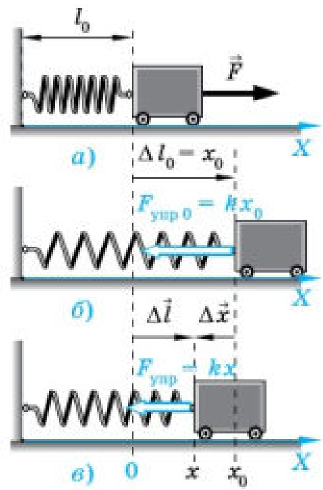
После того как удлинение Δl_0 пружины становится равным x_0 (координата её правого конца), внешняя сила прекращает своё действие (рис. 109, *б*). В результате действия силы упругости $F_{упр\,0} = kx_0$, направленной к положению равновесия, пружина сжимается.

Найдём работу силы упругости при изменении координаты правого конца пружины от x_0 до x. Модуль перемещения правого конца пружины $\Delta x = x_0 - x$ (рис. 109, *в*). Так как сила упругости при изменении удлинения пружины от $\Delta l_0 = x_0$ до $\Delta l = x$ изменяется от $F_{упр\,0} = kx_0$ до $F_{упр} = kx$, то следует использовать её среднее значение, равное полусумме начального и конечного значений:

$$F_{упр.\,ср} = \frac{kx_0 + kx}{2} = \frac{k}{2}(x_0 + x).$$

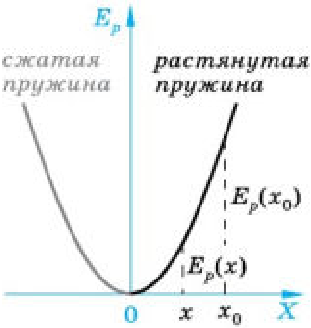
Так как направления средней силы упругости $\vec{F}_{упр.\,ср}$ и перемещения $\Delta\vec{x}$ совпадают, то для вычисления работы надо умножить среднюю силу на перемещение:

$$A_{упр} = \frac{k}{2}(x_0 + x)(x_0 - x) = \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2}. \qquad (97)$$



▲ 109

Работа силы упругости при растяжении и сжатии пружины:
а — нерастянутая пружина длиной l_0 ($\Delta l = 0$), $F_{упр} = 0$;
б — растянутая пружина длиной $l_0 + \Delta l_0$ ($\Delta l_0 = x_0$), $F_{упр\,0} = kx_0$;
в — сжимающаяся пружина длиной $l_0 + \Delta l$ ($\Delta l = x$), $F_{упр} = kx$



110

Зависимость потенциальной энергии упругой пружины от её деформации

Потенциальная энергия тела при упругом взаимодействии. Как видно из выражения (97), работа силы упругости зависит только от начального и конечного удлинений пружины. Это означает, что *сила упругости — потенциальная сила.*

Работа потенциальной силы равна разности потенциальной энергии в начальном и конечном положениях тела.

Следовательно, потенциальная энергия пружины в начальном положении (см. формулу (97))

$$E_{p0} = \frac{kx_0^2}{2}.$$

Потенциальная энергия упругодеформированной пружины (*или тела*) *равна*

$$E_p = \frac{kx^2}{2}, \qquad (98)$$

где x — удлинение (или сжатие) пружины, k — жёсткость пружины.

Нуль потенциальной энергии ($E_p = 0$) соответствует нерастянутой пружине, удлинение x которой равно нулю.

Потенциальная энергия упругодеформированной пружины имеет наибольшее значение, когда пружина максимально сжата или растянута.

Потенциальная энергия упругодеформированной пружины равна работе силы упругости при переходе пружины из деформированного состояния в недеформированное.

Графиком зависимости потенциальной энергии упругой пружины от её деформации является парабола (рис. 110).

Правая ветвь параболы, соответствующая положительному удлинению ($x > 0$), определяет потенциальную энергию растяжения. Её левая ветвь ($x < 0$) характеризует потенциальную энергию сжатия. Начало координат соответствует положению равновесия недеформированной пружины ($x = 0$).

ВОПРОСЫ

1. Как нужно выбрать нуль потенциальной энергии, чтобы потенциальная энергия тела в поле тяжести Земли была отрицательной?
2. Почему потенциальная энергия минимальна на поверхности Земли?

3. Докажите, что сила упругости является потенциальной силой.
4. Как потенциальная энергия силы упругости пружины зависит от деформации пружины?
5. Почему правая ветвь параболы (см. рис. 110) определяет потенциальную энергию растяжения, а левая ветвь — потенциальную энергию сжатия?

ЗАДАЧИ

1. Почему движение планет и спутников по эллиптической орбите не может происходить с постоянной по модулю скоростью?
2. Ракета поднимает спутник сначала на высоту $h = R_{\oplus}$ над поверхностью Земли, а затем запускает его на круговую орбиту на этой высоте. Найдите отношение работ на поднятие A_1 и на запуск A_2 спутника.
3. При растяжении пружины на 2 см совершена работа 1 Дж. Какую работу следует совершить, чтобы растянуть пружину ещё на 2 см?
4. Пружина сжимается дважды из положения равновесия: первый раз на 3 см, второй раз на 6 см. Во сколько раз энергия, накопленная пружиной при повторном сжатии, больше, чем при первоначальном?
5. Шар, прикреплённый к горизонтальной, закреплённой с другого конца пружине с жёсткостью k = 31,6 Н/м, отводят от положения равновесия на расстояние A = 0,2 м и отпускают. Определите максимальную силу упругости F_{max}, действующую на шар, и его механическую энергию.

§ 31. Кинетическая энергия

Теорема о кинетической энергии. Определим физическую величину, изменяющуюся при совершении силой работы.

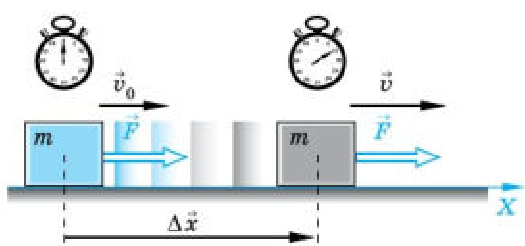
Рассмотрим для этого движение тела массой m, скорость которого изменяется от $\vec{v}_0$ до $\vec{v}$ под действием всех приложенных к нему сил (рис. 111).

Работа равнодействующей постоянной силы $\vec{F}$, совпадающей по направлению с перемещением $\Delta\vec{x}$, равна

$$A = F\Delta x.$$

Так как $F = ma$, $\Delta x = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$, то $A = ma \cdot \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$, или

$$A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}. \qquad (99)$$



111

Изменение кинетической энергии в результате действия силы на конечном перемещении

Левая часть формулы (99) (работа) является пространственной характеристикой внешнего воздействия на тело (систему).

Правая часть содержит изменение физической величины, которая характеризует энергию движения тела, или *кинетическую энергию*.

Энергия — от греческого слова enérgeia — «действие»; кинетическая — от греческого kinetikos — «приводящий в движение». Понятие кинетической энергии было введено в 1849 г. английским учёным ***Уильямом Томсоном***, получившим за научные заслуги титул лорда Кельвина.

Кинетическая энергия тела — скалярная физическая величина, равная половине произведения массы тела и квадрата его скорости:

$$\boldsymbol{E_k = \frac{mv^2}{2}}. \qquad (100)$$

Кинетическая энергия, как и работа, измеряется в *джоулях* (Дж).

Кинетическая энергия зависит от скорости тела, следовательно, её значение зависит от выбора системы отсчёта.

Формулу (99) называют *теоремой о кинетической энергии*, где $\frac{mv_0^2}{2} = E_{k0}$ — кинетическая энергия тела в начальный момент времени.

Теорема о кинетической энергии

Изменение кинетической энергии материальной точки равно работе всех сил, действующих на эту точку:

$$\boldsymbol{E_k - E_{k0} = A}. \qquad (101)$$

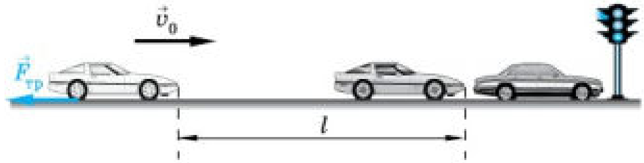
Теорема о кинетической энергии сводится к равенству

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = A, \qquad (102)$$

если в начальный момент времени тело неподвижно ($v_0 = 0$, $E_{k0} = 0$).

Кинетическая энергия материальной точки массой m, движущейся со скоростью v, равна работе, которую совершает суммарная сила для сообщения покоящейся материальной точке этой скорости.

Тормозной путь автомобиля. В случае торможения тела, обладающего начальной кинетической энергией $E_{k0} = \frac{mv^2}{2}$, вплоть до остановки



112 ▶ *Определение тормозного пути автомобиля*

($v = 0$, $E_k = 0$), теорему о кинетической энергии (101) следует представить в виде

$$A = -E_{k0} = -\frac{mv_0^2}{2}. \qquad (103)$$

Найдём *тормозной путь* автомобиля — расстояние, проходимое им до полной остановки (рис. 112). В процессе торможения на автомобиль действуют сила тяжести, сила реакции опоры и сила трения. Сила тяжести и сила реакции опоры направлены перпендикулярно перемещению автомобиля, поэтому их работа равна нулю. Это означает, что суммарная работа всех сил равна работе силы трения скольжения. Учитывая, что сила направлена противоположно перемещению $\Delta x = l$ и что $F_{тр} = \mu N = \mu mg$, находим

$$A = A_{тр} = -\mu mgl.$$

Подставим выражение для A в формулу (103):

$$-\mu mgl = -\frac{mv_0^2}{2},$$

откуда

$$l = \frac{v_0^2}{2\mu g}.$$

Следовательно, *тормозной путь не зависит от массы автомобиля.*

Тормозной путь прямо пропорционален квадрату скорости и обратно пропорционален коэффициенту трения.

В таблице 11 указан тормозной путь автомобиля при нескольких значениях начальной скорости на сухом и мокром бетонном покрытии дороги.

Таблица 11

Тормозной путь автомобиля на разном дорожном покрытии

Скорость, км/ч	Тормозной путь, м	
	Сухой бетон	Мокрый бетон
40	8	12,5
60	18	28
80	32	50
120	72	112,5

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение кинетической энергии тела. Какие единицы энергии вам известны?
2. Как связаны работа сил, действующих на тело, и его кинетическая энергия?
3. Может ли оставаться неизменной кинетическая энергия тела, если равнодействующая сил, приложенных к нему, отлична от нуля?
4. От каких физических величин зависит тормозной путь автомобиля?
5. В каком случае требуется бо́льшая энергия — при запуске спутника вдоль меридиана или вдоль экватора (в сторону вращения Земли)?

ЗАДАЧИ

1. Ракета, летящая со скоростью v, разгоняется до вдвое большей скорости. В результате сгорания топлива полная масса ракеты уменьшается вдвое по сравнению с массой до разгона. Как изменяется при этом кинетическая энергия ракеты?
2. Шар массой 1 кг, летящий со скоростью 4 м/с, при ударе сжимает пружину. Найдите максимальную энергию сжатия пружины.
3. Серьёзной опасностью при межпланетных перелётах может стать столкновение космического корабля с небольшими высокоскоростными метеоритами. Определите энергию микрометеорита массой 1 кг, движущегося со скоростью 60 км/с.
4. Энергия $7{,}4 \cdot 10^{16}$ Дж, выделяемая 1 т урана-235, идёт на ускорение космического корабля массой 3000 т. Какую максимальную скорость может набрать корабль?
5. Пуля массой 9 г вылетает из винтовки со скоростью 650 м/с. На расстоянии 400 м от места выстрела скорость пули становится равной 390 м/с. Какую часть от своей начальной кинетической энергии потеряла пуля на этом расстоянии в результате трения о воздух? Найдите работу сил сопротивления воздуха при полёте пули.

§ 32. Мощность

Средняя мощность. Скорость совершения работы характеризуют физической величиной, называемой *мощностью*. Подобно введению средней скорости в кинематике, в динамике вводят среднюю мощность.

Средняя мощность — скалярная физическая величина, равная отношению работы к промежутку времени, за который она совершена:

$$P_{\text{ср}} = \frac{A}{t}. \qquad (104)$$

Единица мощности — *ватт* (Вт): 1 Вт = 1 Дж/с.

В качестве единицы мощности в 1783 г. ***Джеймс Уатт*** ввёл лошадиную силу (л. с.), иногда используемую даже в настоящее время.

Л. с. — средняя работа за 1 с, которую могла совершить сильная ломовая лошадь, равномерно работающая целый день:

$$1 \text{ л. с.} = 736 \text{ Вт}.$$

Найдём среднюю мощность автомобиля массой $m = 2$ т, требуемую для его разгона до скорости $v = 108$ км/ч $= 30$ м/с из состояния покоя, за время $t = 10$ с (рис. 113). (При равноускоренном движении автомобиль набирает такую скорость на расстоянии $l = vt/2 = 150$ м от места старта.)

Работа, совершаемая двигателем, идёт на увеличение кинетической энергии автомобиля. Используя теорему о кинетической энергии в виде (102), находим среднюю мощность автомобиля:

$$P_{\text{ср}} = \frac{A}{t} = \frac{mv^2}{2t} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 30^2}{2 \cdot 10}\left(\frac{\text{Дж}}{\text{с}}\right) = 90 \text{ кВт}.$$

Реально для такого разгона автомобиля требуется бóльшая средняя мощность из-за затрат энергии на преодоление сил трения и сопротивления воздуха.

Сила сопротивления воздуха при больших скоростях движения автомобиля возрастает с увеличением его скорости. Поэтому на скоростных гоночных автомобилях ставят двигатели значительно большей мощности, чем на обычных.

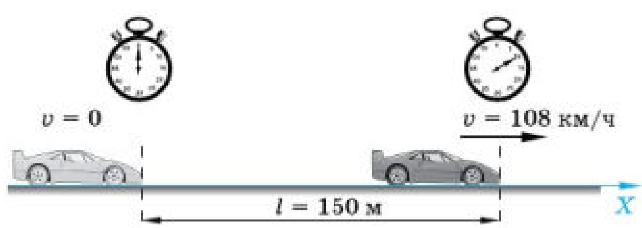
Мгновенная мощность. Подобно введению мгновенной скорости в кинематике, в динамике используют понятие мгновенной мощности.

Мгновенная мощность — скалярная физическая величина, равная отношению работы к промежутку времени Δt, в течение которого она совершена (при $\Delta t \to 0$).

При перемещении $\Delta\vec{x}$ проекция силы $\vec{F}$ совершает работу $A = F_x \Delta x$ (см. (85)).

113

Определение средней мощности автомобиля, необходимой для разгона до требуемой скорости, за заданный промежуток времени



Мгновенная мощность

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F_x \Delta x}{\Delta t} = F_x \lim \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Согласно равенству (4)

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \upsilon_x,$$

где υ_x — проекция мгновенной скорости на направление перемещения.

Окончательно получаем

$$\boldsymbol{P = F_x \upsilon_x}. \quad (105)$$

Мгновенная мощность равна произведению скорости тела на проекцию силы, действующей на тело, на направление скорости.

Следовательно, чем больше скорость автомобиля, тем меньшая сила тяги (равная силе трения покоя колёс о землю) требуется для её поддержания (при постоянной мощности двигателя):

$$F_x = \frac{P}{\upsilon_x}.$$

С ростом скорости водитель может переходить на повышенные передачи. При этом вращение колёс будет происходить с большей скоростью, но при меньшем усилии.

Скрытые резервы мощности человеческого организма огромны. Человек в хорошем физическом состоянии может развивать мощность около 0,1 л. с., т. е. 75 Вт. В течение очень коротких интервалов времени человеческий организм способен развивать мгновенную мощность, в несколько раз превышающую это значение (до нескольких киловатт).

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение средней мощности. Какова единица мощности в СИ?
2. Чему равна мгновенная мощность?
3. К каким величинам относится мощность — скалярным или векторным?
4. Почему при увеличении скорости автомобиля требуется меньшая сила тяги для её поддержания?
5. На что расходуется мощность двигателей палубного истребителя, зависшего над авианосцем?

ЗАДАЧИ

1. Какой минимальной мощностью должен обладать двигатель подъёмника, чтобы поднять груз массой 100 кг на высоту 20 м за 9,8 с?

2. Вентиляторный ремень автомобиля, движущийся со скоростью 40 м/мин, натянут с силой 30 Н. Определите мощность, передаваемую ремнём.
3. Река Замбези в Центральной Африке приносит к водопаду Виктория ежеминутно 90 млн л воды (высота падения воды около 100 м). Найдите мощность водопада Виктория.
4. Чему равна мощность сердца спортсмена во время соревнований, если при одном ударе оно совершает работу 16 Дж, а ежеминутно делает 180 ударов?
5. При вдыхании человеком 1 л кислорода в организме (в результате взаимодействия кислорода с белками, жирами и углеводами) выделяется энергия 20 кДж. Для нормального функционирования организма человеку массой 70 кг требуется (даже во время сна) приток мощности 80 Вт. Какой объём вдыхаемого воздуха в секунду обеспечит такой приток мощности?

§ 33. Закон сохранения механической энергии

Полная механическая энергия. Для системы, в которой действуют потенциальные силы, удобно ввести понятие *полной механической энергии*.

Полная механическая энергия системы — сумма её кинетической и потенциальной энергий:

$$\boldsymbol{E = E_k + E_p}.$$

Полная механическая энергия системы тел определяется положением тел и их скоростью. Поскольку потенциальная энергия зависит от положения тел, т. е. от расстояния между ними, а кинетическая энергия определяется скоростью тел, кинетическая энергия всегда положительна, а потенциальная энергия может быть как положительной, так и отрицательной (в зависимости от выбора нуля потенциальной энергии).

Выясним, как изменяется полная механическая энергия системы при взаимодействии и каковы условия, при которых она сохраняется. Запишем теорему о кинетической энергии (101), представив работу сил, действующих на тело, в виде суммы работ потенциальных и непотенциальных сил:

$$E_k - E_{k0} = A_p + A_{np}. \qquad (106)$$

Работа потенциальных сил равна разности потенциальной энергии системы в начальном E_{p0} и конечном E_p положениях.

Закон изменения механической энергии

Изменение механической энергии системы равно работе всех непотенциальных сил:

$$(E_k + E_p) - (E_{k0} + E_{p0}) = A_{np}, \tag{107}$$

где левая часть равенства — изменение полной механической энергии, правая — работа непотенциальных сил.

Механическую систему, в которой отсутствуют непотенциальные силы, называют *консервативной*.

Консервативная система — механическая система, в которой действуют только потенциальные силы.

В такой системе $A_{np} = 0$.

Целесообразность введения такой физической величины, как полная механическая энергия, подтверждается наличием для неё закона сохранения.

Закон сохранения механической энергии

В замкнутой консервативной системе полная механическая энергия сохраняется (не изменяется со временем):

$$E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0}. \tag{108}$$

Закон сохранения механической энергии получен из законов Ньютона (справедливых для описания движения системы макрочастиц). Однако этот закон имеет более широкие границы применимости, чем законы Ньютона. Полная механическая энергия сохраняется и для систем микрочастиц, для которых законы Ньютона неприменимы.

Закон сохранения механической энергии является следствием однородности времени.

Однородность времени состоит в том, что при одинаковых начальных условиях протекание физических процессов не зависит от того, в какой момент времени эти условия созданы.

Потенциальная энергия консервативной системы не может изменяться во времени при неизменной конфигурации системы.

Закон сохранения полной механической энергии предполагает взаимное превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно в равных количествах. При этом полная механическая энергия остаётся неизменной.

Справедливость закона сохранения энергии подтверждается экспериментально с высокой степенью точности.

В таблице 12 приведена механическая энергия некоторых физических объектов и явлений.

Таблица 12

Энергия физических объектов и явлений

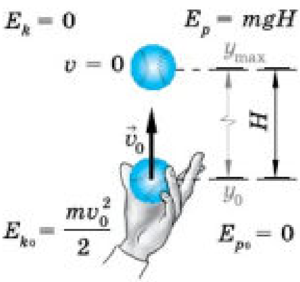
Физический объект, явление	Энергия, Дж	Физический объект, явление	Энергия, Дж
Молекула воздуха при комнатной температуре	10^{-21}	Взрыв атомной бомбы	10^{14}
Электрон в атоме	10^{-18}	Ураган	10^{15}
Деление ядра урана	10^{-11}	Взрыв водородной бомбы 100 Мт	10^{17}
Протон в ускорителе, прыгающая блоха	10^{-7}	Землетрясение (8 баллов по шкале Рихтера)	10^{18}
Клавиша компьютера	10^{-2}	Извержение вулкана	10^{19}
Сердцебиение	0,5	Солнечное излучение, ежегодно попадающее на Землю	10^{25}
Яблоко, падающее с высоты 1 м	1	Вращение Земли вокруг своей оси	10^{29}
Горящая спичка	10^{3}	Движение Земли вокруг Солнца	10^{33}
Взрыв 1 кг тринитротолуола	10^{6}	Солнечное излучение за год	10^{34}
Сгорание 1 л бензина	10^{7}	Взрыв сверхновой звезды	10^{44}
Сгорание 1 м^3 дров	10^{9}	Излучение радиогалактики	10^{55}
Разряд молнии	10^{10}	Рождение Вселенной	10^{68}
Космическая ракета	10^{11}		

Применение закона сохранения энергии. С помощью закона сохранения механической энергии значительно проще находить кинематические величины, чем при непосредственном применении законов движения и законов Ньютона.

Рассмотрим примеры таких расчётов.

I. Определение начальной скорости тела, брошенного вертикально

Найдём начальную скорость v_0, с которой теннисист при подаче подбрасывает мяч вертикально. Обычно теннисист выпускает мяч на высоте



114

Определение начальной скорости мяча, подбрасываемого теннисистом при подаче. Кинетическая энергия мяча максимальна в нижней точке, а потенциальная — в точке максимального подъёма

$y_0 = 2$ м от покрытия, подбрасывая его на максимальную высоту $y_{max} = 3{,}5$ м (рис. 114).

Решение.

Если пренебречь непотенциальной силой сопротивления воздуха, то систему «мяч — Земля» можно считать консервативной. Для консервативной системы выполняется закон сохранения механической энергии:

$$E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0}.$$

Примем за нуль отсчёта потенциальной энергии точку бросания мяча ($E_{p0} = 0$). В этой точке кинетическая энергия мяча массой m равна

$$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}.$$

Скорость мяча в верхней точке $v = 0$. Соответственно

$$E_k = 0, \quad E_p = mgH = mg\,(y_{max} - y_0).$$

Из закона сохранения механической энергии следует, что

$$mgH = \frac{mv_0^2}{2},$$

откуда начальная скорость мяча

$$v_0 = \sqrt{2gH} \approx 5{,}4 \text{ м/с}.$$

Примерно с такой скоростью игроки экстра-класса подбрасывают при подаче теннисный мяч.

II. Определение скорости тела, брошенного под углом к горизонту, на определённой высоте

Докажем, что снаряды, вылетающие из орудия с начальной скоростью v_0, на одной и той же высоте имеют одинаковую скорость v (рис. 115).

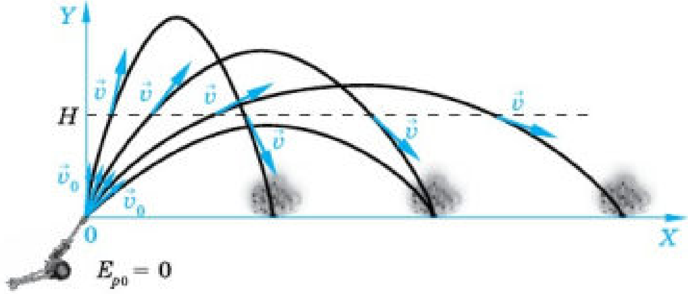
Решение.

Из закона сохранения механической энергии (за нуль потенциальной энергии принята точка вылета снаряда из орудия) следует:

$$\frac{mv^2}{2} + mgH = \frac{mv_0^2}{2}.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gH}.$$



115 Траектории снарядов, вылетающих с одинаковой начальной скоростью v_0 под разными углами к горизонту

Эта закономерность справедлива при любой массе снаряда (в отсутствие сопротивления воздуха), так как скорость не зависит от массы.

III. Закон сохранения энергии в динамике жидкости

Найдём связь между давлением и скоростью жидкости, протекающей по трубе переменного сечения.

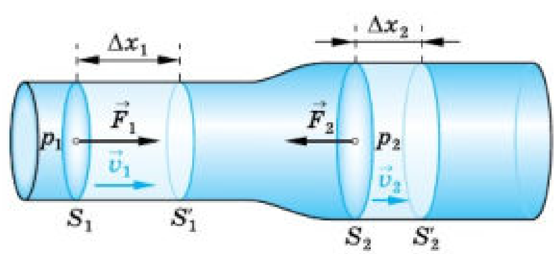
Решение.

Выделим объём жидкости, ограниченный сечениями S_1 и S_2 трубы, где скорость жидкости равна v_1 и v_2 соответственно (рис. 116). Через малый промежуток времени этот объём займёт положение между сечениями S_1' и S_2'. При этом его левая граница переместится на расстояние Δx_1, а правая — на Δx_2.

В сечении S_1 давление жидкости равно p_1, и сила давления $F_1 = p_1S_1$ за рассматриваемое время совершает положительную работу $A_1 = F_1\Delta x_1 = p_1S_1\Delta x_1$. В сечении S_2 давление жидкости равно p_2, и сила давления $F_2 = p_2S_2$, направленная противоположно перемещению, совершает отрицательную работу $A_2 = -F_2\Delta x_2 = -p_2S_2\Delta x_2$. Полная работа внешних сил равна

$$A = A_1 + A_2 = p_1S_1\Delta x_1 - p_2S_2\Delta x_2.$$

Считая жидкость несжимаемой, обозначим $\Delta V = S_1\Delta x_1 = S_2\Delta x_2$ и представим эту работу в виде $A = (p_1 - p_2)\,\Delta V$.



116 Связь между давлением и скоростью жидкости, протекающей по трубе

На основании закона изменения механической энергии (107), учитывая, что энергия жидкости между сечениями S_1' и S_2 не изменяется, получим:

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \frac{\Delta m v_2^2}{2} - \frac{\Delta m v_1^2}{2},$$

где E_{k1} и E_{k2} — кинетические энергии выделенного объёма жидкости до и после перемещения, Δm — масса жидкости в объёме между сечениями S_1 и S_1'.
С учётом того, что плотность жидкости $\rho = \dfrac{\Delta m}{\Delta V}$, можно записать

$$(p_1 - p_2)\,\Delta V = \frac{\rho \Delta V v_2^2}{2} - \frac{\rho \Delta V v_1^2}{2}.$$

Разделив обе части этого равенства на ΔV, получим связь между давлением и скоростью жидкости:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

ВОПРОСЫ

1. Из чего складывается полная механическая энергия системы? Сформулируйте закон изменения механической энергии.
2. Выделите главный отличительный признак консервативной системы тел.
3. При каких условиях полная механическая энергия системы сохраняется?
4. Воспользовавшись решением задачи I (см. рис. 114), определите скорость мяча, падающего на Землю без начальной скорости с высоты 1,5 м.
5. Почему снаряды, выпущенные из одного орудия под разными углами к горизонту, имеют одинаковую скорость на одной и той же высоте?

ЗАДАЧИ

1. Найдите максимальную высоту, на которую поднимется камень, брошенный вертикально вверх со скоростью v_0 = 20 м/с.
2. Пружинный пистолет выбрасывает резиновую пулю на высоту 18 м над поверхностью Земли. На какую максимальную высоту поднялась бы пуля, если бы выстрел был сделан с поверхности Марса?
3. Найдите скорость входа прыгуна в воду с пятиметрового трамплина, если начальная горизонтальная скорость спортсмена v_0 = 5 м/с.
4. Авиалайнер летит на высоте 9,2 км со скоростью 1080 км/ч. Принимая, что нуль отсчёта потенциальной энергии находится на поверхности Земли, найдите, какую часть от полной механической энергии составляют соответственно кинетическая и потенциальная энергии.
5. Ядро массой m = 5 кг свободно падает на Землю с высоты H = 10 м. Определите изменения потенциальной и кинетической энергий ядра в точке падения. Найдите скорость ядра на высоте h = 5 м и при ударе о Землю, пренебрегая сопротивлением воздуха.

§ 34. Абсолютно неупругое и абсолютно упругое столкновения

Виды столкновений. Под столкновением в физике понимают взаимодействие тел при их относительном перемещении. Кратковременное взаимодействие называют *ударом*. Для классификации результата этого взаимодействия вводят понятия абсолютно неупругого и абсолютно упругого ударов.

Абсолютно неупругий удар — столкновение тел, в результате которого тела движутся как единое целое.

Примерами абсолютно неупругого удара является столкновение метеорита с Землёй, мухи с лобовым стеклом автомобиля, пули с песком, захват нейтрона ядром урана, присоединение электрона ионом и т. д.

Абсолютно упругий удар — столкновение, при котором деформация тел оказывается обратимой, т. е. исчезает после прекращения взаимодействия.

Например, футбольный мяч после удара о стенку восстанавливает шарообразную форму.

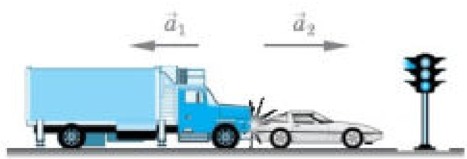
Абсолютно упруго сталкиваются многие элементарные частицы, бильярдные шары, теннисный мяч с ракеткой.

Абсолютно неупругий и абсолютно упругий удары являются физическими моделями для описания реальных столкновений (рис. 117).

Абсолютно неупругий удар. Рассмотрим в качестве примера абсолютно неупругого удара столкновение грузовика, движущегося со скоростью v_0 = 36 км/ч = 10 м/с, с легковым автомобилем, стоящим у светофора (рис. 118).

117

Неупругий удар пули о яблоко: яблоко деформируется, пуля теряет часть энергии



118

Абсолютно неупругое столкновение грузовика с легковым автомобилем

Длительность удара $\Delta t = 0{,}2$ с. Масса грузовика $m_1 = 4000$ кг, масса автомобиля $m_2 = 1000$ кг.

Найдём скорость грузовика и автомобиля в результате удара.

При рассмотрении такого столкновения силы сцепления колёс автомобилей с дорогой (внешние силы) много меньше сил, возникающих при деформации автомобилей (внутренние силы). Поэтому рассматриваемую систему можно считать замкнутой и использовать для неё закон сохранения импульса:

$$m_1\vec{v}_0 = (m_1 + m_2)\vec{v},$$

где v — их общая скорость после удара.

Тогда

$$\vec{v} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\,\vec{v}_0.$$

Изменение скорости грузовика и автомобиля в результате столкновения соответственно равно

$$\Delta\vec{v}_1 = \vec{v} - \vec{v}_0 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_0 - \vec{v}_0 = \vec{v}_0\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} - 1\right) = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}\,\vec{v}_0,$$

$$\Delta\vec{v}_2 = \vec{v} - 0 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\,\vec{v}_0.$$

В результате столкновения грузовик получает ускорение

$$\vec{a}_1 = \frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2}\,\frac{\vec{v}_0}{\Delta t}.$$

Знак «минус» означает, что ускорение грузовика направлено противоположно скорости его движения: $\vec{a}_1 \uparrow\downarrow \vec{v}_0$ *(движение замедленное).*

Ускорение автомобиля после столкновения

$$\vec{a}_2 = \frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t} = \frac{\vec{v}}{\Delta t} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\,\frac{\vec{v}_0}{\Delta t}.$$

При этом $\vec{a}_2 \uparrow\uparrow \vec{v}$ (движение ускоренное) и $|\vec{v}_0| = v_0$.

Подставляя числовые значения, находим

$$a_1 = \frac{1000}{4000 + 1000} \cdot \frac{10}{0{,}2}\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx g,$$

$$a_2 = \frac{4000}{4000 + 1000} \cdot \frac{10}{0{,}2}\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 40\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 4g.$$

Сравнение ускорений a_1 и a_2 показывает, что перегрузка, которой подвергаются пассажиры автомобиля при таком столкновении, гораздо больше перегрузки водителя грузовика.

При абсолютно неупругом ударе кинетическая энергия системы не сохраняется.

Часть кинетической энергии грузовика, которая расходуется на деформацию автомашин, определяется из соотношения

$$\gamma = \left(\frac{m_1 v_0^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}\right) : \frac{m_1 v_0^2}{2}.$$

Подставляя v в это соотношение, находим

$$\gamma = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Пассажиры автомобиля, не пристёгнутые ремнём безопасности, после лобового столкновения автомобилей продолжают по инерции движение вперёд. Силы реакции приборного щитка, ветрового стекла, действующие на пассажиров, оказываются значительными из-за большого ускорения, приобретаемого пассажирами, и могут привести к серьёзным травмам.

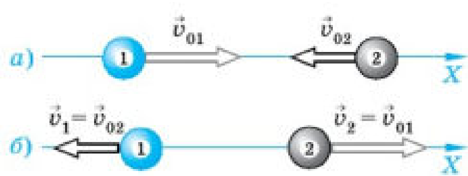
Абсолютно упругий удар. Рассмотрим столкновение двух бильярдных шаров, имеющих одинаковую массу m и движущихся навстречу друг другу со скоростями v_{01} и v_{02}, направленными вдоль линии, соединяющей центры шаров, — центральный удар (рис. 119). Найдём скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ шаров после удара.

Закон сохранения импульса в проекциях на ось X для замкнутой системы шаров имеет вид

$$mv_{01} - mv_{02} = mv_{1x} + mv_{2x}. \qquad (109)$$

Уравнение (109) содержит два неизвестных: v_{1x} и v_{2x}. Для их однозначного определения требуется ещё одно уравнение — закон сохранения энергии (при абсолютно упругом ударе кинетическая энергия системы сохраняется):

$$\frac{mv_{01}^2}{2} + \frac{mv_{02}^2}{2} = \frac{mv_{1x}^2}{2} + \frac{mv_{2x}^2}{2}. \qquad (110)$$



119

Упругий удар бильярдных шаров: а — система до столкновения; б — система после столкновения

Сокращая обе части равенства (109) на m и обе части уравнения (110) на $m/2$ и перегруппировывая слагаемые, получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} v_{01} - v_{1x} = v_{2x} + v_{02}, \\ v_{01}^2 - v_{1x}^2 = v_{2x}^2 - v_{02}^2. \end{cases} \quad (111)$$

Разделив почленно второе уравнение системы (111) на первое, приходим к системе, определяющей скорости шаров после удара:

$$\begin{cases} v_{01} - v_{1x} = v_{2x} + v_{02}, \\ v_{01} + v_{1x} = v_{2x} - v_{02}. \end{cases} \quad (112)$$

Вычитая из второго уравнения системы первое, получаем

$$v_{1x} = -v_{02}.$$

Знак «минус» означает, что скорость первого шара после столкновения направлена противоположно оси X.

Сложение уравнений системы (112) даёт

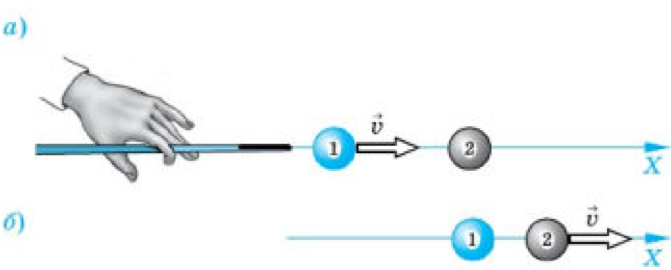
$$v_{2x} = v_{01}.$$

В результате центрального упругого столкновения одинаковые шары обмениваются проекциями скорости на линию, соединяющую их центры.

Шар, движущийся с большей начальной скоростью, при этом замедляется, теряя энергию, а более медленный ускоряется, приобретая энергию.

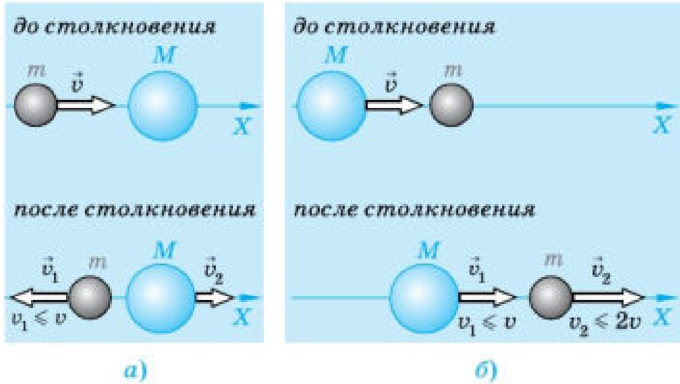
При упругом центральном ударе покоящийся шар приобретает бóльшую скорость, чем при неупругом ударе, при котором часть энергии расходуется на деформацию шара.

В частном случае — если один шар движется со скоростью $v_{01} = v$, а второй шар покоится, $v_{02} = 0$. После соударения первый шар остановится: $v_{1x} = 0$, а другой начнёт двигаться со скоростью $v_{2x} = v$ (рис. 120).



120

Упругое центральное столкновение движущегося бильярдного шара с неподвижным: а — система до столкновения; б — система после столкновения



121 *Столкновение шарика для настольного тенниса с бильярдным шаром ($m \ll M$): а — до столкновения неподвижен шар; б — до столкновения неподвижен шарик*

При центральном ударе шаров движущийся шар останавливается, а неподвижный приобретает скорость движущегося.

Скорости тел различной массы после абсолютно упругого удара зависят от соотношения масс тел **(рис. 121).**

При нецентральном абсолютно упругом столкновении одинаковых шаров они разлетаются под углом 90° друг к другу.

ВОПРОСЫ

1. Какой удар является абсолютно неупругим? Приведите примеры такого удара.
2. Какой удар считается абсолютно упругим? Приведите примеры такого удара.
3. Почему в результате абсолютно неупругого удара шаров их суммарная кинетическая энергия уменьшается?
4. Покоящийся шар приобретает скорость в результате центрального соударения с другим шаром. При каком ударе (упругом или неупругом) эта скорость больше? Почему?
5. Почему в результате абсолютно упругого столкновения одинаковых шаров шар, движущийся с большей скоростью, замедляется, а шар, движущийся с меньшей скоростью, ускоряется?

ЗАДАЧИ

1. Какой молоток (лёгкий или тяжёлый) при ковке теряет бо́льшую часть своей энергии? Почему?
2. Во сколько раз скорость, приобретаемая при ударе двух одинаковых шаров неподвижным шаром, больше при упругом ударе, чем при неупругом?
3. Какую часть своей первоначальной энергии теряет электрон при центральном упругом соударении с неподвижным атомом? Масса электрона m_e много меньше массы атома $m_а$.
4. При радиоактивном (самопроизвольном) делении неподвижное ядро атома может распадаться на две частицы с различной массой m_1 и m_2. С помощью законов сохранения импульса и энергии покажите, что энергия продуктов распада

обратно пропорциональна их массе, т. е. менее массивная частица уносит бóльшую энергию.

5. Пуля массой m = 9 г, летящая со скоростью v_0 = 600 м/с, попадает в ящик с песком массой M = 2 кг, висящий на верёвке длиной l = 2 м, прикреплённой к потолку, и застревает в нём. Какая часть энергии пули была израсходована на деформацию ящика? На какой максимальный угол от вертикали отклонится верёвка в результате выстрела?

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. В каких ситуациях понятие «замкнутая система» имеет смысл для описания жизнедеятельности человека?

2. Подготовьте доклад «Закон сохранения импульса в живой и неживой природе».

3. Импульс и работа силы являются временнóй и пространственной характеристиками действия силы. Можно ли ввести аналогичные величины, описывающие жизнедеятельность человека? Ответ аргументируйте.

4. В каких единицах можно измерить работу человека?

5. Выполняется ли принцип минимума потенциальной энергии в жизнедеятельности человека?

6. Используя различные графические средства, сделайте «линейку» мощностей в живой и неживой природе.

7. Возникают ли в жизни человека ситуации, когда он становится участником абсолютно упругих или абсолютно неупругих столкновений? Приведите примеры.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- Взаимодействие тел происходит в пространстве и во времени.

  Временнóй характеристикой действия силы является произведение силы и длительности её действия — импульс силы $F\Delta t$.

  Единица импульса силы — *ньютон-секунда* (Н · с).

  Импульс силы определяет изменение импульса тела $\vec{p}$:

$$\vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}\Delta t.$$

- **Импульс тела** — векторная физическая величина, равная произведению массы тела и его скорости и имеющая направление скорости:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

  Соответственно при $t = 0$

$$\vec{p}_0 = m\vec{v}_0,$$

  где $\vec{v}_0$ — скорость тела в начальный момент времени.

  Единица импульса тела — *килограмм-метр в секунду* (кг · м/с).

- **Импульс системы тел** — векторная сумма импульсов тел, входящих в систему.

  Замкнутая система — система тел, для которой равнодействующая внешних сил равна нулю.

- **Закон сохранения импульса:** *в инерциальной системе отсчёта суммарный импульс замкнутой системы тел остаётся постоянным* *при любых взаимодействиях тел системы между собой.*

Закон сохранения импульса — теоретическая основа реактивного движения.

- Пространственной характеристикой действия силы является **работа силы** — произведение проекции силы на ось X и перемещения по этой оси:

$$A = (F\cos\alpha)\Delta x,$$

где F — модуль силы, Δx — модуль перемещения, α — угол между векторами силы и перемещения.

Единица работы — *джоуль* (Дж):

1 Дж = 1 кг · м^2/с^2.

- В механике силы делят на две группы: потенциальные и непотенциальные.

- **Потенциальная сила** — сила, работа которой при перемещении материальной точки зависит только от начального и конечного положений тела в пространстве. Для непотенциальной силы работа зависит от траектории движения тела между начальным и конечным положениями тела.

Потенциальная энергия тела в данной точке — скалярная физическая величина, равная работе, совершаемой потенциальной силой при перемещении тела из этой точки в точку, принятую за нуль потенциальной энергии.

Потенциальная энергия тела на высоте H над поверхностью Земли

$$E_p = mgH.$$

- **Принцип минимума потенциальной энергии:** *любая замкнутая система стремится перейти в такое состояние, в котором её потенциальная энергия минимальна.*

Потенциальная энергия тела массой m в поле силы тяжести Земли, находящегося на расстоянии r от её центра:

$$E_p(r) = -G\frac{mM_\oplus}{r},$$

где $M_\oplus$ — масса Земли.

Нуль потенциальной энергии находится на бесконечно большом расстоянии от центра Земли.

Потенциальная энергия упругодеформированной пружины жёсткостью k, растянутой на величину x:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}.$$

Нуль потенциальной энергии ($E_p = 0$) соответствует нерастянутой пружине, удлинение x которой равно нулю.

- **Кинетическая энергия тела** — скалярная физическая величина, равная половине произведения массы тела и квадрата его скорости:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Соответственно

$$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2},$$

где v_0 — скорость тела в начальный момент времени.

- **Теорема о кинетической энергии:** *изменение кинетической энергии материальной точки равно работе всех сил, действующих на эту точку:*

$$E_k - E_{k0} = A.$$

- **Средняя мощность** — скалярная физическая величина, равная отношению работы к промежутку времени, за который она совершена:

$$P_{\text{ср}} = \frac{A}{t}.$$

Единица мощности — *ватт* (Вт):

1 Вт = 1 Дж/с.

- **Мгновенная мощность** — скалярная физическая величина, равная отношению работы к промежутку времени Δt, в течение которого она совершена ($\Delta t \to 0$).

- **Полная механическая энергия системы** — сумма её кинетической и потенциальной энергий:

$$E = E_k + E_p.$$

- **Кинетическая энергия** — энергия, обусловленная движением тела. Потенциальная энергия — энергия взаимодействия тела с другими телами.

- **Закон изменения механической энергии:** *изменение механической энергии системы равно работе всех непотенциальных сил:*

$$(E_k + E_p) - (E_{k0} + E_{p0}) = A_{np}.$$

Консервативная система — механическая система, в которой действуют только потенциальные силы.

- **Закон сохранения механической энергии:** *в замкнутой консервативной системе полная механическая энергия сохраняется* (*не изменяется со временем*):

$$E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0}.$$

Кинетическая энергия может переходить в потенциальную и обратно в равных количествах.
Закон сохранения механической энергии является следствием однородности времени.
Однородность времени означает, что одинаковые физические эксперименты, поставленные в различные моменты времени, дают одинаковые результаты.

- **Абсолютно неупругий удар** — столкновение тел, в результате которого тела движутся как единое целое.
При таком ударе кинетическая энергия системы не сохраняется.

- **Абсолютно упругий удар** — столкновение, при котором деформация тел оказывается обратимой, т. е. исчезает после прекращения взаимодействия.
В результате центрального упругого столкновения одинаковые шары обмениваются проекциями скорости на линию, соединяющую их центры.

5 Динамика периодического движения

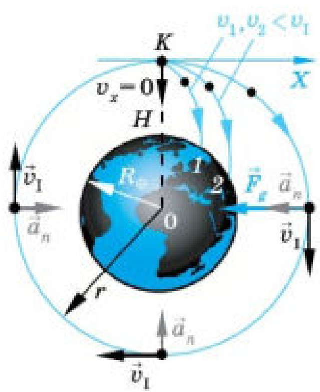
§ 35. Законы механики и движение небесных тел

Траектория тел, движущихся с малой скоростью. При рассмотрении кинематики периодического движения (см. § 16), такого как вращение Земли и других планет вокруг Солнца, движение спутников планет, мы предполагали, что их скорости вращения известны. Теперь нам предстоит рассчитать эти скорости, полагая, что единственной силой, удерживающей планеты вблизи Солнца, Солнце в Галактике, силой, приводящей к образованию отдельных звёзд и звёздных скоплений, является сила гравитационного притяжения.

Казалось бы, что под действием гравитационного притяжения все тела во Вселенной должны стянуться в одно плотное образование. Однако этого не происходит. Что же препятствует такому объединению тел?

Рассмотрим в качестве примера тело массой m, находящееся в точке K на высоте H над поверхностью Земли (рис. 122). На тело со стороны Земли действует сила тяжести $m\vec{g}$, направленная к центру Земли. Если начальная скорость тела равна нулю (либо направлена к центру Земли), то тело свободно падает на Землю по прямой, вдоль линии действия силы тяжести.

При наличии горизонтальной компоненты начальной скорости υ_1 тело движется практически по параболической траектории, падая на Землю в точке *1*. С увеличением начальной скорости по оси X ($\upsilon_2 > \upsilon_1$) тело падает на Землю в точке *2*, находящейся на большем расстоянии от точки K, чем точка *1*.



▲ 122

Траектория движения тел, имеющих начальную скорость, не превышающую первую космическую скорость, в гравитационном поле Земли

Первая космическая скорость. Начиная с некоторой скорости υ_{I}, названной *первой космической* (или *круговой*) *скоростью*, тело вращается вокруг Земли так быстро, что не падает на Землю. Становясь искусственным спутником Земли, тело движется вокруг неё по круговой орбите.

Первая космическая (круговая) скорость — минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли (или небесного тела), чтобы тело могло двигаться вокруг Земли (или небесного тела) по круговой орбите.

При движении тела вокруг Земли по окружности радиусом $R_\oplus + H$ на тело действует гравитационная сила

$$F_g = G\frac{mM_\oplus}{(R_\oplus + H)^2},$$

сообщающая телу нормальное (центростремительное) ускорение

$$a_n = \frac{v^2}{R_\oplus + H}.$$

По второму закону Ньютона

$$m\frac{v^2}{R_\oplus + H} = G\frac{mM_\oplus}{(R_\oplus + H)^2}.$$

Сокращая обе части равенства на $\frac{m}{R_\oplus + H}$, получаем горизонтальную скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно двигалось по окружности вокруг Земли на высоте H:

$$v = \sqrt{G\frac{M_\oplus}{R_\oplus + H}}.$$

Если тело запускается на круговую орбиту с поверхности Земли на небольшую высоту H ($H \ll R_\oplus$), то

$$v_\mathrm{I} = \sqrt{G\frac{M_\oplus}{R_\oplus}}.$$

Чем больше масса планеты, тем большая скорость требуется для запуска ракеты с её поверхности.

Согласно формуле (63) $G\frac{M_\oplus}{R_\oplus^2} = g$, поэтому

$$\boldsymbol{v_\mathrm{I} = \sqrt{gR_\oplus}}. \qquad (113)$$

Первая космическая скорость

$$v_{\mathrm{I}} = \sqrt{9{,}8\ \text{м/с}^2 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6\ \text{м}} = 7{,}9\ \text{км/с}.$$

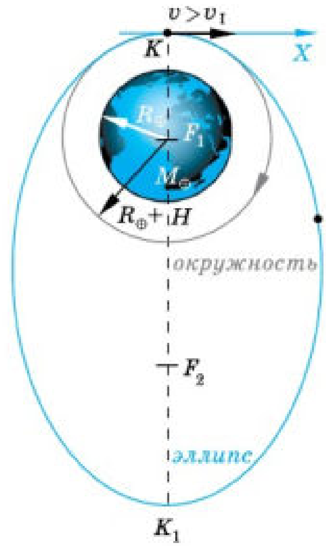
С увеличением высоты орбиты круговая скорость уменьшается. Например, на высоте 200 км круговая скорость меньше первой космической на 124 м/с.

Если начальная скорость тела превысит круговую скорость, то тело удалится от Земли на большее расстояние, однако сила гравитации удержит его вблизи Земли. При этом тело, оставаясь спутником Земли, движется по эллиптической орбите, вытянутой вдоль направления, перпендикулярного направлению начальной скорости (рис. 123).

Наиболее простое построение эллипса показано на рисунке 124 по аналогии с достаточно «экзотическим» способом изображения окружности.

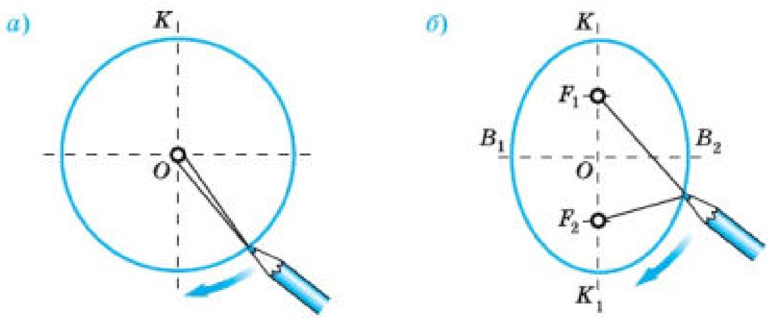
Фокус F_1 эллиптической орбиты спутника (см. рис. 123) совпадает с центром Земли.

F_1K — *перигей орбиты* (наименьшее удаление спутника от центра Земли);



▲ 123

Эллиптическая орбита спутника Земли ($v > v_1$)



▲ 124

Окружность как частный случай эллипса:
а — построение окружности: привязав разные концы одной нити к двум булавкам, воткнутым в одну точку O, карандашом, натягивающим нить, соединяют все возможные точки;
б — построение эллипса: раздвинув булавки и закрепив их в двух точках F_1 и F_2, называемых фокусами, используют тот же приём построения.
KK_1 — большая ось эллипса, B_1B_2 — малая ось эллипса

F_1K_1 — *апогей орбиты* (наибольшее удаление спутника от центра Земли).

При дальнейшем увеличении скорости запуска тело всё дальше удаляется от Земли, при этом эллиптическая орбита существенно вытягивается.

Вторая космическая скорость. Найдём скорость, начиная с которой тело способно вырваться в космическое пространство, преодолев притяжение Земли, т. е. удалиться от Земли на бесконечно большое расстояние.

Вторая космическая скорость — минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли (или небесного тела) для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Земли (или небесного тела).

Для вычисления второй космической скорости воспользуемся законом сохранения механической энергии (см. § 33). Кинетическая энергия тела массой m при запуске $E_{k0} = \frac{mv_{\text{II}}^2}{2}$, а его начальная потенциальная энергия $E_{p0} = -mgR_{\oplus}$.

При удалении тела на бесконечно большое расстояние от Земли его потенциальная энергия $E_p = 0$. Скорость запуска будет минимальной, если в конечном состоянии скорость ракеты обратится в нуль. Следовательно, $E_k = 0$.

В рассматриваемом случае закон сохранения механической энергии имеет вид

$$0 = \frac{mv_{\text{II}}^2}{2} - mgR_{\oplus}.$$

Значит, *вторая космическая скорость*

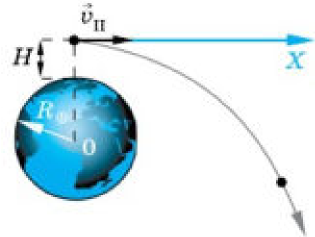
$$\boldsymbol{v_{\text{II}} = \sqrt{2gR_{\oplus}} = 11{,}2\ \text{км/с}.}$$

Вторая космическая скорость в $\sqrt{2}$ раза больше первой космической.

При однократном выстреле с поверхности Земли ракета, стартующая со второй космической скоростью, сгорела бы из-за нагревания в результате трения о воздух в плотных слоях атмосферы, поэтому космическая ракета ускоряется постепенно, набирая вторую космическую скорость в сильно разреженных верхних слоях атмосферы.

Развив вторую космическую скорость, ракета движется по параболе. Параболическая траектория ракеты, запущенной с поверхности Земли со второй космической скоростью, показана на рисунке 125.

При запуске ракеты с поверхности Земли со скоростью, большей второй космической ($v > v_{II}$), ракета преодолевает гравитационное притяжение Земли, имея на бесконечно большом расстоянии от неё определённую скорость. В этом случае ракета движется по гиперболической траектории. Так же как и в случае запуска со второй космической скоростью, движение ракеты уже не является периодическим. Возможные траектории ракеты при разных горизонтальных начальных скоростях запуска показаны на рисунке 126.

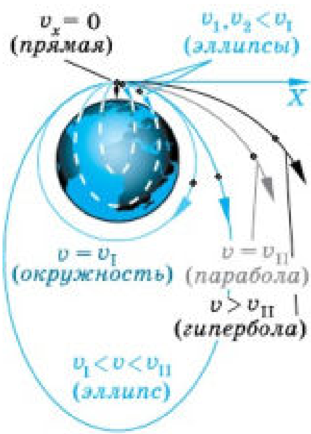


▲ 125

Параболическая траектория ракеты, удаляющейся от Земли со второй космической скоростью

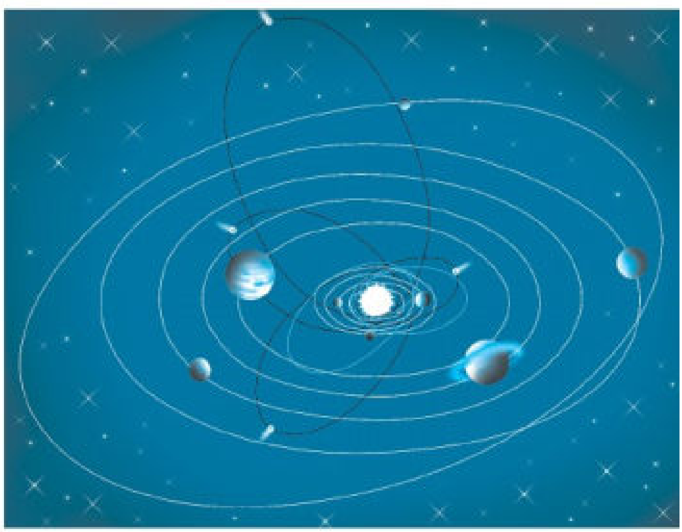
Строго говоря, движение тел со скоростью, меньшей первой космической ($v < v_I$), происходит по эллипсу, у которого фокус F_2 находится в центре Земли.

Планеты и кометы Солнечной системы движутся по эллиптическим орбитам вокруг основного центра гравитационного притяжения — Солнца (рис. 127).



▲ 126

Траектория снарядов, вылетающих горизонтально вблизи поверхности Земли с различными скоростями



▲ 127

Эллиптические орбиты планет и комет. Орбиты планет лежат примерно в одной плоскости. Движение комет происходит в различных плоскостях

Третья космическая скорость — минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Солнца: $\upsilon_{\text{III}} = 16{,}7$ км/с.

Впервые в истории человечества, развив скорость $\upsilon > \upsilon_{\text{III}}$, автоматическая межпланетная станция «Пионер-10» в 1983 г. пересекла орбиту Нептуна, следующие 20 лет аппарат продолжал измерения космических лучей и солнечного ветра в области пояса Койпера, но подлинной границы Солнечной системы так и не достиг.

В таблице 13 приведены средние расстояния $r_{\odot}$ от Солнца до ближайших планет, периоды обращения планет T вокруг Солнца и вторая космическая скорость υ_{II} на этих планетах.

Таблица 13

Некоторые характеристики ближайших планет Солнечной системы

Планета	$r_{\odot}$, а. е.*	T, лет	υ_{II}, км/с	Планета	$r_{\odot}$, а. е.*	T, лет	υ_{II}, км/с
Меркурий	0,39	0,24	4,2	Марс	1,53	1,88	5,0
Венера	0,72	0,62	10,3	Юпитер	5,21	11,9	60,0
Земля	1,00	1,00	11,2	Сатурн	9,55	29,5	36,1

* Астрономическая единица — среднее расстояние от Земли до Солнца: 1 а. е. $= 1{,}5 \cdot 10^8$ км.

ВОПРОСЫ

1. Что называют первой и второй космической скоростью? Каковы их значения?
2. Сформулируйте определения перигея и апогея эллиптической орбиты.
3. По какой траектории движется тело, имеющее скорость: 1) $\upsilon < \upsilon_{\text{I}}$; 2) $\upsilon = \upsilon_{\text{I}}$; 3) $\upsilon_{\text{I}} < \upsilon < \upsilon_{\text{II}}$; 4) $\upsilon = \upsilon_{\text{II}}$; 5) $\upsilon > \upsilon_{\text{II}}$?
4. Какой фактор способствует стягиванию всех тел во Вселенной в одно сплошное образование и какой фактор препятствует этому объединению?
5. Солнце притягивает Луну сильнее, чем Земля. Почему в таком случае Луна — спутник Земли, а не самостоятельная планета?

ЗАДАЧИ

1. Спутник вращается вокруг Земли на небольшой высоте. Определите период его обращения, если радиус Земли $R = 6400$ км.
2. Чему равна плотность планеты, если период обращения вокруг неё спутника, движущегося на небольшой высоте, равен T?
3. Вокруг звезды по круговым орбитам, радиусы которых R_1 и R_2, вращаются две планеты. Период обращения первой планеты T_1. Найдите период обращения второй планеты.
4. Чему равна первая космическая скорость на планете, масса и радиус которой в 2 раза больше, чем у Земли?
5. Найдите вторую космическую скорость для планеты, имеющей радиус, равный радиусу Земли, и плотность, в 4 раза превышающую плотность Земли.

§ 36. Динамика свободных колебаний

Свободные колебания пружинного маятника. При рассмотрении кинематики периодических движений мы отмечали, что колебательное движение происходит вдоль одного и того же отрезка с периодическим изменением направления движения (подобно колебаниям маятника). Теперь нам предстоит выяснить причины возникновения и существования колебательного движения, определить его период, пространственные масштабы и энергетические характеристики.

Принципиально возможны два варианта колебаний в системе: под действием внешних и внутренних сил.

Вынужденные колебания — колебания, происходящие под действием внешней периодической силы.

Примером вынужденных колебаний является раскачивание боксёрской груши при периодических ударах по ней. К вынужденным колебаниям относится движение иглы швейной машины.

Свободные (собственные) колебания — колебания, происходящие под действием внутренних сил в системе, выведенной из положения равновесия и предоставленной самой себе.

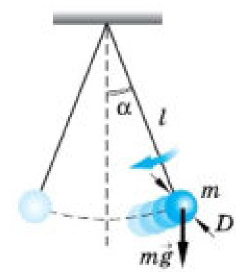
Такими колебаниями являются, например, колебания маятника (рис. 128).

Главной особенностью систем, в которых происходят свободные колебания, является наличие у них положения устойчивого равновесия.

Необходимые условия для возникновения свободных колебаний:

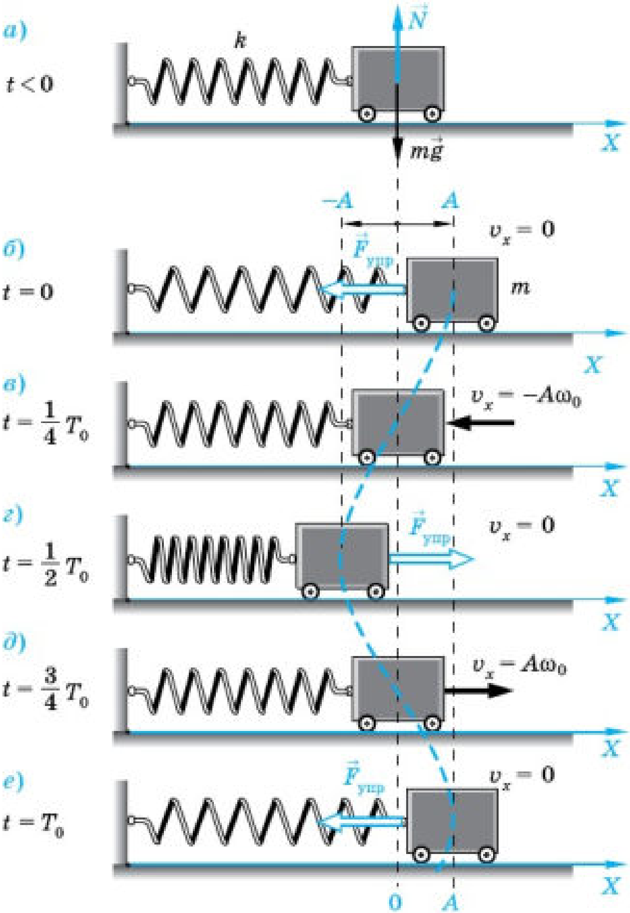
- наличие энергии, избыточной по сравнению с энергией системы в положении устойчивого равновесия;
- наличие инертности;
- работа силы трения в системе должна быть значительно меньше избыточной энергии.

В отсутствие этих условий колебания быстро затухают или не возникают вообще.



128

Математический маятник:
1) $m \gg m_{нити}$;
2) $\Delta l \ll l$;
3) $D \ll l$



129

Свободные (собственные) колебания пружинного маятника:
а — груз в положении равновесия (нерастянутая пружина);
б — начальное отклонение груза (максимальное растяжение);
в — возвращение груза в положение равновесия (максимальная скорость);
г — остановка груза (максимальное сжатие пружины);
д — прохождение грузом положения равновесия (максимальная скорость);
е — возвращение груза в начальное положение (максимальное растяжение)

Рассмотрим свободные колебания горизонтального пружинного маятника (рис. 129).

Он состоит из тележки массой m, прикреплённой к вертикальной стенке пружиной жёсткостью k. Тележка может практически без трения перемещаться по горизонтальной поверхности. При любом положении тележки сила тяжести $m\vec{g}$ и сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ уравновешивают друг друга.

При растяжении пружины на $x_0 = A$ на тело начинает действовать сила упругости, направленная к положению равновесия. Если отпустить тело в момент времени $t = 0$, то оно начинает двигаться влево. Пройдя по инерции положение равновесия, в котором сила упругости становится равной нулю, тело начинает сжимать пружину. При сжатии пружины появляется возрастающая сила упругости, направленная вправо. Именно она затормозит тело на расстоянии A слева от положения равновесия (координата тела по оси X в этот момент времени $t = T_0/2$ равна $-A$).

Точка поворота — точка, в которой скорость колеблющегося тела равна нулю. Под действием силы упругости тело начинает двигаться вправо к положению равновесия. Пройдя его по инерции, тело, растягивая пружину, через промежуток времени T_0, равный периоду колебаний, попадает в первоначальное положение. Затем процесс колебаний пружинного маятника повторяется.

Период колебаний — интервал времени, в течение которого происходит одно полное колебание.

Свободные колебания пружинного маятника являются гармоническими, т. е. отклонение маятника от положения равновесия изменяется со временем косинусоидально:

$$x = A\cos \omega_0 t, \qquad (114)$$

где A — амплитуда колебаний.

Аргумент косинуса (или синуса) при гармонических колебаниях характеризует фазу колебаний

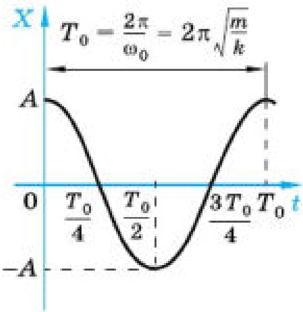
$$\alpha = \omega_0 t.$$

Так как косинус изменяется в пределах от (−1) до (+1), то координата тела лежит в промежутке $-A \leqslant x \leqslant A$. Напомним, что

амплитуда колебаний — максимальное отклонение колеблющейся величины от положения равновесия.

Такой величиной может быть не обязательно координата, как в рассматриваемом случае, но и давление, сила тока, сопротивление и т. д.

При рассмотрении гармонических колебаний величина ω_0 называется *циклической частотой* (а не угловой скоростью, как при вращательном движении).



130

График свободных гармонических колебаний пружинного маятника

График свободных гармонических колебаний приведён на рисунке 130.

Чтобы найти период гармонических колебаний пружинного маятника, воспользуемся вторым законом Ньютона, записанным в проекциях на ось X:

$$ma_x = F_{\text{упр}\,x}.$$

С учётом закона Гука

$$ma_x = -kx. \qquad (115)$$

Подставляя в эту формулу зависимость координаты x (114) и ускорения a_x (40) от времени, получаем

$$-m\omega_0^2 A\cos\omega_0 t = -kA\cos\omega_0 t.$$

Сокращая это равенство на $A\cos\omega_0 t$ и умножая его на (–1), имеем

$$m\omega_0^2 = k. \qquad (116)$$

Следовательно, циклическая частота собственных гармонических колебаний пружинного маятника

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.} \qquad (117)$$

Связь периода свободных колебаний с циклической частотой известна:

$$\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}.} \qquad (118)$$

Таким образом, *период свободных колебаний пружинного маятника не зависит от начальных условий* (*амплитуда, скорость*), *а полностью определяется собственными характеристиками колебательной системы* (*жёсткостью k и массой m*).

Жёсткость пружины характеризует силу взаимодействия (силу упругости): *чем больше жёсткость, тем сильнее воздействие пружины на груз*, тем быстрее он раскачивается и *тем меньше его период колебаний.*

Масса характеризует инертные свойства маятника: *чем больше масса, тем медленнее раскачивается маятник, тем больше его период колебаний.*

Формулу (117) можно получить и из соображений размерности. Размерность $[k]$ = Н/м = кг/с^2, $[m]$ = кг, $[g]$ = м/с^2. Единственной алгебраической комбинацией этих размерностей, дающей размерность с$^{-1}$, является

$$[\omega_0] = \sqrt{\frac{[k]}{[m]}}.$$

Из соображений размерности получается циклическая частота ω_0 и период T_0 свободных колебаний математического маятника массой m с длиной нити l (см. рис. 128). Если $A \to 0$, то период остаётся конечным. Это означает, что при $A \to 0$ период не зависит от A. Следовательно, единственной алгебраической комбинацией $[m]$, $[l]$ и $[g]$, дающей размерность с$^{-1}$, является $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Тогда

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Различные типы колебаний описываются подобно друг другу. Например, колебательное движение жидкости в U-образной трубке аналогично колебаниям маятника.

Энергия свободных колебаний. Рассмотрим взаимосвязь энергии и амплитуды собственных колебаний пружинного маятника. В отсутствие сил трения колебательная система является консервативной, поэтому для неё выполняется закон сохранения полной механической энергии E:

$$E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0}.$$

В начальный момент времени кинетическая энергия маятника, отклонённого на расстояние $x_0 = A$ и отпущенного со скоростью $v_0 = 0$ (см. рис. 129), равна нулю. Согласно выражению (98)

$$E_{p0} = \frac{kA^2}{2}.$$

Следовательно, $E = E_{p0}$.

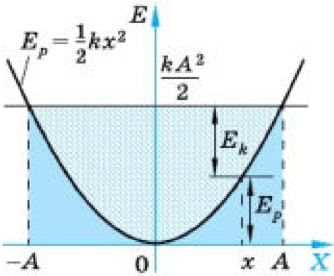
Полная механическая энергия гармонических колебаний пропорциональна квадрату их амплитуды:

$$E = \frac{kA^2}{2}. \qquad (119)$$

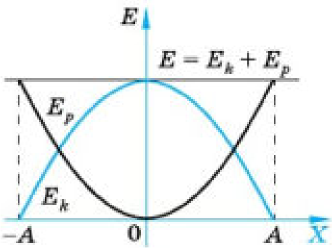
С ростом энергии колебаний возрастает их амплитуда:

$$A = \sqrt{\frac{2E}{k}}. \qquad (120)$$

Как видно из формулы (120), *чем жёстче пружина* (*чем больше* k), *тем при постоянной энергии меньше амплитуда колебаний*.



а)



б)

▲ 131

Кинетическая, потенциальная и полная механическая энергия при свободных гармонических колебаниях

Хотя полная механическая энергия гармонических колебаний пружинного маятника сохраняется, его кинетическая и потенциальная энергия непрерывно изменяются. Потенциальная энергия зависит от координаты по квадратичному закону:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}.$$

Кинетическая энергия маятника в сумме с потенциальной (рис. 131, *а*), согласно закону сохранения энергии, равна полной механической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = E = \frac{kA^2}{2}. \qquad (121)$$

На рисунке 131, *б* изображены графики зависимостей $E_p(x)$ и $E_k(x)$.

Потенциальная энергия максимальна в точках поворота $\left(E_{p\,\max} = \frac{kA^2}{2}\right)$*, когда* $x = \pm A$*, и минимальна* $(E_{p\,\min} = 0)$ *в положении равновесия при* $x = 0$*. Кинетическая энергия, наоборот, минимальна* $(E_{k\,\min} = 0)$ *в точках поворота и максимальна в положении равновесия* $\left(E_{k\,\max} = \frac{kA^2}{2}\right)$.

ВОПРОСЫ

1. При каком условии колебания являются вынужденными? Приведите примеры.
2. Какие колебания называют свободными? Приведите примеры. В чём главная особенность систем, в которых происходят свободные колебания?
3. Дайте определения основных кинематических характеристик колебаний.
4. Как период колебаний пружинного маятника зависит от его массы и жёсткости пружины?
5. Как полная механическая энергия гармонических колебаний зависит от их амплитуды?

ЗАДАЧИ

1. Во сколько раз отличается период колебаний двух пружинных маятников в невесомости? Массы маятников равны m и $2m$, жёсткости пружин маятников одинаковы.

2. Горизонтальному пружинному маятнику сообщается начальная скорость v_0, направленная от положения равновесия. Найдите максимальное отклонение маятника от положения равновесия, если известна частота собственных колебаний маятника ω_0.
3. Смещение горизонтального пружинного маятника массой 10 г от положения равновесия изменяется по закону $x = 0{,}4\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ (м). Определите жёсткость пружины. Постройте графики зависимости кинетической и потенциальной энергии маятника от времени. С какой частотой изменяется с течением времени кинетическая и потенциальная энергия? Чему равна полная механическая энергия маятника?
4. Шарик массой m свободно падает с высоты H на вертикально расположенную пружину, сжимающуюся на величину Δl под действием его удара. Определите жёсткость пружины.
5. Горизонтальный пружинный маятник с периодом собственных колебаний T отклоняют от положения равновесия на расстояние a и отпускают без начальной скорости. Чему равна скорость маятника на расстоянии $a/2$ от положения равновесия?

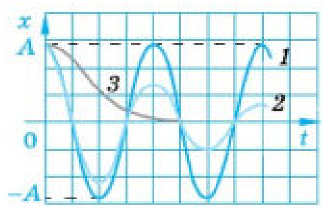
§ 37. Колебательная система под действием внешних сил, не зависящих от времени

Затухающие колебания. Пружинный маятник является удобной моделью для изучения гармонических колебаний (кривая *1* на рис. 132).

В реальной системе механическое движение всегда сопровождается трением. *Силы трения, направленные противоположно перемещению маятника, совершают отрицательную работу, уменьшая его механическую энергию.* Согласно формуле (119) постоянное уменьшение энергии приводит к непрерывному уменьшению амплитуды колебаний. Колебания становятся затухающими (кривая *2* на рис. 132).

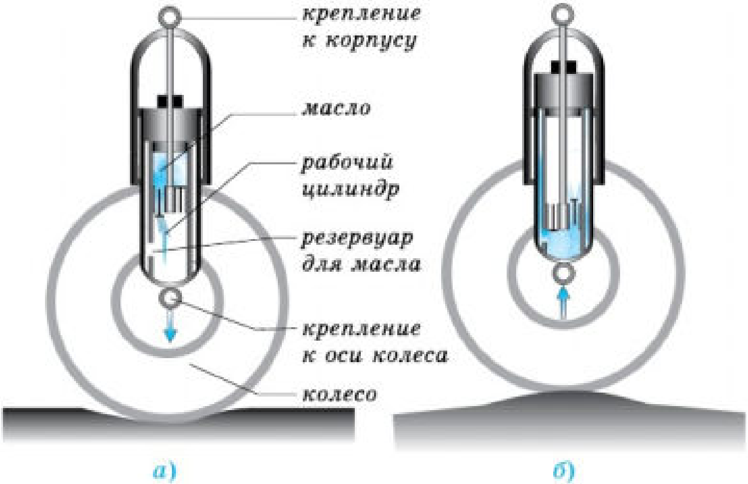
Затухающие колебания — колебания, амплитуда которых уменьшается с течением времени.

Примером таких колебаний являются колебания маятника незаведённых механических часов. Энергия сжатой пружины не может компенсировать потери энергии на трение в опоре и о воздух.



▲ 132

Графики колебаний: 1 — гармонические колебания; 2 — затухающие колебания; 3 — апериодическое движение



133

Схема работы амортизатора:
а — при попадании колеса в яму;
б — при наезде на препятствие

При увеличении трения сопротивление движению оказывается столь значительным, что выведенный из положения равновесия маятник, теряя энергию, не проходит через положение равновесия (кривая *3* на рис. 132). Подобное неповторяющееся движение называется *апериодическим*, т. е. не имеющим периода. Специальным устройством для гашения колебаний кузова автомобиля на неровной дороге, переводящим колебания в апериодический режим, является амортизатор (рис. 133), в котором вязкое трение поршня в масле возрастает с увеличением скорости.

Статическое смещение. Предположим, что на пружинный маятник, находящийся в положении равновесия (рис. 134, *а*), действует постоянная сила $\vec{F}_0$, направленная вдоль оси X (рис. 134, *б*).

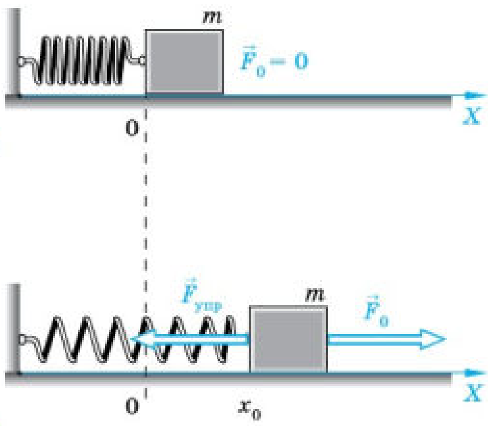
При растяжении пружины возрастает сила упругости, которая при удлинении x_0 компенсирует внешнюю силу F_0. Равновесие возникает при условии равенства сил (см. рис. 134, *б*):

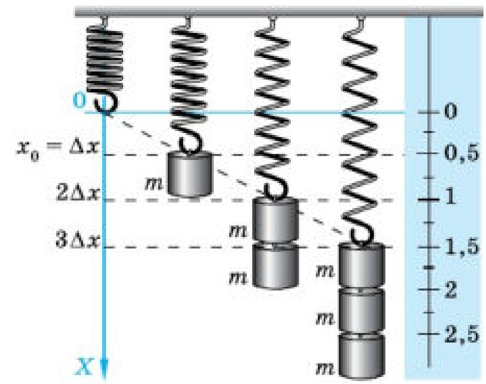
$$F_{\text{упр}} = kx_0 = F_0.$$

Под действием постоянной силы F_0 положение равновесия маятника смещается на

$$x_0 = \frac{F_0}{k}. \qquad (122)$$

Статическое смещение — изменение положения равновесия колебательной системы под действием постоянной силы.





134

Пружинный маятник под действием постоянной силы:

а — $\vec{F} = 0$;

б — $\vec{F} = \text{const}$

135

Измерение массы тела по статическому смещению. Шкала градуируется в единицах массы. Из (122) *следует, что* $m = \frac{k\Delta x}{g}$

Учитывая связь жёсткости k пружины с частотой ω_0 собственных колебаний маятника массой m (см. (116)), представим статическое смещение в виде

$$x_0 = \frac{F_0}{m\omega_0^2}. \tag{123}$$

Измеряя статическое смещение пружины с известной жёсткостью, можно определить массу тела, подвешенного на пружине (рис. 135).

Характеристики свободных колебаний, возникающих в системе, находящейся под действием постоянной силы, оказываются такими же, как и в её отсутствие. Единственное отличие состоит в том, что колебания возникают и происходят относительно нового положения равновесия.

ВОПРОСЫ

1. При каком условии колебания будут затухающими? Приведите примеры.
2. Для какой цели в механических часах используется заводная пружина?
3. Какое движение называют апериодическим? Приведите примеры.
4. При каких условиях в колебательной системе возникает апериодическое движение?

5. Что такое статическое смещение? Изменяются ли характеристики свободных колебаний при наличии статического смещения?

ЗАДАЧИ

1. Чему равно растяжение вертикальной пружины, жёсткость которой k = 245 Н/м, под действием подвешенного груза массой m = 0,5 кг?
2. Два килограмма картофеля вызывают растяжение пружинных весов на 2 см. Определите жёсткость пружины. Чему равен возможный период собственных колебаний этой массы картофеля при незначительной встряске весов?
3. Груз, подвешенный к пружине динамометра, совершает по вертикали гармонические колебания, период которых T = 0,4 с. Найдите растяжение пружины под действием этого груза в отсутствие колебаний.
4. Отклонение от положения равновесия горизонтального пружинного маятника изменяется с течением времени по закону $x = 0{,}04\cos^2 \pi t$ (м). Найдите статическое смещение, амплитуду и период колебаний маятника.
5. Отклонение от положения равновесия горизонтального пружинного маятника массой m = 1 кг зависит от времени по закону $x = -0{,}04\sin^2 \pi t$ (м). Определите статическое смещение, амплитуду, период и циклическую частоту колебаний, число колебаний в единицу времени, жёсткость пружины и постоянную силу, действующую на маятник.

§ 38. Вынужденные колебания. Резонанс

Система, находящаяся в состоянии безразличного равновесия. Наряду со свободными колебаниями, происходящими под действием внутренних сил, в системе возможны вынужденные колебания, вызванные периодической внешней силой.

Эти колебания могут возникать как в *колебательных системах*, т. е. системах, имеющих положение устойчивого равновесия, так и в системах, не обладающих этим свойством.

Рассмотрим тело массой m, покоящееся на гладкой горизонтальной плоскости, находящееся в состоянии безразличного равновесия (рис. 136).

Пусть под действием периодической внешней силы тело совершает вынужденные колебания.

Подобные колебания совершает, например, поршень в цилиндре двигателя внутреннего сгорания или паровой машины.

Найдём отклонение тела от положения равновесия в произвольный момент времени при таких колебаниях.

Будем считать, что внешняя сила изменяется косинусоидально с частотой ω и амплитудой F_0:

$$F_x = F_0 \cos \omega t. \qquad (124)$$

Ускорение тела, согласно второму закону Ньютона,

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{F_0}{m}\cos\omega t, \qquad (125)$$

где $\frac{F_0}{m} = a_0$ — амплитуда ускорения тела.

Вынужденные гармонические колебания тела совершаются по закону

$$x = A\cos\omega t,$$

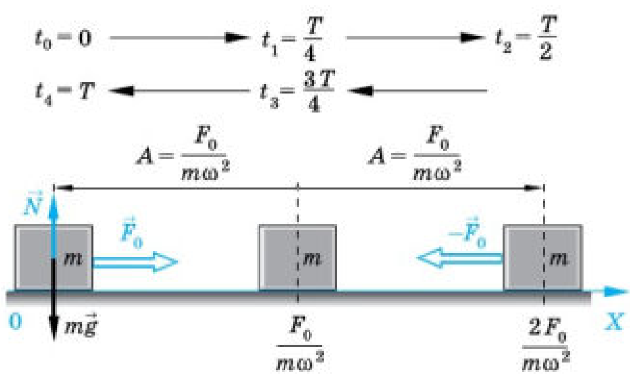
где x — отклонение тела от положения равновесия, A — амплитуда вынужденных колебаний.

Для гармонических колебаний их амплитуда связана с амплитудой ускорения: $A = \frac{a_0}{\omega^2}$, поэтому

$$A = \frac{F_0}{m\omega^2}. \qquad (126)$$

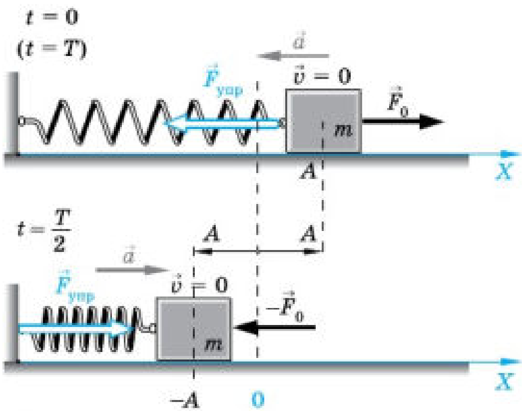
В отличие от статического смещения амплитуду вынужденных гармонических колебаний иногда называют динамическим смещением.

Выбирая начало отсчёта по оси X в начальном положении тела, можно утверждать в соответствии с выражением (126), что оно колеблется между точками $x = 0$ и $x = 2A = \frac{2F_0}{m\omega^2}$ с частотой ω изменения внешней силы. Соответственно период T вынужденных колебаний равен $\frac{2\pi}{\omega}$. Подобное колебательное движение можно наблюдать на соревнованиях конькобежцев, когда при поступательном движении спортсмена его тело смещается вдоль беговой дорожки и ещё колеблется перпендикулярно ей.



136

Вынужденные колебания тела массой m, находящегося в состоянии безразличного равновесия, под действием внешней периодической силы



137

Вынужденные колебания пружинного маятника под действием внешней периодической силы $F_x = F_0 \cos \omega t$

Система, имеющая положение устойчивого равновесия (колебательная система). К системам, имеющим положение устойчивого равновесия, относят, в частности: маятник часов, жидкость в U-образной трубке, ареометр в жидкости, дома, мосты, камертон.

Рассмотрим характерные особенности вынужденных колебаний в системе, в которой возможны собственные колебания с частотой ω_0 в отсутствие внешнего воздействия. Такой системой является, например, пружинный маятник.

Предположим, что на пружинный маятник массой m (жёсткость пружины k) действует по оси X периодическая внешняя сила $F_x = F_0 \cos \omega t$ (рис. 137).

Для определённости будем считать, что в начальный момент времени пружина максимально растянута ($x_0 = A$) и неподвижна ($v_0 = 0$). В этот момент сила упругости пружины $F_{упр} > F_x = F_0$. Если маятник отпустить, то он ускоренно начнёт двигаться влево. После остановки под действием силы упругости сжатой пружины он возвратится в первоначальное положение. Затем процесс повторится. В системе возникнут вынужденные гармонические колебания с частотой вынуждающей силы ω и с амплитудой A:

$$x = A \cos \omega t. \qquad (127)$$

Скорость маятника оказывается максимальной, когда он проходит положение равновесия.

Ускорение маятника максимально по модулю в точках поворота, в которых скорость маятника равна нулю ($x = \pm A$).

Амплитуда вынужденных колебаний. Чтобы найти амплитуду вынужденных колебаний маятника, воспользуемся вторым законом Ньютона. По оси X на маятник действуют сила упругости пружины $F_{упр} = -kx$ и внешняя периодическая сила F_x, поэтому второй закон Ньютона имеет вид

$$ma_x = -kx + F_0 \cos \omega t. \qquad (128)$$

Используя выражение для ускорения при колебательном движении (см. (40) при $r = A$)

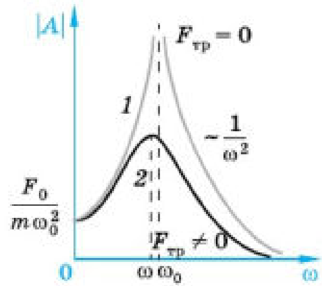
$$a_x = -\omega^2 A \cos \omega t \qquad (129)$$

и формулу (127), запишем второй закон Ньютона в виде

$$-m\omega^2 A\cos\omega t = -kA\cos\omega t + F_0\cos\omega t. \qquad (130)$$

Сокращая это выражение на $\cos\omega t$ и учитывая, что $k = m\omega_0^2$, согласно равенству (116), получаем выражение для амплитуды вынужденных колебаний:

$$A = \left|\frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\right|. \qquad (131)$$



▲ 138

Резонансные кривые: 1 — при отсутствии трения; 2 — при наличии трения

Как следует из этой формулы, амплитуда вынужденных колебаний зависит от частоты ω вынуждающей силы. Для построения графика полученной зависимости рассмотрим предельные случаи малых и больших частот.

- При $\omega = 0$ $F_x = F_0$, т. е. на маятник действует постоянная сила, не зависящая от времени. В этом случае, согласно выражению (127), $x = A$, а из формулы (131) следует, что

$$A = \frac{F_0}{m\omega_0^2}.$$

Полученное соотношение определяет статическое смещение маятника, совпадающее с выражением (126).

- Если частота вынуждающей силы меньше частоты собственных колебаний ($\omega < \omega_0$), то при увеличении частоты ω разность $(\omega_0^2 - \omega^2)$ в знаменателе дроби (131) уменьшается. Это означает, *что при частоте $\omega < \omega_0$ амплитуда вынужденных колебаний увеличивается с ростом частоты* (рис. 138, кривая *1*).
- При большой частоте ω частота вынуждающей силы существенно превосходит частоту собственных колебаний ($\omega \gg \omega_0$). В этом случае величиной ω_0 в знаменателе выражения (131) можно пренебречь по сравнению с ω:

$$A \approx \frac{F_0}{m\omega^2}.$$

Аналогичное выражение амплитуды (см. формулу (126)) было получено при описании вынужденных колебаний тела, не имеющего положения устойчивого равновесия, т. е. при отсутствии пружины.

Амплитуда вынужденных колебаний обратно пропорциональна квадрату частоты ω.

При частоте $\omega \gg \omega_0$ *амплитуда вынужденных колебаний убывает с ростом частоты.* Закон убывания — квадратичная гипербола (см. рис. 138, кривая *1*).

Резонанс. Если частота вынуждающей силы приближается к частоте собственных колебаний ($\omega \to \omega_0$), то знаменатель выражения (131) стремится к нулю. В этом случае амплитуда колебаний резко возрастает, стремясь к бесконечности при $\omega = \omega_0$.

Резонанс — явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты внешней силы с частотой собственных колебаний системы.

Резонанс — от латинского слова resono, означающего «откликаюсь».

Резонансная кривая — график зависимости амплитуды вынужденных колебаний системы от частоты изменения внешней силы.

При свободных колебаниях система получает избыточную энергию однократно: при её выведении из положения равновесия.

В случае вынужденных колебаний источник внешнего периодического воздействия сообщает системе дополнительную энергию непрерывно.

При резонансе внешняя сила действует *синхронно* со свободными колебаниями системы. На протяжении всего периода свободных колебаний направление внешней силы $\vec{F}$ совпадает с направлением скорости колеблющегося тела.

Работа, совершаемая внешней силой, при резонансе положительна, поэтому полная механическая энергия системы

$$E = E_0 + F_x \Delta x$$

постоянно возрастает из-за резонансного поглощения энергии.

Быстрое увеличение энергии колеблющегося тела ведёт к резкому возрастанию амплитуды вынужденных колебаний, так как, согласно равенству (120),

$$A \sim \sqrt{E}.$$

Если частота вынуждающей силы ω не равна частоте ω_0 свободных колебаний системы, то вынуждающая сила будет действовать не в такт со свободными колебаниями системы.

В целом за период результирующая работа вынуждающей силы будет невелика, поэтому оказывается незначительной и амплитуда вынужденных колебаний.

При получении формулы (131) мы пренебрегли трением. Именно с этим приближением связано стремление к бесконечности амплитуды вы-

При землетрясении разрушаются здания одинаковой высоты, так как их собственная частота колебаний определяется высотой и совпадает с частотой колебаний почвы.

Есть и полезные проявления резонанса. Так, *явление резонанса позволяет с помощью сравнительно малой силы получить значительное увеличение амплитуды колебаний* и поэтому используется в вибромашинах в горнодобывающей промышленности, а также при разработке мёрзлого грунта. Более подробно на использовании явления резонанса в радио, телевидении, медицине, исследованиях Вселенной мы остановимся в следующих главах.

ВОПРОСЫ

1. В каких колебательных системах возможны вынужденные колебания?
2. Возможны ли свободные колебания в системе, находящейся в состоянии безразличного равновесия?
3. Возможны ли свободные колебания в системе, имеющей положение устойчивого равновесия?
4. Что такое резонанс? Почему резонансная кривая при наличии трения располагается ниже, чем при его отсутствии?
5. Как можно избежать нежелательного резонанса? Как можно использовать энергетические ресурсы резонансных процессов?

ЗАДАЧИ

1. Шар массой m = 0,1 кг, находящийся на гладком горизонтальном столе, колеблется под действием внешней силы, изменяющейся с течением времени по закону $F = 0{,}25\cos 5t$ (Н). Найдите зависимость ускорения шара от времени, его максимальное ускорение. Чему равна амплитуда колебаний шара?
2. Шар массой m = 0,1 кг присоединяется к горизонтально расположенной, закреплённой на другом конце пружине. Амплитуда колебаний шара под действием внешней вынуждающей силы $F = 0{,}25\cos 5t$ (Н) возрастает в 5 раз по сравнению со статическим смещением. Определите жёсткость пружины.
3. Ускорение пружинного маятника, совершающего вынужденные колебания по оси X, изменяется со временем по закону $a_x = -0{,}8\cos 4t$ (м/с^2). Определите амплитуду колебаний маятника.
4. На пружинный маятник, имеющий частоту собственных колебаний ω_0 = = 114,6 рад/с, действуют последовательно вынуждающие силы $F_1 = 0{,}5\cos 1{,}9t$ (Н) и $F_2 = 0{,}5\cos 1{,}95t$ (Н) одинаковой амплитуды, но разной частоты. Жёсткость пружины k = 50 Н/м. Чему равна амплитуда вынужденных колебаний маятника, происходящих под действием каждой из этих сил?
5. К горизонтально расположенному пружинному маятнику приложена постоянная сила F_0, вызывающая его статическое смещение от положения равновесия. После прекращения действия этой силы на маятник действует периодическая внешняя сила с амплитудой F_0. На сколько процентов отличается частота вынуждающей силы от частоты собственных колебаний маятника, если амплитуда вынужденных колебаний больше статического смещения в 10 раз?

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Напишите эссе «Апогей моего развития».
2. Изменяется ли ваша работоспособность в течение дня по гармоническому закону? Свободные, вынужденные или затухающие это колебания? Попробуйте смоделировать вид уравнения.
3. Подготовьте доклад «Колебательные процессы в физике, биологии, химии, географии, социологии: специфика, общее и различное».

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- Движение тел по замкнутым орбитам в гравитационном поле Земли является **периодическим**.
- **Первая космическая (круговая) скорость** — минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли (или небесного тела), чтобы тело могло двигаться вокруг Земли (или небесного тела) по круговой орбите:

$$v_{\mathrm{I}} = 7{,}9 \text{ км/с}.$$

- **Вторая космическая скорость** — минимальная скорость, которую надо сообщить телу у поверхности Земли (или небесного тела) для того, чтобы оно преодолело гравитационное притяжение Земли (или небесного тела):

$$v_{\mathrm{II}} = 11{,}2 \text{ км/с}.$$

Форма траектории тела в зависимости от начальной скорости запуска с поверхности Земли:

Начальная скорость v_0	Траектория
$v_0 < v_{\mathrm{I}}$	Эллипс
$v_0 = v_{\mathrm{I}}$	Окружность
$v_{\mathrm{I}} < v_0 < v_{\mathrm{II}}$	Эллипс
$v_0 = v_{\mathrm{II}}$	Парабола
$v_0 > v_{\mathrm{II}}$	Гипербола

Колебательное движение в системе может происходить под действием внутренних сил и под действием внешних сил.

- **Свободные (собственные) колебания** — колебания, происходящие под действием внутренних сил в системе, выведенной из положения равновесия и предоставленной самой себе.
- **Циклическая частота** собственных гармонических колебаний пружинного маятника

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

где k — жёсткость пружины, m — масса маятника.

- **Период свободных колебаний** пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

- **Амплитуда колебаний** — максимальное отклонение колеблющейся величины от положения равновесия.
- **Полная механическая энергия** гармонических колебаний пропорциональна квадрату их амплитуды

$$E = \frac{kA^2}{2}.$$

- **Затухающие колебания** — колебания, амплитуда которых уменьшается с течением времени.
- **Апериодическое движение** в колебательной системе — неповторяющееся (не имеющее периода) движение, возникающее из-за значительных сил трения, противодействующих движению.
- **Статическое смещение** — изменение положения равновесия колебательной системы под действием постоянной силы.
- **Вынужденные колебания** — колебания, происходящие под действием внешней периодической силы.
- **Амплитуда вынужденных колебаний** пружинного маятника массой m зависит от частоты ω вынуждающей силы:

$$A = \left|\frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\right|,$$

где ω_0 — частота собственных колебаний пружинного маятника, F_0 — амплитуда периодической внешней силы $F = F_0 \cos \omega t$.

- **Резонанс** — явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты внешней силы с частотой собственных колебаний системы.
- **Резонансная кривая** — график зависимости амплитуды вынужденных колебаний системы от частоты изменения внешней силы.

6

Статика

§ 39. Условие равновесия для поступательного движения

Возможные типы движения твёрдого тела. До сих пор мы рассматривали движение материальной точки — тела, обладающего массой, размерами которого в данных условиях можно пренебречь. Малость размеров тела предполагает, что все части тела двигаются одинаково, с одной и той же скоростью.

Поступательное движение — движение, при котором все точки тела движутся по одинаковым траекториям.

Примерами поступательного движения может служить прямолинейное движение реактивного истребителя, поезда на магнитной подушке, подводной лодки, поршня в цилиндре, птицы, парящей в небе, и т. д. (рис. 140).

В ряде ситуаций реальное тело нельзя рассматривать как материальную точку, например из-за того, что его движение не является поступательным. Так, баскетбольный мяч, летящий в кольцо, зачастую ещё и вращается. Вокруг своей оси вращается и Земля при обращении вокруг Солнца. Поэтому возникает необходимость использовать другую модель — *абсолютно твёрдое тело*.

Абсолютно твёрдое тело — тело, для которого расстояние между любыми точками можно считать неизменным.

Подобная модель является хорошим приближением, если деформации тела оказываются значительно меньше его размеров.

140

Поступательное движение:
а — реактивного истребителя;
б — поезда на магнитной подушке

а)

б)

а)

б)

▲ 141

Вращательное движение:
а — винта вертолёта;
б — пропеллера вентилятора

В общем случае движение твёрдого тела конечных размеров является результатом сложения двух движений — *поступательного* и *вращательного*.

Вращательное движение абсолютно твёрдого тела — движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на неподвижной прямой (*оси вращения*).

Вращательное движение встречается тоже достаточно часто: винты вертолёта, вентилятор (рис. 141), CD-ROM в компьютере, карусель и т. д.

Результатом сложения поступательного и вращательного движений является движение велосипедного и автомобильного колеса, прыгуна в воду, акробата.

Условия равновесия для поступательного движения. Ранее мы обсуждали различные типы равновесия (§ 29). Теперь обсудим условия, при которых возможно равновесие тел.

Статика — раздел механики, в котором изучаются условия равновесия тел.

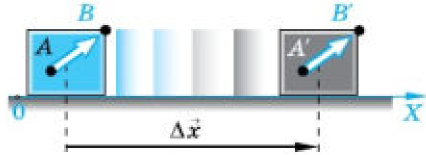
Статика — от греческого слова statike — «учение о равновесии». Другими словами, в статике формулируются условия отсутствия движения даже в том случае, когда на тело действуют силы. Рассмотрим сначала условия равновесия для поступательного движения.

Выделим две произвольные точки A и B в теле массой m, движущемся поступательно по горизонтальной поверхности (рис. 142). При таком движении перемещения точек A и B одинаковы: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$. Соответственно для абсолютно твёрдого тела $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$, т. е. *при поступательном движении вектор, соединяющий две произвольные точки тела, перемещается параллельно самому себе, не изменяясь по длине*.

Равенство перемещений точек A и B за произвольный промежуток времени означает равенство их скоростей $\vec{v}_A = \vec{v}_B$ и ускорений $\vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}$.

Условием отсутствия поступательного движения, или условием статического равновесия для поступательного движения, является равенство нулю начальной скорости и ускорения тела:

$$\vec{v}_0 = 0;\ \vec{a} = 0. \qquad (132)$$



▲ 142

Поступательное движение $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$

В инерциальной системе отсчёта справедлив второй закон Ньютона $m\vec{a} = \Sigma\vec{F}$. Следовательно, условие (132) можно сформулировать следующим образом.

Условие статического равновесия для поступательного движения

Поступательное движение тела в инерциальной системе отсчёта не возникает, если векторная сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю:

$$\Sigma\vec{F} = 0. \qquad (133)$$

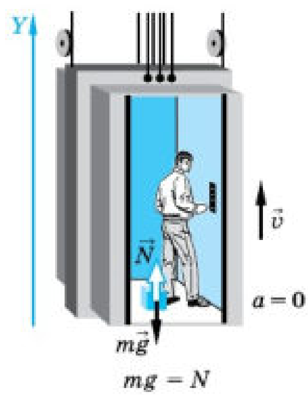
Например, чемодан, стоящий в лифте, поднимающемся с постоянной скоростью, покоится вследствие равенства по модулю и противоположной направленности действующих на него силы тяжести и силы реакции опоры (рис. 143).

Условие (133) необходимо учитывать при проектировании элементов строительных конструкций. Отметим, что методика расчётов базируется на стандартном подходе к решению задач динамики, рассмотренном в § 25. Единственным отличием, существенно упрощающим расчёты в статике, является использование условия (133) вместо второго закона Ньютона.

В качестве примера рассчитаем силы натяжения в симметричных растяжках, на которых подвешен светофор массой 20 кг (рис. 144). Угол α между растяжками равен 120°. Изобразим силы, действующие на светофор: силу тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ в растяжках.

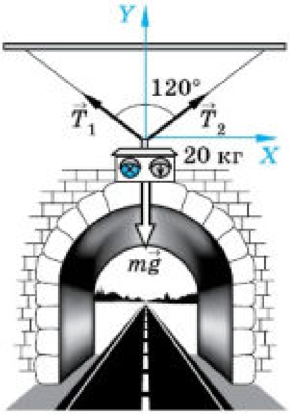
Запишем условие статического равновесия (133) в векторной форме:

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0. \qquad (134)$$



▲ 143

Равновесие чемодана в равномерно поднимающемся лифте



▲ 144

Статическое равновесие для поступательного движения

Направим координатную ось X по горизонтали вправо, а ось Y вертикально вверх.

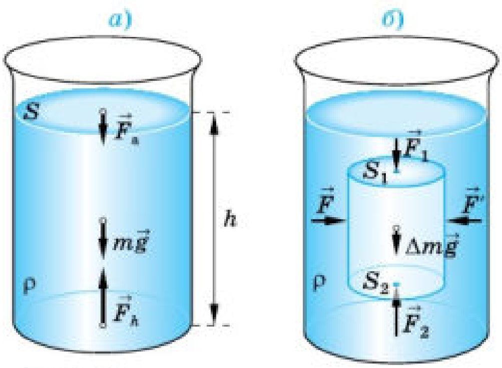
Запишем равенство (134) в проекциях на оси X и Y:

$$\begin{cases} -T_1 \sin \dfrac{\alpha}{2} + T_2 \sin \dfrac{\alpha}{2} = 0, \\ -mg + T_1 \cos \dfrac{\alpha}{2} + T_2 \cos \dfrac{\alpha}{2} = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения получаем, что $T_1 = T_2 = T$, это также следует из соображений симметрии. С учётом равенства сил из второго уравнения получаем

$$T = \frac{mg}{2\cos \dfrac{\alpha}{2}} = 196 \text{ Н}.$$

Статическое равновесие в жидкости. Сначала рассмотрим условие равновесия жидкости плотностью ρ, заполняющей цилиндрический сосуд высотой h и площадью поперечного сечения S. На жидкость в сосуде действуют три силы (рис. 145, *а*): вниз — сила тяжести жидкости $mg = \rho Vg$ и сила давления атмосферы $F_а$ и вверх — сила нормальной реакции F_h. Из условия равновесия для поступательного движения (90) следует, что $F_h = F_а + mg$, или что выталкивающая сила, действующая на жидкость, $F_в = F_h - F_а = mg$ направлена вверх и равна по модулю силе тяжести. Разделив последнее равенство на S, можно найти *гидростатическое давление* жидкости на глубине: $p_h = p_а + \rho gh$, где $p_а$ — атмосферное давление, ρgh — давление столба жидкости высотой h.



▲ 145

Выталкивающая сила в жидкости

Выделим внутри жидкости объём цилиндрической формы. В состоянии равновесия на выделенный объём действует выталкивающая сила $F_в = F_2 - F_1 = \Delta mg$ (рис. 145, б). Если заменить выделенный объём поплавком плотностью ρ_1, силы гидростатического давления F_1 и F_2 не изменятся, и на поплавок будет действовать выталкивающая сила $F_в = \Delta mg$. Если $\rho > \rho_1$, то $F_в > m_1 g$ — поплавок будет выталкиваться вверх из более плотной, чем он, жидкости. Если же $\rho_1 > \rho$, то $m_1 g > F_в$ — поплавок будет тонуть, если плотность его материала превышает плотность жидкости. Согласно ***закону Архимеда***,

на тело, погружённое в жидкость (газ), действует сила, равная весу вытесненной жидкости, и направленная в сторону, противоположную его весу.

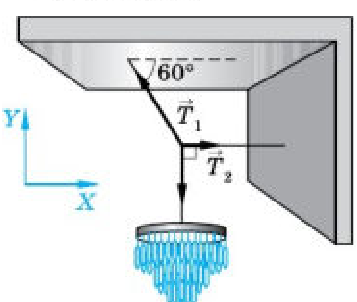
ВОПРОСЫ

1. Почему возникает необходимость введения модели абсолютно твёрдого тела?
2. Какое тело называют абсолютно твёрдым?
3. Какие два вида движения полностью определяют произвольное движение абсолютно твёрдого тела?
4. Дайте определение поступательного и вращательного движения абсолютно твёрдого тела. Приведите примеры поступательного, вращательного и произвольного движения тела.
5. Сформулируйте условие статического равновесия тела для поступательного движения. Приведите примеры, когда тело или конструкция находится в состоянии статического равновесия.

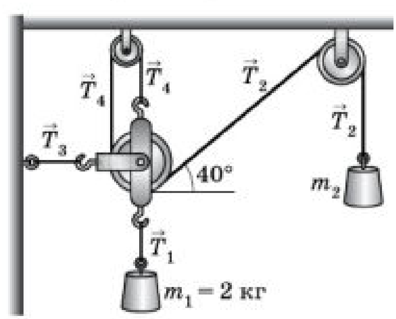
ЗАДАЧИ

1. Плакат массой 5 кг подвешен над проезжей частью улицы на двух параллельных стропах, составляющих угол 3° с горизонтом (рис. 146). Найдите силы натяжения в стропах.
2. Цепи, которыми крепится к потолку и стене люстра (рис. 147), выдерживают силу натяжения 1200 Н. Люстра какой предельной массы может быть на них подвешена?
3. К неподвижному вертикальному кольцу радиально прикреплены четыре каната: под углом 30, 90 и 210° к горизонтали. Силы натяжения в канатах равны соответственно 200, 500 и 300 Н. Найдите силу натяжения четвёртого каната. Какой угол с горизонталью он составляет?

▲ 146



▲ 147



▲ 148

4. Чемодан массой 30 кг скатывается с наклонной плоскости, составляющей угол 30° с горизонтом. Коэффициент трения между поверхностью чемодана и плоскостью равен 0,3. С какой минимальной силой следует прижимать чемодан к плоскости, чтобы он скатывался с постоянной скоростью?

5. Система грузов и невесомых блоков, приведённая на рисунке 148, находится в равновесии. Найдите массу второго груза и силы натяжения нитей.

§ 40. Условие равновесия для вращательного движения

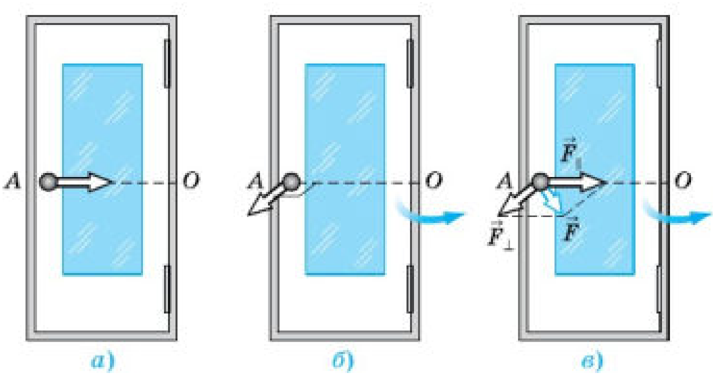
Центр тяжести симметричных тел. Как отмечалось в § 39, учёт размеров тела неизбежно приводит к необходимости более подробного анализа движения различных частей тела относительно друг друга.

Рассмотрим условия, при которых возникает вращение тела вокруг жёстко фиксированной оси. Если на ручку двери действует сила $\vec{F}_{\parallel}$ (рис. 149, *а*) в направлении петель (оси вращения), дверь не открывается (не начинает вращаться вокруг оси). Сила $\vec{F}_{\perp}$ (рис. 149, *б*), перпендикулярная направлению на ось вращения и самой оси, приводит к вращению двери.

Вращение тела относительно фиксированной оси может вызываться силой (*или её компонентой* $\vec{F}_{\perp}$) (рис. 149, *в*), *перпендикулярной оси и отрезку, соединяющему точку приложения силы и ось вращения.*

Вращение тела вокруг фиксированной оси не вызывается силой (*или её компонентой* $\vec{F}_{\parallel}$), *действующей вдоль отрезка, соединяющего точку приложения силы и ось вращения.*

Последнее заключение позволяет экспериментально находить *центр тяжести* тела, если роль силы $\vec{F}_{\parallel}$ играет сила тяжести.



149

Условия отсутствия и возникновения вращательного движения:
а — $\vec{F}_{\parallel} \parallel \overrightarrow{AO}$;
б — $\vec{F}_{\perp} \perp \overrightarrow{AO}$;
в — $\vec{F}_{\parallel}, \vec{F}_{\perp}$ — *компоненты силы* $\vec{F}$

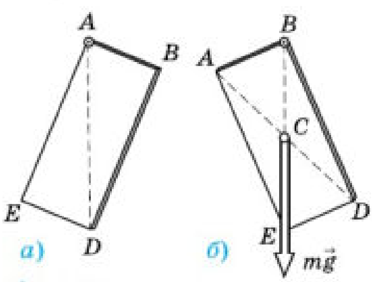
Центр тяжести тела — точка приложения равнодействующей всех сил тяжести, действующих на частицы тела при любом его положении в пространстве.

Найдём экспериментально центр тяжести тонкой прямоугольной однородной пластинки. Пластинка, подвешенная за угол A (рис. 150, *а*), оказывается в равновесии, когда диагональ AD располагается по вертикали. Отсутствие вращения пластинки означает, что сила тяжести действует по линии AD. При подвешивании пластинки за угол B равновесие возникает, когда вертикально располагается диагональ BE (рис. 150, *б*). Это означает, что точка приложения силы тяжести (центр тяжести пластинки) находится и на диагонали BE, а следовательно, в точке C пересечения диагоналей.

При подвешивании пластинка может находиться в равновесии в двух положениях, когда центр тяжести C ниже точки подвеса (рис. 151, *а*) и когда выше (рис. 151, *б*). В первом случае равновесие устойчиво: при отклонении на небольшой угол тело возвращается к положению равновесия (см. с. 130). Во втором случае равновесие неустойчиво: при отклонении на небольшой угол пластинка поворачивается на угол 180°, переходя в состояние устойчивого равновесия.

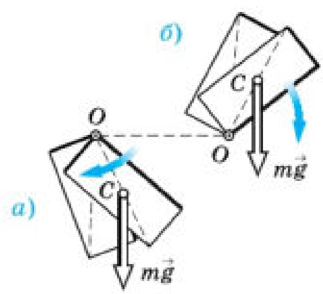
Чем ниже центр тяжести над опорой и чем шире опора, тем труднее перевернуть тело, тем более оно устойчиво (рис. 152). Для переворота чемодана, находящегося в положении *б*, требуется переместить его на большее расстояние $CC'' > CC'$, чем в случае *а*, и соответственно совершить большую работу.

Центр тяжести однородного симметричного тела лежит в центре симметрии.



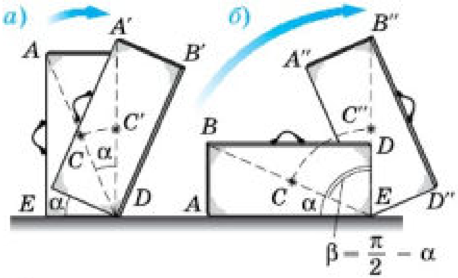
150

Определение центра тяжести при подвешивании тела



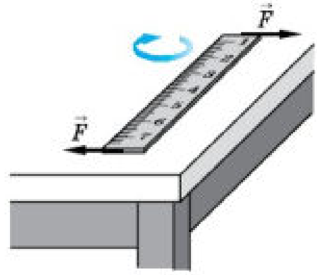
151

Статическое равновесие для вращательного движения: а — устойчивое равновесие; б — неустойчивое равновесие



152

Устойчивость тела в зависимости от положения центра тяжести: а — менее устойчивое положение; б — более устойчивое положение



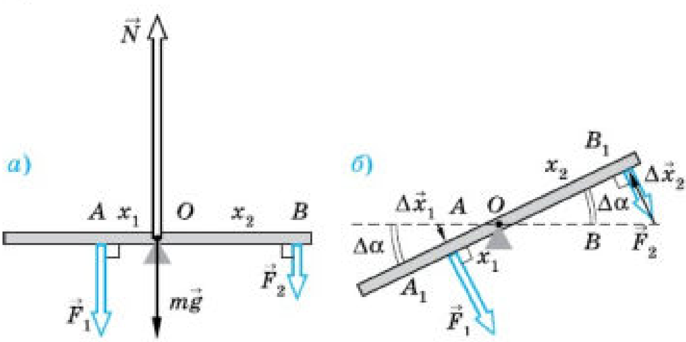
153

Возникновение вращательного движения при выполнении условия равновесия для поступательного движения ($\Sigma\vec{F} = 0$)

Условие равновесия для вращательного движения. Момент силы. Выполнение условия статического равновесия для поступательного движения (133) не означает отсутствия вращательного движения. Линейка вращается на поверхности стола (рис. 153) под действием пары сил, равных по модулю и противоположно направленных.

Рассмотрим условие статического равновесия качелей, которые могут вращаться вокруг горизонтальной оси O (перпендикулярной плоскости чертежа), при действии на них сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Эти силы действуют перпендикулярно качелям в плоскости чертежа и приложены в точках A и B на расстоянии x_1 и x_2 от оси (рис. 154, *а*). К оси O приложены сила тяжести $m\vec{g}$ качелей и сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, которые не могут вызвать вращательное движение качелей.

Сила $\vec{F}_1$ стремится повернуть качели против часовой стрелки, а сила $\vec{F}_2$ — по часовой. Если качели совершают бесконечно медленный поворот



154

Условие равновесия для вращательного движения: а — начальное положение качелей; б — положение качелей при повороте на угол $\Delta\alpha$

на малый угол $\Delta\alpha$, то изменение их кинетической энергии оказывается равным нулю. В этом случае, согласно теореме о кинетической энергии (см. формулу (101)), работа всех сил, действующих на тело, равна нулю:

$$A_1 + A_2 = 0, \tag{137}$$

где A_1, A_2 — работа сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ при повороте качелей на угол $\Delta\alpha$.

При возможном повороте качелей на угол $\Delta\alpha$ против часовой стрелки (рис. 154, *б*) сила $\vec{F}_1$ совершает работу (см. формулу (87))

$$A_1 = F_1 \Delta x_1 \cos 0° = F_1 \Delta x_1. \tag{138}$$

Сила $\vec{F}_2$ при этом совершает работу

$$A_2 = F_2 \Delta x_2 \cos 180° = -F_2 \Delta x_2. \tag{139}$$

Подставляя выражения для A_1 и A_2 в формулу (137), получаем

$$F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 = 0. \tag{140}$$

При малом угле поворота длина хорды равна длине дуги:

$$\Delta x_1 = \smile{AA_1} = x_1 \Delta\alpha; \ \Delta x_2 = \smile{BB_1} = x_2 \Delta\alpha.$$

Тогда условие статического равновесия для вращательного движения приобретает вид

$$F_1 x_1 - F_2 x_2 = 0,$$

или в других обозначениях

$$M_1 + M_2 = 0, \tag{141}$$

где $M_1 = F_1 x_1$ — *момент силы* F_1; $M_2 = -F_2 x_2$ — *момент силы* F_2.

Момент силы — физическая величина, равная произведению модуля силы и её плеча:

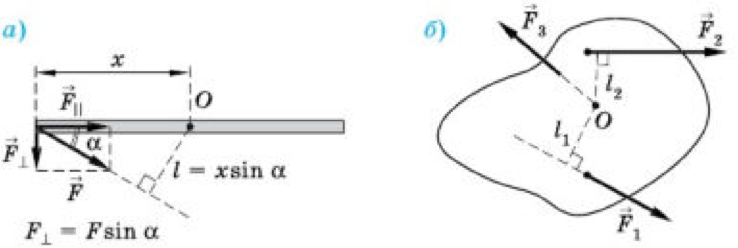
$$\boldsymbol{M = Fl}.$$

Плечо силы — длина перпендикуляра, опущенного от оси вращения на линию действия силы.

Знак момента силы зависит от направления вращения тела. Момент считают положительным, если сила вращает тело относительно выбранной оси против часовой стрелки, и отрицательным, если по часовой стрелке.

Единица момента — *ньютон-метр* (Н · м).

В случае, если сила $\vec{F}$, действующая на качели, направлена произвольно (рис. 155, *а*), момент силы можно определить через перпендику-



155

Моменты сил:
а — $M_0 = Fl$;
б — $M_1 = F_1 l_1$;
$M_2 = -F_2 l_2$;
$M_3 = 0$ $(l_3 = 0)$

лярную составляющую силы $M = F_{\perp}x$ и через её модуль $M = Fl$, где l — плечо силы. На рисунке 155, *б* показаны силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$, действующие на тело произвольной формы, а также их плечи относительно точки O.

Учитывая выражение (141), сформулируем *условие статического равновесия тела для вращательного движения при нулевой начальной угловой скорости* ($\omega_0 = 0$).

Условие статического равновесия для вращательного движения

Вращательное движение твёрдого тела в инерциальной системе отсчёта не возникает, если алгебраическая сумма моментов (относительно произвольной оси O) всех сил, действующих на тело, равна нулю

$$\Sigma M_O = 0. \qquad (142)$$

Тело покоится в инерциальной системе отсчёта, если отсутствует как его поступательное, так и вращательное движение, т. е. одновременно выполняются условия (133) и (142).

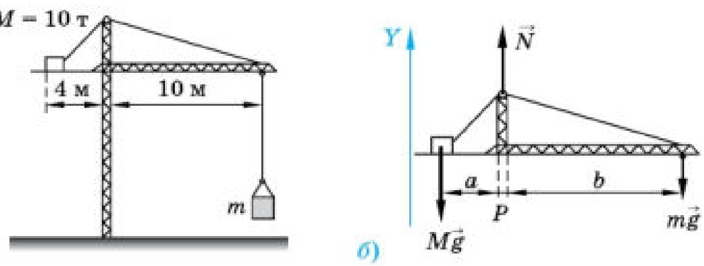
Определим, груз какой максимальной массы может переносить подъёмный кран (рис. 156, *а*) и силу давления его на землю. При этом массой крана можно пренебречь. Противовес массой $M = 10$ т находится на стреле крана на расстоянии $a = 4$ м от вертикальной стойки. Груз подвешен на расстоянии $l = 10$ м от стойки.

Изобразим все силы, действующие на кран (рис. 156, *б*). В равновесии, при отсутствии вращательного движения, алгебраическая сумма моментов сил относительно точки P равна нулю:

$$Mga - mgb = 0. \qquad (143)$$

Тогда
$$m = M\frac{a}{b} = 4 \text{ т}.$$

156 ▶
Нагрузка на подъёмный кран



Одновременно должно выполняться условие статического равновесия для поступательного движения

$$M\vec{g} + \vec{N} + m\vec{g} = 0.$$

В проекциях на ось Y получаем

$$-Mg + N - mg = 0.$$

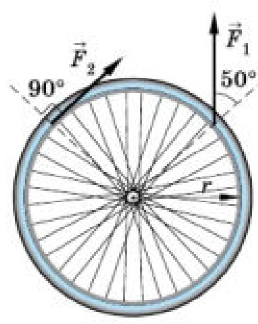
Тогда $$N = (M + m)g = 137{,}2 \text{ кН}.$$

ВОПРОСЫ

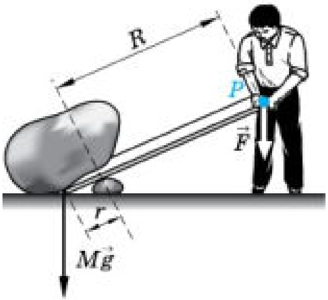
1. Как должна быть направлена сила, чтобы тело начало вращаться относительно фиксированной оси? При каком направлении силы такое вращение не возникает?
2. Что такое центр тяжести тела? Как он определяется экспериментально? Где будет находиться центр тяжести однородного диска, кольца, тонкой треугольной пластинки?
3. Дайте определения момента силы, плеча силы. Как определяется знак момента силы?
4. Сформулируйте условие статического равновесия для вращательного движения.
5. При каких условиях тело находится в равновесии в инерциальной системе отсчёта?

ЗАДАЧИ

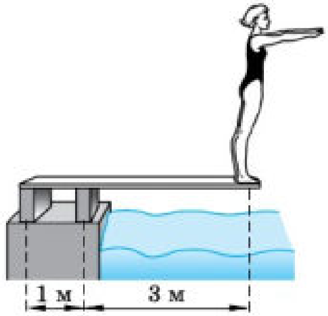
1. Найдите суммарный момент сил F_1 = 100 Н и F_2 = 100 Н (рис. 157).
2. Какая сила потребуется рабочему для вертикального смещения камня массой M = 100 кг (рис. 158), если R = 120 см, r = 24 см?
3. Найдите направления и числовые значения сил нормальной реакции опоры в местах крепления трамплина (рис. 159). Масса прыгуна 60 кг, массой однородного трамплина можно пренебречь.



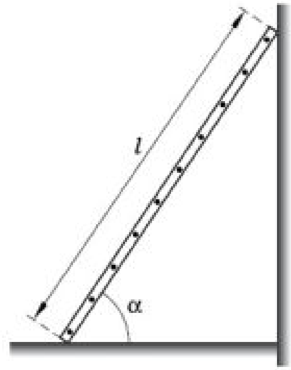
▲ **157**



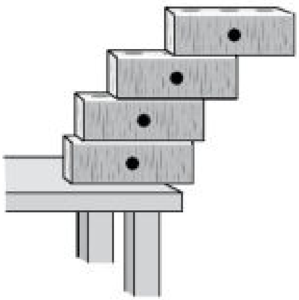
▲ 158



▲ 159



▲ 160



▲ 161

4. Однородная лестница прислонена к стене. При каком минимальном угле α с поверхностью пола она начнёт скользить (рис. 160)? Коэффициенты трения покоя лестницы о пол $\mu_1 = 0{,}5$, о стенку $\mu_2 = 0{,}4$.

5. Четыре кирпича находятся в равновесии над столом, образуя как бы часть арки. Найдите предельные расстояния, на которые каждый следующий кирпич сверху может выступать на расположенном под ним (рис. 161).

§ 41. Центр тяжести (центр масс) системы материальных точек и твёрдого тела

Центр тяжести системы материальных точек. Возможности экспериментального метода определения положения центра тяжести объектов, конечно, ограничены. С его помощью невозможно найти центр тяжести молекул или звёздных скоплений. Получим формулу для координаты центра тяжести наиболее простой модели твёрдого тела — гантели — двух материальных точек одинаковой массы m, соединённых невесомым нерастяжимым стержнем. Для невесомого стержня его масса m_0 много меньше m — массы соединённых стержнем тел. Для нерастяжимого стержня его удлинение Δl много меньше l — длины стержня. Подставляя под стержень палец, найдём положение, когда стержень окажется в равновесии (рис. 162). Из соображений симметрии ясно, что это произойдёт в точке C — в середине стержня.

Сокращая на g и раскрывая скобки, получаем

$$m_1x_C - m_1x_1 - m_2x_2 + m_2x_C = 0.$$

Тогда

$$x_C = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}. \qquad (144)$$

Если бы тела массами m_1 и m_2 были расположены на оси Y и имели координаты y_1 и y_2 соответственно, их центр тяжести имел бы координату

$$y_C = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2}.$$

Условие равновесия гантели для поступательного движения $\Sigma F_z = 0$ в явном виде даёт

$$m_1g - N + m_2g = 0,$$

$$N = (m_1 + m_2)g.$$

Следовательно, полная сила тяжести гантели, равная $(m_1 + m_2)g$, приложена в точке C, которая является центром тяжести системы. Внешнее гравитационное поле действует на данную систему тел как на материальную точку с суммарной массой $m_1 + m_2$, помещённую в центре тяжести.

Центр масс. В однородном гравитационном поле (g = const), когда ускорение свободного падения принимают одинаковым для всех материальных точек системы, координаты x_C, y_C называют координатами *центра масс* системы.

Центр масс — точка, положение которой характеризует распределение массы системы тел в пространстве.
Координаты центра масс — средние координаты системы тел.

Покажем, что координата центра масс действительно является средней координатой рассмотренной системы из двух тел. Массу m_1 можно представить как N_1 материальных точек с массой m_0 каждая, имеющих координату $x_1 (m_1 = m_0N_1)$. Аналогично $m_2 = m_0N_2$. Тогда согласно формуле (144)

$$x_C = \frac{m_0N_1x_1 + m_0N_2x_2}{m_0N_1 + m_0N_2}.$$

Значит,

$$x_C = \frac{N_1 x_1 + N_2 x_2}{N_1 + N_2}.$$

Данное выражение есть среднее арифметическое значение координаты системы тел.

Для системы из n материальных точек координаты центра масс по осям X и Y определяются подобно формуле (144):

$$x_C = \frac{\Sigma m_n x_n}{\Sigma m_n}; \quad y_C = \frac{\Sigma m_n y_n}{\Sigma m_n}. \qquad (145)$$

Система тел может быть связана не жёсткими стержнями, а, например, гравитационным взаимодействием.

Найдём положение центра масс планетной системы «Земля—Луна». Выбрав за нуль отсчёта по оси X центр Земли ($x_1 = 0$), из формулы (144) получаем

$$x_C = \frac{M_\oplus \cdot 0 + M_☾ \cdot l}{M_\oplus + M_☾} = 4660 \text{ км},$$

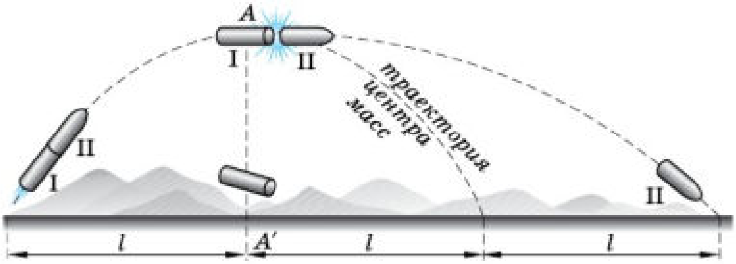
где $m_1 = M_\oplus = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг; $m_2 = M_☾ = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг; $l = 3{,}84 \cdot 10^5$ км.

Радиус Земли составляет примерно 6370 км. Это означает, что центр масс планетной системы «Земля—Луна» находится на глубине 1710 км внутри Земли. Земля и Луна вращаются по круговым орбитам радиусами 4660 км и 379 000 км вокруг центра масс системы.

В свою очередь, по орбите вокруг Солнца вращается центр масс системы «Земля—Луна» с общей массой $M_\oplus + M_☾ = 6{,}05 \cdot 10^{24}$ кг под действием силы гравитационного притяжения.

Таков же характер движения звёзд и их планетных систем. Однако малость размеров и небольшая яркость планет далёких звёзд не позволяют видеть их в телескоп непосредственно. Поэтому о наличии или отсутствии планет вблизи звезды судят по характеру движения самой звезды. При наличии планетной системы звезда и планеты вращаются относительно общего центра масс. При этом наблюдатель видит колебания («дрожания») звезды. Измеряя амплитуды этих колебаний, можно оценить параметры орбит планет и их массы. Подобные наблюдения позволили обнаружить планетные системы на расстояниях порядка 50 000 световых лет от Земли, а также рассчитать массы спутников Юпитера.

Движение центра масс определяется только внешними силами, действующими на систему. Внутренние силы взаимодействия не влияют на положение центра масс.

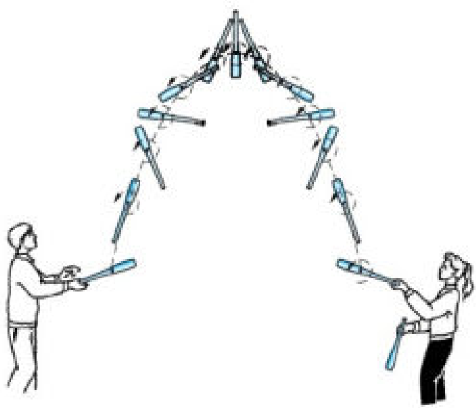


164
Движение центра масс двухступенчатой баллистической ракеты

Центр масс системы тел — точка приложения внешних сил, действующих на систему, движущуюся таким образом, как будто суммарная масса системы тел сосредоточена в этой точке.

В качестве примера рассмотрим движение двухступенчатой баллистической ракеты. В верхней точке траектории от ракеты массой m, движущейся со скоростью v_C, отстреливается первая ступень массой $\frac{m}{2}$ и падает на землю (рис. 164). Головная часть ракеты равной массы продолжает баллистическое движение. Система замкнута по оси X ($mg_x = 0$), поэтому закон сохранения импульса имеет вид

$$mv_C = \frac{m}{2}\cdot 0 + \frac{m}{2}v_2. \qquad (146)$$



165
Сложение поступательного движения центра масс и вращательного движения вокруг центра масс

Следовательно, $v_2 = 2v_C$. Это значит, что головная ступень улетит от точки A' по горизонтали на расстояние, вдвое большее, чем без отделения первой ступени.

Умножив обе части равенства (146) на время движения, получаем

$$mx_C = \frac{m}{2}x_2, \qquad (147)$$

где $x_C = v_C t$, $x_2 = v_2 t$.

Формула (147) определяет положение центра масс ракеты по оси X:

$$x_C = \frac{\frac{m}{2}x_2}{m} = \frac{x_2}{2}. \qquad (148)$$

Центр масс ракеты всё время будет находиться по оси X посередине между первой ступенью и головной частью. По оси Y он будет двигаться под действием внешней силы — силы тяжести, как будто отделения головной части не происходило.

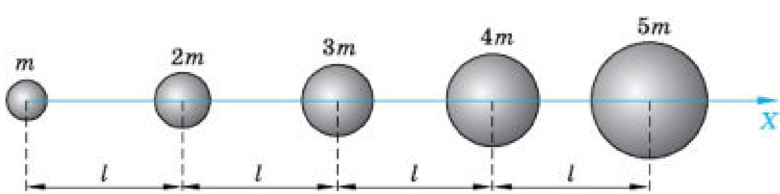
В гравитационном поле центр масс движется по баллистической траектории. Поступательное движение тела можно представить как движение центра масс. Движение различных частей тела относительно центра масс характеризует вращательное движение. Например, центры масс булав, которыми обмениваются жонглёры, летят по траектории, близкой к параболической, и одновременно вращаются относительно центра масс (рис. 165). Особенно сложным может быть вращение вокруг осей, проходящих через центр масс, при акробатических прыжках гимнастов, прыгунов в воду и в высоту, лыжников, скейтбордистов.

ВОПРОСЫ

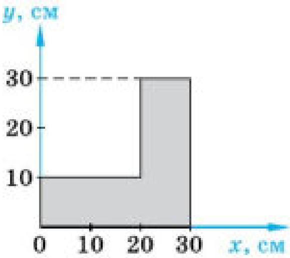
1. Какие положения равновесия возможны при подвешивании тела? Где при этом относительно опоры находится центр тяжести тела?
2. Почему наиболее устойчивы широкие автомобили с низко расположенным центром тяжести?
3. Дайте определение центра масс системы тел.
4. По каким формулам рассчитываются координаты центра масс системы материальных точек?
5. Как влияют на движение центра масс системы тел внешние и внутренние силы?

ЗАДАЧИ

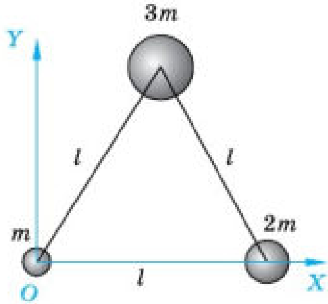
1. Расстояние между атомами углерода и кислорода в молекуле угарного газа CO составляет $1{,}13 \cdot 10^{-10}$ м. На каком расстоянии от атома кислорода находится центр масс молекулы, если масса углерода 12 а. е. м., а кислорода — 16 а. е. м.? (А. е. м. — атомная единица массы. 1 а. е. м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг (подробнее см. с. 223).)
2. Пять шаров расположены на одинаковом расстоянии друг от друга (рис. 166). Найдите положение центра масс данной системы тел.
3. Найдите координаты центра масс тонкой однородной пластинки (рис. 167).
4. Найдите положение центра масс трёх планет массами m, $2m$, $3m$, находящихся в вершинах равностороннего треугольника со стороной l (рис. 168).



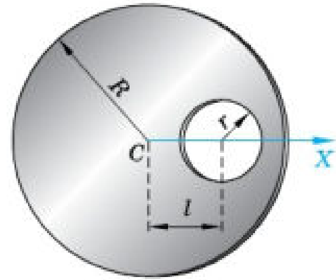
166



▲ 167



▲ 168



▲ 169

5. В цилиндрической шайбе радиусом R вырезано сквозное отверстие радиусом r. Центр отверстия находится на расстоянии l от оси шайбы (рис. 169). Найдите расстояние, на котором находится центр масс шайбы от её оси.

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Какое из понятий появилось вначале — «центр масс» или «центр тяжести»? Ответ представьте в виде обзорной статьи.
2. При каких условиях понятия «центр масс» и «центр тяжести» совпадают? При описании движения человека можно ли считать эти понятия синонимичными?
3. Напишите эссе «Условия физиологического и психологического равновесия человека».
4. Сделайте фотоальбом «Стресс и равновесие человека: реальность и иллюзии».

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **Статика** — раздел механики, в котором изучаются условия равновесия тел.
- Произвольное движение твёрдого тела конечных размеров является результатом сложения двух движений — поступательного и вращательного.
- **Поступательное движение** абсолютно твёрдого тела — движение, при котором все точки тела движутся по одинаковым траекториям.
- **Вращательное движение** абсолютно твёрдого тела — движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на неподвижной прямой (оси вращения).
- **Условие статического равновесия для поступательного движения:** поступательное движение

тела в инерциальной системе отсчёта не возникает, если векторная сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю:

$$\Sigma\vec{F} = 0.$$

- **Момент силы** — физическая величина, равная произведению модуля силы и её плеча:

$$M = Fl.$$

Единица момента силы — *ньютон-метр* (Н·м).

- **Плечо силы** — длина перпендикуляра, опущенного от оси вращения на линию действия силы.
- Момент силы считают положительным, если сила вращает тело относительно выбранной оси против часовой стрелки, и отрицательным, если по часовой стрелке.
- **Условие статического равновесия тела для вращательного движения:** вращательное движение твёрдого тела в инерциальной системе отсчёта не возникает, если алгебраическая сумма моментов (относительно произвольной оси O) всех сил, действующих на тело, равна нулю:

$$\Sigma M_O = 0.$$

- **Центр тяжести тела** — точка приложения равнодействующей всех сил тяжести, действующих на частицы тела при любом его положении в пространстве.
- **Центр масс** — точка, положение которой характеризует распределение массы системы тел в пространстве. Координаты центра масс — средние координаты системы тел.

Для системы из n материальных точек координаты центра масс по осям X и Y определяются формулами:

$$x_C = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n},$$

$$y_C = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \ldots + m_ny_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}.$$

7 Релятивистская механика

§ 42. Постулаты специальной теории относительности

Расхождение классической теории с опытом Майкельсона—Морли. Классическая механика — механика, в основе которой лежат законы Ньютона, а предметом изучения является движение макроскопических материальных тел со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света. Широко используя законы сохранения массы, импульса и энергии, к концу XIX в. она позволила теоретически описать основные механические явления, процессы и эксперименты. В классической механике были сформулированы основные представления о пространстве, времени и движении, объяснены важнейшие физические явления.

Однако вре́менное совпадение теории с экспериментом не означает её абсолютную правильность. Наиболее существенное расхождение классической теории с корректно поставленным физическим экспериментом было впервые зафиксировано в 1881 г. в опыте ***Альберта Майкельсона*** и ***Эдуарда Морли***.

В этом эксперименте оценивалось влияние скорости движения Земли вокруг Солнца на скорость распространения света от источника, находящегося на Земле (сравнивались скорости распространения света вдоль направления орбитальной скорости Земли вокруг Солнца и перпендикулярно этому направлению). Эти скорости оказались равными. Как показал опыт Майкельсона—Морли, *движение Земли вокруг Солнца не влияет на скорость распространения света*. Полученный результат оказался в противоречии с классическим законом сложения скоростей.

Согласно этому закону скорость света, распространяющегося вдоль направления движения Земли вокруг Солнца, для неподвижного наблюдателя равна

$$v_1 = c + v, \tag{149}$$

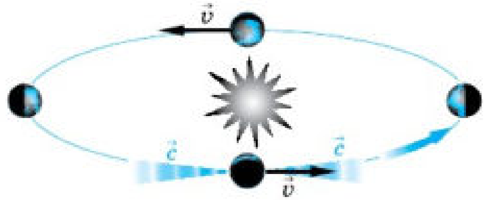
где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света, излучаемого источником, $v = 2{,}96 \cdot 10^4$ м/с — скорость движения Земли вокруг Солнца.

Соответственно скорость света, распространяющегося в противоположном направлении, определяется также законом сложения скоростей:

$$v_2 = c - v. \tag{150}$$

Сравнение выражений (149) и (150) показывает, что $v_1 \neq v_2$, что противоречит результатам опыта Майкельсона—Морли (рис. 170).

Независимость скорости света от выбора системы отсчёта была подтверждена наблюдениями за двойными звёздами, вращающимися вокруг общего центра. Равными оказались скорости распространения света и от диаметрально противоположных точек Солнца. Одна из этих точек из-за вращения Солнца вокруг своей оси приближается к наблюдателю, другая — удаляется от него.



▲ 170

Независимость скорости света от направления движения Земли. Скорость распространения света в направлении движения Земли вокруг Солнца и в противоположном направлении одинакова и равна скорости света в вакууме

Расхождение теории с корректно поставленным экспериментом приводит либо к совершенствованию существующей теории, либо к созданию принципиально новой теории, дающей новые законы и более глубокое понимание физической реальности.

Теория относительности. ***Альберт Эйнштейн*** создал новую теорию — *теорию относительности*, или *релятивистскую механику* (от *англ.* relativity — относительность).

Главный вклад Эйнштейна в познание законов природы состоял даже не в открытии новых законов, а в радикальном изменении основополагающих фундаментальных представлений о пространстве, времени, веществе и движении, поскольку распространение принципа относительности Галилея на электромагнитные явления привело к противоречиям между электродинамикой и классической механикой.

Специальная теория относительности (СТО) *рассматривает пространственно-временные закономерности, справедливые для любых процессов.*

Общая теория относительности (ОТО) — *физическая теория пространства, времени и тяготения.*

Согласно этой теории физическое пространство не является пустым вместилищем объектов. Гравитационное поле физических тел приводит к неевклидовости пространства — времени.

Специальная теория относительности базируется на двух постулатах.

Первый постулат теории относительности является обобщением классического принципа относительности Галилея на любые законы природы, а не только механики.

Первый постулат теории относительности

Все законы природы имеют одинаковый вид в инерциальных системах отсчёта.

Это означает, что все инерциальные системы отсчёта (ИСО) эквивалентны (равноправны). *При наличии двух инерциальных систем отсчёта бессмысленно выяснять, какая из них движется, а какая покоится.* Можно наблюдать только относительное прямолинейное движение. Нельзя говорить об абсолютном прямолинейном и равномерном движении, иначе существовала бы ИСО, в которой законы природы отличались бы от законов в других системах. Сравнивая эти законы, наблюдатель мог бы установить, в покое или в движении находится эта система, что противоречит первому постулату.

Никакие опыты в принципе не позволяют выделить предпочтительную абсолютную инерциальную систему отсчёта.

Обобщение принципа относительности Галилея на все законы природы означает, что закон сложения скоростей справедлив для описания распространения всех видов взаимодействия, в частности для электромагнитного.

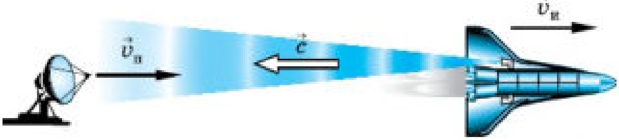
Второй постулат специальной теории относительности согласуется с результатами опыта Майкельсона—Морли.

Второй постулат теории относительности

Скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчёта.

Это означает, что *скорость света в вакууме не зависит от выбора системы отсчёта* (рис. 171).

Постоянство скорости света — фундаментальное свойство природы. Из постулатов СТО следует, что *скорость света — максимально возможная скорость распространения любого взаимодействия.*



171

Независимость скорости света в вакууме от выбора системы отсчёта: $v_и$ *— скорость источника света;* $v_п$ *— скорость приёмника*

Скорость света образует верхний предел скоростей для всех материальных тел. Материальные тела не могут иметь скорость бóльшую, чем скорость света.

Радиус чёрной дыры. Наличием верхнего предела скорости объясняется существование одного из самых необычных астрономических объектов — *чёрной дыры*.

Интенсивное рентгеновское излучение, наблюдавшееся из определённой области звёздного неба, астрономы объяснили резким ускорением звёздного вещества, втягивающегося в исключительно мощный гравитационный центр. В то же время излучение непосредственно из центра в отличие от звёзд отсутствует, что и послужило основанием назвать подобный астрономический объект чёрной дырой. Чёрная дыра образуется при гравитационном сжатии (коллапсе) массивной звезды. Если масса звезды более чем в 3 раза превосходит массу Солнца, ядро этой звезды, сжимаясь, достигает такой плотности, что даже свет не может преодолеть силы его тяготения.

Для оценки радиуса чёрной дыры воспользуемся выражением для второй космической скорости (минимальной скорости, необходимой для преодоления гравитационного поля звезды массой M и радиусом R):

$$v_{\mathrm{II}} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2\frac{GM}{R}}.$$

Отсюда можно выразить радиус через вторую космическую скорость:

$$R = \frac{2GM}{v_{\mathrm{II}}^2}. \qquad (151)$$

Согласно второму постулату СТО максимальное значение второй космической скорости $v_{\mathrm{II\,max}} = c$.

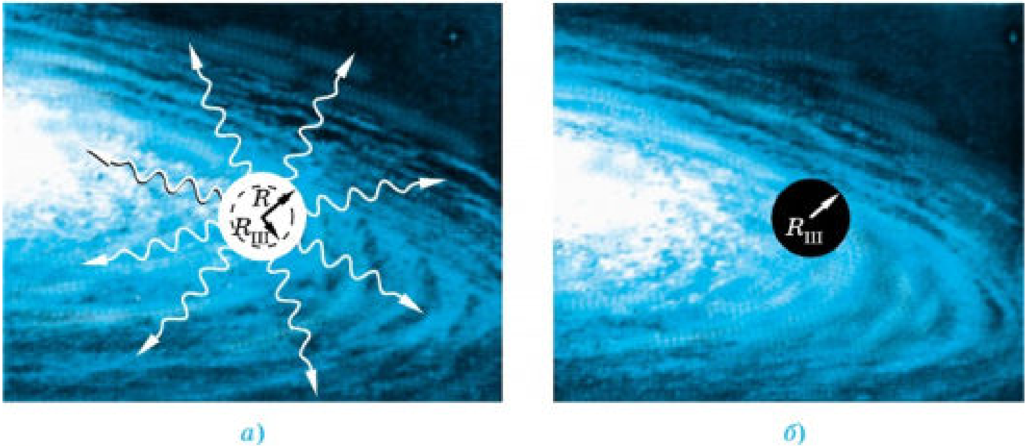
Соответственно можно определить *критический радиус*.

Радиус Шварцшильда — критический радиус чёрной дыры, соответствующий скорости света:

$$\boldsymbol{R_{\mathrm{Ш}} = \frac{2GM}{c^2}}. \qquad (152)$$

Если частица находится от центра чёрной дыры на расстоянии $R < R_{\mathrm{Ш}}$, то, как видно из сравнения формул (151) и (152), для преодоления гравитационного притяжения она должна обладать скоростью, большей скорости света:

$$v_{\mathrm{II}} > c.$$



▲ **172**

Условия образования чёрной дыры:
а — излучение выходит с поверхности звезды радиусом, превосходящим радиус Шварцшильда ($R > R_Ш$);
б — отсутствие излучения из чёрной дыры радиусом $R < R_Ш$ затрудняет получение информации о её внутренней структуре

Противоречие этого неравенства постулатам СТО означает, что, находясь внутри сферы радиусом $R_Ш$, никакая частица не может покинуть чёрную дыру. Именно поэтому не наблюдается излучение, выходящее из чёрной дыры (рис. 172).

Оценим с помощью формулы (152) радиус чёрной дыры массой, равной массе Солнца $M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ кг:

$$R_Ш = \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 3 \cdot 10^3 \text{ м} = 3 \text{ км}.$$

Мы не можем наблюдать события, происходящие внутри сферы, ограничивающей чёрную дыру, так как свет не может из неё выйти наружу. Поэтому поверхность чёрной дыры радиусом $R_Ш$ называют *горизонтом событий*.

ВОПРОСЫ

1. Что показал эксперимент Майкельсона—Морли?
2. Почему результаты эксперимента Майкельсона—Морли противоречили классическому закону сложения скоростей?
3. Что изучают специальная теория относительности и общая теория относительности?

4. Объясните смысл первого и второго постулатов теории относительности.
5. Почему существование чёрных дыр объясняется наличием верхнего предела скорости распространения любого взаимодействия? Что такое радиус Шварцшильда и горизонт событий?

§ 43. Относительность времени

Время в разных системах отсчёта. Последовательное рассмотрение следствий из постулатов СТО неизбежно приводит к анализу наиболее фундаментальных понятий физики: «пространство» и «время». Согласно классической механике время, сопутствующее определённому событию, едино во всех системах отсчёта (если не учитывать возможность изменять масштаб измерения времени или нуль его отсчёта по своему выбору).

Событие — физическое явление, происходящее в некоторой точке пространства в определённый момент времени.

Задав время, можно найти бесконечное множество одновременных событий, которым можно приписать одну и ту же временну́ю координату. В классической механике достаточно одних часов, так как течение времени одинаково для всех наблюдателей во всех инерциальных системах отсчёта. Такие понятия, как «теперь», «ранее», «позднее», «одновременно», имели абсолютное значение, независимое от выбора системы отсчёта.

Повседневный опыт даёт основания для установления единого и абсолютного хронологического порядка, одинакового для всего окружающего мира. Единое прошлое, настоящее и будущее существует, согласно классической механике, для всех возможных событий, где бы они ни происходили и каким бы образом ни наблюдались.

Житейское понятие времени не ложно, иначе оно было бы быстро отвергнуто. *Естественность классических представлений возникает из расширенного представления об области применимости повседневного опыта.*

В обычных масштабах времени и пространства можно пренебречь тем временем, за которое световой сигнал доходит из одного места в другое.

«Теперь» — момент времени, когда мы получаем всю совокупность чувственных восприятий. Однако *сосуществование событий в нашем чувственном восприятии не означает одновременности этих событий.*

Когда мы смотрим телевизионную передачу, то понимаем, что события на экране телевизора происходят не в момент их наблюдения (даже при прямой трансляции). Электромагнитное излучение распространяется со скоростью света. Это означает, что излучение, приходящее от телебашни, находящейся на расстоянии 30 км от дома, доходит до приёмной антенны за время

$$t_1 = \frac{l_1}{c} = \frac{3 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} = 10^{-4}\ \text{с}.$$

Следовательно, мы наблюдаем на экране событие из прошлого (хотя и очень близкого).

«Прошлое» — множество событий, которые могли оказать влияние на события в настоящем.

Глядя в окно на звёздное небо, мы как бы зондируем прошлое разной давности. Свет от Луны доходит до Земли за 1,3 с, от Марса — за 5 мин, от Солнца — за 8 мин. Поэтому такими, как мы их видим «теперь», Луна, Марс и Солнце были соответственно 1,3 с, 5 мин и 8 мин тому назад. Одни звёзды так, как «теперь», выглядели несколько лет назад, другие — миллионы лет назад, третьи — сейчас существуют, но мы их не видим: свет от них к нам ещё не успел дойти.

Наблюдая изображение часов на экране телевизора, необходимо вносить поправки, соответствующие расстоянию от часов. Вместо одних часов можно применять много синхронизированных часов. События будут одновременными, если синхронизированные часы показывают одинаковое время в момент, когда происходят события. Тогда утверждение, что одно отдалённое событие происходит раньше другого, имеет смысл. Его можно проверить с помощью синхронизированных часов, покоящихся в выбранной системе отсчёта.

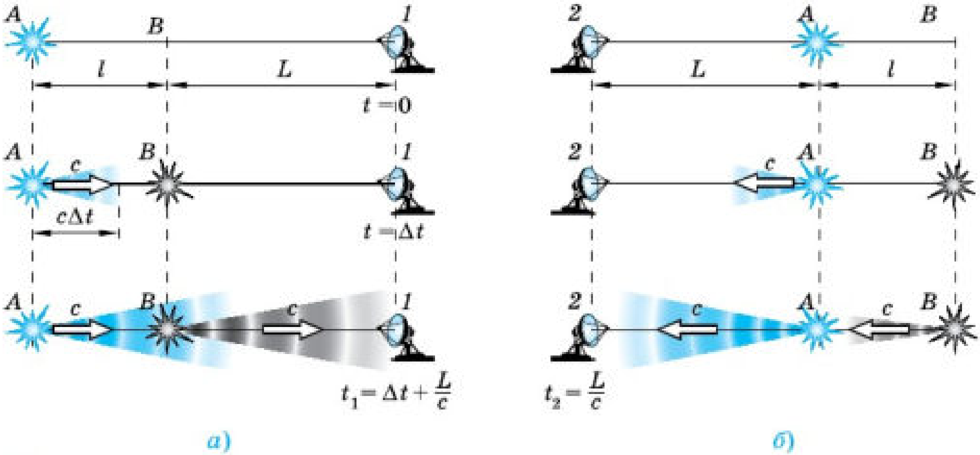
Для синхронизации часов, находящихся в разных точках системы отсчёта, используется световой сигнал, распространяющийся с одинаковой скоростью света c во всех направлениях и во всех инерциальных системах отсчёта. В результате каждому событию соответствует определённый момент времени, независимо от места совершения этого события.

«Будущее» — множество событий, на которые могут оказать влияние события в настоящем.

Порядок следования событий. Предположим, что в точках A и B, находящихся на расстоянии l друг от друга (рис. 173), последовательно через промежуток времени Δt вспыхивают две звезды (сначала в точке A, а затем в точке B). Приёмник излучения находится в точке *1* на расстоянии L от звезды B (рис. 173, *а*).

В момент вспышки звезды B излучение от звезды A распространяется на расстояние $c\Delta t$. Если это расстояние меньше расстояния между звёздами, то интервал времени между вспышками меньше времени, необходимого для распространения света между ними:

$$\Delta t < \frac{l}{c}.$$



173

Зависимость порядка следования событий от положения наблюдателя:
а — наблюдатель 1: раньше зажглась звезда B;
б — наблюдатель 2: раньше зажглась звезда A

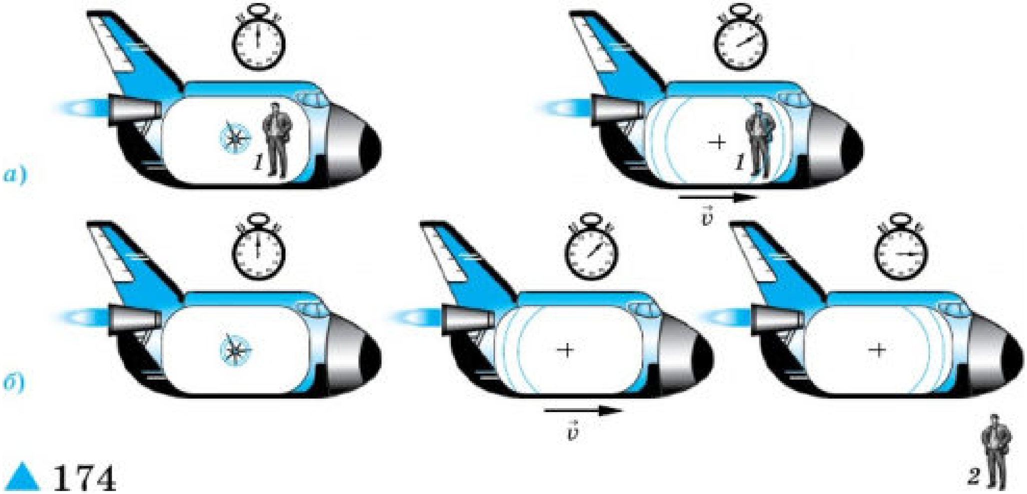
В этом случае излучение от звезды *B* достигнет приёмника раньше, чем от звезды *A*. Поэтому наблюдатель *1* полагает, что последовательность событий была обратной: звезда *B* зажглась раньше, чем звезда *A*. Когда приёмник излучения находится в точке *2* (рис. 173, *б*), излучение от звезды *A* при тех же условиях достигнет приёмника раньше, чем от звезды *B*. Наблюдатель *2* считает поэтому, что звезда *A* зажглась раньше, чем звезда *B*.

Если промежуток времени между событиями (вспышками звёзд) меньше времени, необходимого для распространения света между ними, то порядок следования событий остаётся неопределённым, зависящим от положения наблюдателя.

Одновременность событий. Рассмотрим восприятие одного и того же события наблюдателями, находящимися в разных ИСО.

Пусть световой сигнал излучается в центре ракеты, движущейся со скоростью v (рис. 174).

Наблюдатель *1* внутри ракеты считает, что свет достигает противоположных стен одновременно, так как стены находятся на одинаковом расстоянии от источника, а скорость света одинакова во всех направлениях. Внешний наблюдатель *2* знает, что скорость света постоянна и не зависит от направления движения. Левая стена приближается к источнику со скоростью v, а правая удаляется от него с такой же скоростью. Поэтому



▲ 174

Относительность одновременности событий:
а — наблюдатель 1: свет достигает противоположных стен одновременно;
б — наблюдатель 2: свет достигает левой стены раньше, чем правой

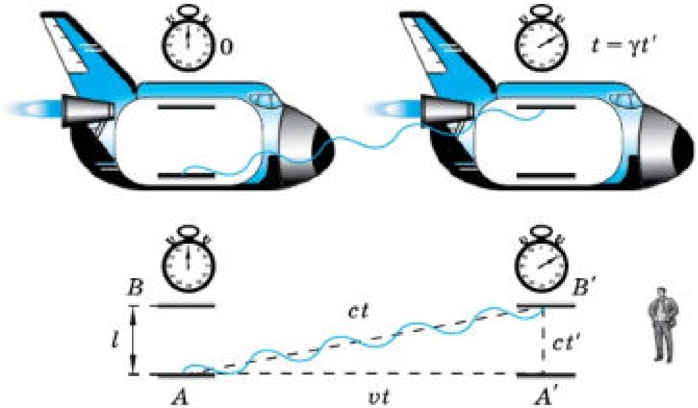
световой сигнал достигает левой стены раньше, чем правой. Хотя разность времени прибытия светового сигнала будет очень незначительной (если скорость ракеты мала по сравнению со скоростью света), принципиально важно, что сигнал не достигнет обеих стен одновременно.

Два события, одновременные в одной инерциальной системе отсчёта, не являются одновременными в другой инерциальной системе отсчёта.

Одновременность — не абсолютная характеристика явлений. Разные наблюдатели могут иметь различные представления об одновременности событий.

ВОПРОСЫ

1. Приведите примеры событий, которые воспринимаются как одновременные, но реально таковыми не являются.
2. Почему, глядя на звёздное небо, мы как бы зондируем прошлое?
3. Будет ли определённым порядок следования событий, если разделяющий их промежуток времени больше времени, необходимого для распространения света между ними?



176

Измерение времени неподвижным наблюдателем. По мнению наблюдателя, световой импульс проходит большее расстояние за больший промежуток времени: $t > t'$

Собственное время — время, измеренное наблюдателем, движущимся вместе с часами.

При этом в соответствии со вторым постулатом СТО движение светового импульса должно происходить со скоростью света c, одинаковой во всех ИСО. Введём промежуток времени t, за который импульс достигнет верхнего зеркала (с точки зрения внешнего наблюдателя). За это время космический корабль пролетит расстояние vt, а световой импульс пройдёт расстояние ct.

Применяя теорему Пифагора к $\triangle AB'A'$, имеем

$$(ct)^2 = (vt)^2 + (ct')^2. \tag{153}$$

Предположим, что время в неподвижной и движущейся системах отсчёта течёт одинаково ($t = t'$). Тогда

$$c^2 = v^2 + c^2.$$

Полученное противоречие означает следующее.

Время в неподвижной системе отсчёта и движущейся относительно неё течёт с разной скоростью:

$$\boldsymbol{t \neq t'}.$$

После перегруппировки слагаемых в (153):

$$t^2(c^2 - v^2) = c^2t'^2$$

находим время по часам неподвижного наблюдателя

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (154)$$

Квадратный корень в знаменателе, если $v \neq 0$,

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1,$$

а величина

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} > 1. \qquad (155)$$

Следовательно, согласно выражению (154)

$$t = \gamma t' > t'.$$

Это означает, что неподвижный наблюдатель обнаруживает замедление хода движущихся часов в γ раз по сравнению с точно такими же, но находящимися в покое часами (табл. 14).

Движущиеся часы идут медленнее неподвижных, так как время в движущейся системе отсчёта замедляется.

Эффект замедления времени не имеет ничего общего с особыми свойствами света или конструкцией световых часов, а является неотъемлемым свойством самого времени. Чтобы продемонстрировать это, можно в покоящемся космическом корабле поместить световые и механические наручные часы, предварительно синхронизированные. Если при движении корабля световые часы, как им и положено, замедляются, а наручные нет, можно было бы получить детектор абсолютного движения. При совпадении показаний корабль покоится, при отставании световых часов от наручных — движется. Наличие такого детектора противоречит первому постулату СТО.

Таблица 14

Замедление хода часов, движущихся со скоростью v

v/c	γ	v/c	γ
0	1	0,9	2,29
0,2	1,02	0,99	7,09
0,4	1,09	0,999	22,37
0,6	1,25	0,9999	70,7
0,8	1,67	0,99999	223,6

Поскольку замедление времени — свойство самого времени, то замедляют свой ход не только движущиеся часы. При движении замедляются все физические процессы, в том числе и химические реакции в организме человека, поэтому течение жизни замедляется в соответствующее число раз.

Человечество пока не имеет возможности использовать эффект замедления времени в практическом плане для совершения космических полётов к звёздам со скоростью, близкой к скорости света. Тем не менее эффект замедления времени был экспериментально обнаружен и при скорости движения, много меньшей скорости света.

В 1971 г. было проведено сравнение хода цезиевых часов: одни часы находились в полёте вокруг Земли на реактивном самолёте, а другие оставались в обсерватории на Земле.

При приземлении самолёта отставание часов, путешествовавших вокруг Земли, от покоившихся составило около 200 нс. Этот эксперимент является прямым подтверждением представлений СТО о том, что ход времени различен в разных ИСО.

Время не является инвариантом для различных ИСО.

Время — способ упорядочения реальных событий и измерения относительной длительности процессов.

Зависимость хода времени от условий эксперимента хорошо всем знакома. Один и тот же промежуток времени может представляться вечностью или мигом в зависимости от того, сколько событий совершилось в течение него.

ВОПРОСЫ

1. Какое время называют собственным?
2. Чем определяется эффект замедления времени: свойствами света, конструкцией световых часов или свойствами самого времени?
3. Почему при движении замедляется не только ход часов, но и протекание всех физических процессов, а также химических реакций в организме человека?
4. Можно ли использовать эффект замедления времени для длительных космических полётов?
5. Какой эксперимент подтверждает эффект замедления времени?

§ 45. Релятивистский закон сложения скоростей

Закон сложения скоростей. Опыт Майкельсона—Морли показал, что скорость света в вакууме постоянна и не зависит от скорости движения источника или приёмника света. Этот результат означает, что преобразования Галилея и закон сложения скоростей неверны при скорости движения, соизмеримой со скоростью света.

Из постулатов теории относительности следует, что материальное тело не может иметь скорость, бо́льшую скорости света. Обозначив через v_x скорость тела относительно неподвижной системы отсчёта X и $v_{x'}$ относительно системы отсчёта X', движущейся со скоростью v, можно записать *релятивистский закон сложения скоростей*:

$$\boxed{v_x = \frac{v_{x'} + v}{1 + v_{x'}v/c^2}.} \qquad (156)$$

Релятивистский закон сложения скоростей справедлив при любой скорости движущихся тел.

Теория относительности определяет границы применимости классической механики.

При $v_{x'} \ll c$ и $v \ll c$ $\left(\frac{v_{x'}v}{c^2} \ll 1\right)$ релятивистский закон сложения скоростей переходит в классический

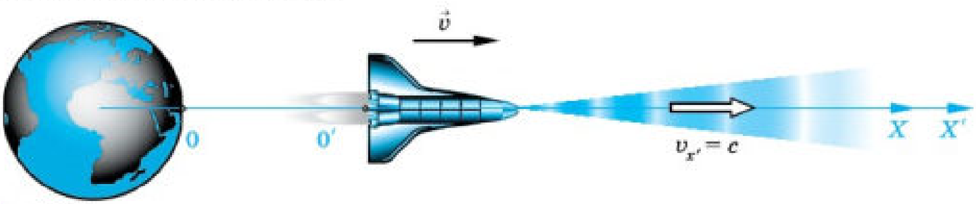
$$v_x = v_{x'} + v.$$

Таким образом, классический закон сложения скоростей справедлив лишь в предельном случае: для скорости движения, малой по сравнению со скоростью света.

Именно с такими скоростями мы имеем дело в повседневной жизни.

Было бы столь же нелепо применять релятивистский закон сложения скоростей к движению автомобилей, поездов и самолётов, сколь нерационально использовать современную компьютерную систему в торговом ларьке, где достаточно калькулятора.

Скорость распространения светового сигнала. Воспользуемся релятивистским законом сложения скоростей для оценки скорости v_x (относительно неподвижной системы отсчёта X, связанной с Землёй) светового сигнала, излучаемого с космического корабля, удаляющегося от Земли со скоростью v (рис. 177).



177

Скорость распространения светового сигнала, излучаемого космическим кораблём. Скорость света относительно Земли (неподвижная система отсчёта) равна скорости света в вакууме

Скорость светового сигнала, излучаемого источником, покоящимся относительно корабля, $v_{x'} = c$.

Из выражения (156) следует, что скорость светового сигнала относительно Земли

$$v_x = \frac{c+v}{1+cv/c^2} = \frac{c+v}{c^2+cv}c^2 = \frac{c+v}{c(c+v)}c^2.$$

Следовательно, $v_{x'} = c$. Это равенство подтверждает правильность выбора релятивистского закона сложения скоростей в виде (156). Стало быть, скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчёта. Это означает, что релятивистский закон сложения скоростей согласуется со вторым постулатом теории относительности. Кроме того, скорость света не зависит от скорости движения источника, подтверждая тем самым результат опыта Майкельсона—Морли.

ВОПРОСЫ

1. Почему преобразования Галилея и классический закон сложения скоростей не верны при скорости движения, соизмеримой со скоростью света?
2. Сформулируйте релятивистский закон сложения скоростей.
3. Укажите границы применимости классического закона сложения скоростей.
4. Докажите, что релятивистский закон сложения скоростей согласуется со вторым постулатом теории относительности.
5. Как релятивистский закон сложения скоростей согласуется с результатами эксперимента Майкельсона—Морли?

ЗАДАЧИ

1. Две ракеты движутся навстречу друг другу относительно Земли с одинаковой скоростью, равной $0{,}5c$. Определите скорость сближения ракет: согласно классической механике; в соответствии с релятивистским законом сложения скоростей.
2. Ионизованный атом, вылетев из ускорителя со скоростью $0{,}9c$, испустил свет в направлении своего движения. Найдите скорость света относительно ускорителя.
3. Две галактики разбегаются от центра Вселенной в противоположных направлениях с одинаковой скоростью $0{,}75c$ относительно центра. С какой скоростью они удаляются друг от друга?
4. С какой скоростью распространяются друг относительно друга два лазерных импульса, излучаемых в вакууме в противоположных направлениях? Какой результат даёт классический закон сложения скоростей?
5. С космического корабля, удаляющегося от Земли со скоростью $0{,}8c$, стартует ракета в направлении движения корабля. Скорость ракеты относительно Земли $0{,}976c$. Чему равна скорость ракеты относительно корабля?

§ 46. Взаимосвязь энергии и массы

Энергия покоя. Классическая механика разделяет и определяет два различных вида материи: *вещество* и *поле*. Необходимой характеристикой вещества является масса, а поля — энергия. Соответственно существуют законы сохранения: *закон сохранения массы* и *закон сохранения энергии*.

Согласно теории относительности существует взаимосвязь между массой и энергией.

Вещество имеет массу и поэтому уже обладает энергией; поле имеет энергию и, следовательно, обладает массой.

Покоящееся тело имеет определённую энергию E_0, называемую *энергией покоя*.

Энергия покоя — энергия тела в системе отсчёта, относительно которой тело покоится.

В 1905 г. Альберт Эйнштейн показал, что энергия покоя тела пропорциональна его массе:

$$E_0 = mc^2. \tag{157}$$

Вывод Эйнштейна блестяще подтвердился при открытии в 1933 г. французским физиком ***Фредериком Жолио-Кюри*** явления *аннигиляции*. Суть этого явления состоит в том, что при взаимодействии отрицательно заряженного электрона e^- со своей античастицей — позитроном e^+, имеющим равную m_e массу и равный e, но противоположный по знаку заряд, обе частицы исчезают. В результате аннигиляции возникает электромагнитное излучение (рис. 178). Энергия $E_и$ возникшего излучения равняется сумме энергий покоя электрона и позитрона:

$$E_и = 2m_ec^2 = 2 \cdot (9{,}1 \cdot 10^{-31}) \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1{,}64 \cdot 10^{-13}\ Дж.$$

Уравнение реакции аннигиляции может быть записано следующим образом:

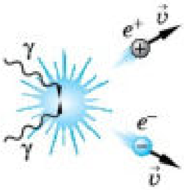
$$e^- + e^+ \to \gamma + \gamma,$$

где γ — фотон, частица — переносчик электромагнитного взаимодействия и излучения.

▲ 178

Аннигиляция электрон-позитронной пары

Электрон-позитронная аннигиляция используется в медицинской диагностике (компьютерная томография). Пациенту вводится раствор глюкозы, содержащий радиоактивные изотопы, испускающие позитроны в процессе распада. Раствор переносится в



▲ **179**

Рождение электрон-позитронной пары

крови. Позитрон аннигилирует с электроном клетки, давая два фотона, вылетающие в противоположных направлениях. Детекторы квантов, окружающие пациента, фиксируют с помощью компьютера источники фотонов и соответственно места, где глюкоза усваивается (аккумулируется). Глюкоза быстро поглощается в раковых опухолях, из которых возникает особенно сильный сигнал, фиксируемый детектором.

Многочисленные эксперименты показали, что частицы могут как исчезать, так и рождаться. *Рождение пары* — процесс, обратный аннигиляции (рис. 179).

Французские физики Фредерик Жолио-Кюри и ***Ирен Жолио-Кюри*** обнаружили в 1933 г. рождение гамма-квантами электрон-позитронных пар

$$\gamma + \gamma \to e^- + e^+.$$

Для рождения пары электромагнитное поле должно обладать достаточной минимальной энергией, равной сумме энергий покоя частиц:

$$E_{\min} = 2E_0 = 2m_e c^2.$$

При наличии такой энергии возможно рождение электрона и позитрона в состоянии покоя. Энергия поля, превышающая достаточную минимальную энергию, сообщит частицам кинетическую энергию. Полная энергия частицы массой m будет складываться из энергии покоя и кинетической энергии:

$$E = E_0 + E_k.$$

Если скорость частицы $v \ll c$, то

$$E = mc^2 + \frac{mv^2}{2}. \quad (158)$$

Энергия свободной частицы. Теоретические расчёты показывают, что при произвольных v/c полная энергия частицы имеет вид:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \quad (159)$$

Иногда формулу (159) представляют в виде

$$E = m_r c^2,$$

где $m_r = \dfrac{m}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ называют релятивистской массой, а $p = m_r v$ — релятивистским импульсом.

Согласно формуле (158) кинетическая энергия тела определяется с учётом (159) выражением

$$E_k = E - E_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - mc^2. \qquad (160)$$

При малых скоростях $v \ll c$ получается привычное выражение:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Взаимосвязь массы и энергии. Как мы уже отмечали, в классической физике выполняются *закон сохранения массы* и *закон сохранения энергии*. Согласно теории относительности есть только один закон — *закон сохранения массы-энергии*.

Причины такого расхождения связаны с тем, что в классической физике энергии, с которой мы имеем дело в реальной жизни, соответствует очень малая масса. Согласно равенству (157)

$$m = \frac{E_0}{c^2}. \qquad (161)$$

Характерному диапазону энергии (1—1000 Дж), с которым мы имеем дело в повседневной жизни, как видно из последнего соотношения, соответствует масса: от 10^{-17} до 10^{-14} кг. Естественно, что в классической физике масса, соответствующая этому диапазону энергий, оказывалась незамеченной. По этой причине классическая физика не зафиксировала взаимосвязь между веществом и полем (между массой и энергией).

С другой стороны, макроскопическая масса является очень крупной энергетической характеристикой. Массе в 1 г, согласно равенству (157), соответствует энергия покоя $9 \cdot 10^{13}$ Дж. Такая энергия выделяется при взрыве атомной бомбы (см. табл. 12). Её хватило бы для превращения 30 000 т воды в пар.

Процесс излучения света является процессом превращения внутренней энергии излучающей системы в энергию излучения. При этом одновременно уменьшается и масса излучающего тела.

Излучение Солнца и звёзд несёт энергию и, значит, массу. Излучая энергию, Солнце и звёзды теряют массу.

Согласно формуле (161) изменение массы пропорционально изменению энергии:

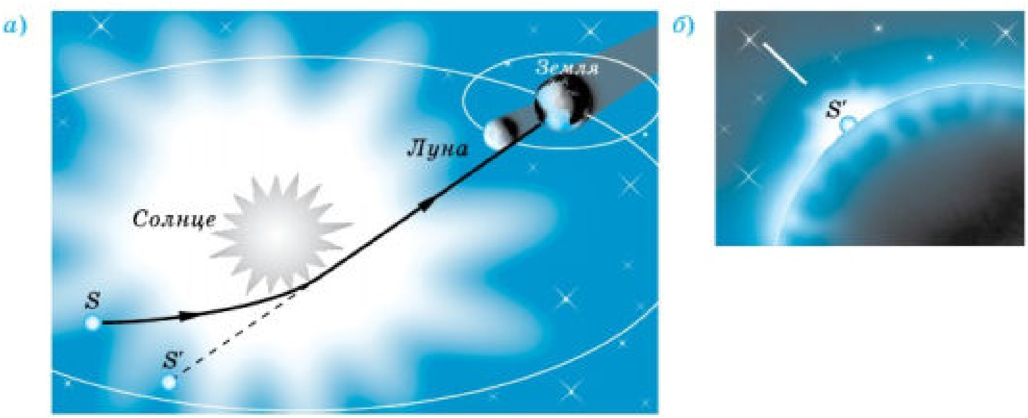
$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}. \qquad (162)$$

Если в результате взаимодействия частиц выделяется энергия, то $\Delta E < 0$. Это означает, что масса системы уменьшается $\Delta m < 0$. Подобное уменьшение массы системы происходит, например, при образовании атома водорода из протона и электрона. Фотон электромагнитного излучения, образующийся при реакции, уносит энергию, уменьшая тем самым массу системы.

Экспериментально энергию фотона можно рассчитать по искривлению светового луча вблизи массивной звезды (Солнца) вследствие гравитационного притяжения фотонов к звезде (рис. 180). Этот эффект впервые был зафиксирован в 1919 г. во время полного солнечного затмения английским физиком и астрономом ***Артуром Эддингтоном***.

Мощность излучения Солнца составляет $3{,}8 \cdot 10^{26}$ Вт. Из-за излучения масса Солнца уменьшается примерно на 4 млн т в секунду.

При получении системой энергии извне $\Delta E > 0$. Это означает, что $\Delta m > 0$. Масса системы увеличивается, как, например, при рождении электрон-позитронной пары.



180

Солнце как гравитационная линза:
а — искривление светового луча, идущего от звезды S к Земле, вследствие гравитационного притяжения фотонов к Солнцу;
S′ — кажущееся положение звёзд;
б — вид Солнца с Земли во время солнечного затмения, при котором устраняется прямая засветка приёмника

ВОПРОСЫ

1. Что такое энергия покоя тела?
2. Какие эксперименты подтверждают наличие энергии покоя?
3. Почему единый закон сохранения массы-энергии представляется в классической механике в виде двух законов сохранения — массы и энергии?
4. Приведите примеры взаимодействий частиц с уменьшением и увеличением массы системы.
5. Кратко сформулируйте основные результаты, полученные специальной теорией относительности.

ЗАДАЧИ

1. Чему равна энергия покоя электрона? Масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.
2. Энергию покоя частиц и соответственно их массу часто измеряют в электрон-вольтах: 1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж. Выразите массу покоя электрона и протона в электрон-вольтах.
3. Энергия протона, вылетающего с поверхности Солнца в сторону Земли, равна 1083 МэВ. Через какой промежуток времени с момента вылета протона экспериментатор на Земле сможет зафиксировать его приземление?
4. Какую работу необходимо совершить для увеличения скорости электрона от $0{,}6c$ до $0{,}8c$?
5. Дейтрон (ядро изотопа атома водорода — дейтерия) образовано из протона и нейтрона. Масса протона $m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ кг, нейтрона $m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ кг. Энергия покоя дейтрона 1875,6 МэВ. Какая энергия выделяется при образовании дейтрона? На сколько масса дейтрона меньше суммарной массы протона и нейтрона?

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Каково происхождение (этимология) слова «постулат»?
2. Существуют ли постулаты в других областях научного знания (кроме физики и геометрии)? Приведите аргументированные примеры.
3. Подготовьте доклад «Теория относительности: от Галилея до Эйнштейна».
4. Поверхность чёрной дыры определённого радиуса называют горизонтом событий. Какой личностный смысл можно вложить в понятие «горизонт событий»?
5. Интервал между двумя событиями в четырёхмерном пространстве является инвариантной величиной. Выполняется ли данное утверждение в вашей жизни?
6. Согласно формуле Эйнштейна изменение массы пропорционально изменению энергии. Каким образом можно оценить изменение массы человека, принявшего пищу?

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **Общая теория относительности (ОТО)** — физическая теория пространства, времени и тяготения.
- **Специальная теория относительности (СТО)** рассматривает пространственно-временные за-

закономерности, справедливые для любых процессов.

- **Первый постулат СТО:** *все законы природы имеют одинаковый вид в ИСО.*
- **Второй постулат СТО:** *скорость света в вакууме одинакова во всех ИСО.*
- **Скорость света** — максимальная скорость распространения любого взаимодействия.
  Материальные тела не могут иметь скорость бо́льшую, чем скорость света.
- **Чёрная дыра** — астрономический объект, гравитационное поле которого удерживает излучение и вещество в пределах радиуса Шварцшильда:
  $$R_{\text{Ш}} = \frac{2GM}{c^2},$$
  где M — масса чёрной дыры.
- **Горизонт событий** — поверхность чёрной дыры массой M и радиусом $R_{\text{Ш}}$.
- Два события, одновременные в одной ИСО, не являются одновременными в другой ИСО.
- Порядок следования событий остаётся неопределённым, зависящим от положения наблюдателя, если промежуток времени между событиями меньше времени, необходимого для распространения света между ними.
- **Собственное время** — время, измеренное наблюдателем, движущимся вместе с часами.
  Время в неподвижной системе отсчёта t и в движущейся относительно неё t' течёт с разной скоростью:
  $$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$
  где v — скорость движущейся системы отсчёта относительно неподвижной системы отсчёта.
- **Релятивистский закон сложения скоростей** справедлив при любой скорости движущихся тел:
  $$v_x = \frac{v_{x'} + v}{1 + v_{x'}v/c^2},$$
  где v_x — скорость тела в неподвижной ИСО, $v_{x'}$ — скорость тела в ИСО, движущейся относительно неподвижной со скоростью v.
- Фотон (частица — переносчик электромагнитного взаимодействия) — безмассовая частица. Её масса покоя равна нулю.
- **Энергия покоя тела** — энергия тела в системе отсчёта, относительно которой оно покоится. Энергия покоя тела пропорциональна его массе:
  $$E_0 = mc^2.$$
  Полная энергия частицы массой m, движущейся со скоростью v:
  $$E = mc^2/\sqrt{1 - v^2/c^2}.$$
- Вещество имеет массу и обладает энергией, поле имеет энергию и обладает массой. Масса системы уменьшается при выделении энергии и увеличивается при получении энергии системой.

8 Молекулярная структура вещества

§ 47. Масса атомов. Молярная масса

Строение атома. Первым модельным приближением при описании реального движения тела является механическое движение, определяющее изменение пространственного положения тела с течением времени. Простейшая модель любого тела при таком движении — материальная точка, имитирующая объект без внутренней структуры и пространственной протяжённости. Например, материальной точкой можно считать океанский лайнер при рассмотрении кинематики его движения в Атлантическом океане. Однако модель материальной точки неприменима для пространственных масштабов, соизмеримых с размерами тел (или ещё меньших).

Подобно плывущему кораблю, состоящему из отдельных отсеков и кают, все тела состоят из образующих их атомов или молекул.

Моделью материального тела является совокупность движущихся и взаимодействующих между собой атомов (молекул).

Атомы недоступны наблюдению невооружённым глазом и неразличимы с помощью оптического микроскопа. Однако их изображение можно получить с помощью ионного микроскопа.

Молекула — система из небольшого числа связанных друг с другом атомов. Число атомов в молекуле мало по сравнению с полным числом атомов, составляющих тело.

Все вещества по составу можно разделить на два класса: *простые* и *сложные*.

Простые вещества состоят из атомов одного и того же химического элемента, сложные — из атомов различных элементов.

Атом — наименьшая частица химического элемента, являющаяся носителем его свойств.

В рамках планетарной модели структура атома подобна Солнечной системе. Вокруг ядра, находящегося в центре атома, движутся электроны. В отличие от планет, притягивающихся к Солнцу гравитационными силами, отрицательно заряженные электроны удерживаются вблизи положительно заряженного ядра силами электромагнитного взаимодействия.

Заряд ядра атома — главная характеристика химического элемента.

Заряд ядра объясняется наличием в составе ядра протонов (заряженных адронов; см. табл. 2).

Зарядовое и массовое числа. Зарядовое число равно числу протонов в ядре и обозначается Z.

Зарядовое число ядра совпадает с порядковым номером химического элемента в Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева.

Заряд протона положителен и равен по модулю заряду электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. *Заряд ядра атома равен* $+Ze$.

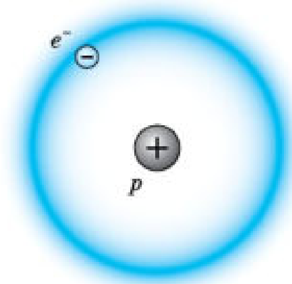
Например, ядро атома водорода состоит из одного протона: $Z = 1$ (рис. 181).

В целом атом электронейтрален: положительный заряд его ядра компенсируется отрицательным зарядом электронов, число которых равно числу протонов в ядре. *Суммарный заряд электронов в атоме равен* $-Ze$.

Другой основной характеристикой атома является его *масса*, складывающаяся из массы ядра и суммарной массы электронов.

Кроме протонов в ядре содержатся нейтроны (нейтральные адроны).

Масса нейтрона $m_n = 1{,}674929 \cdot 10^{-27}$ кг близка к массе протона $m_p = 1{,}672623 \cdot 10^{-27}$ кг.



▲ 181

Атом водорода (изотоп водорода $^1_1$H)

Масса протона в 1836 раз превосходит массу электрона $m_e = 9{,}1093897 \cdot 10^{-31}$ кг, а масса нейтрона — в 1839 раз, поэтому почти вся масса атома сосредоточена в ядре.

Протоны и нейтроны, входящие в состав ядра, получили общее название *нуклоны* (от *лат.* nucleus — ядро).

Массовое число A равно числу нуклонов в ядре атома (суммарное число протонов Z и нейтронов N):

$$A = Z + N. \qquad (163)$$

Число нейтронов

$$N = A - Z$$

в ядре одного и того же элемента может быть различным.

Изотопы — разновидности одного и того же химического элемента, различающиеся по массе ядер. Ядра изотопов содержат одинаковое число протонов и разное число нейтронов.

Зарядовое число Z и массовое число A входят в условное обозначение изотопа любого химического элемента X. *Слева от символа химического элемента* X *указываются массовое число* A (*сверху*) *и зарядовое число* Z (*снизу*): ${}^{A}_{Z}X$.

Например, изотоп водорода (см. рис. 181), ядром которого является протон, обозначается символом ${}^{1}_{1}H$. Более тяжёлыми изотопами водорода (рис. 182) являются дейтерий ${}^{2}_{1}H$ и тритий ${}^{3}_{1}H$, ядра которых содержат 1 и 2 нейтрона соответственно.

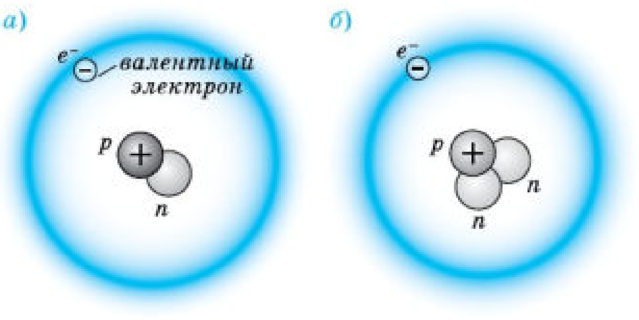
Условное обозначение химического элемента позволяет легко определять состав ядра и число электронов в атоме. У изотопа ${}^{6}_{3}Li$ (рис. 183) в ядре находится 3 протона и 3 нейтрона:

$$Z = 3; \quad N = A - Z = 6 - 3 = 3.$$

Вокруг ядра движутся 3 электрона.

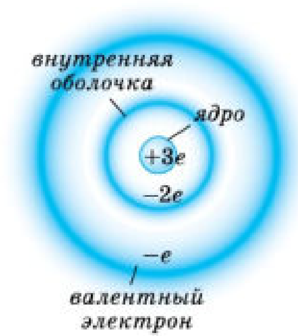
Дефект массы. Найдём суммарную массу m_Σ частиц, входящих в изотоп углерода ${}^{12}_{6}C$, содержащий 6 протонов, 6 нейтронов и 6 электронов:

$$m_\Sigma = 6\,(m_p + m_n + m_e) = 6\,(1{,}672631 \cdot 10^{-27} + 1{,}674929 \cdot 10^{-27} +$$
$$+ 9{,}1083897 \cdot 10^{-31})\ \text{кг} = 2{,}009 \cdot 10^{-26}\ \text{кг}.$$



▲ 182

Изотопы водорода:
а — дейтерий ${}^{2}_{1}H$; *б — тритий* ${}^{3}_{1}H$



▲ 183

Изотоп лития ${}^{6}_{3}Li$

Измерение массы атома даёт несколько меньший результат:

$$m_{^{12}_{6}C} = 1{,}992648 \cdot 10^{-26}\ \text{кг}.$$

Разность масс $m_\Sigma - m_{^{12}_{6}C}$ определяет *дефект массы*.

Дефект массы — разность суммарной массы отдельных частиц, входящих в состав атома (ядра), и полной массы атома (ядра):

$$\Delta m = m_\Sigma - m_0. \qquad (164)$$

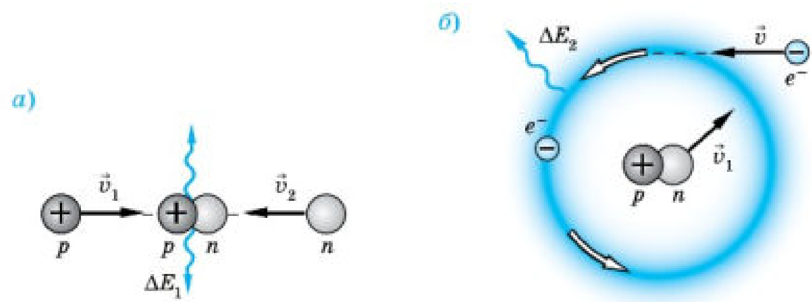
Дефект массы ядра характеризует уменьшение массы ядра, образующегося при объединении нуклонов, по сравнению с суммарной массой этих нуклонов до объединения.

Согласно формуле (162) уменьшение массы атома (ядра) сопровождается уменьшением его энергии:

$$\Delta E = \Delta mc^2. \qquad (165)$$

Уменьшение энергии при образовании атома из нуклонов и электронов происходит в результате выделения энергии при объединении в ядро протонов и нейтронов (рис. 184, *а*), а также вследствие излучения энергии при присоединении электрона к ядру (рис. 184, *б*).

Атомная единица массы. Массу атомов, молекул, их ядер неудобно измерять в таких крупных единицах массы, как килограмм. Практически вся масса атома сосредоточена в ядре, так как масса электронов мала



▲ 184

Дефект массы как результат излучения энергии при образовании ядра или атома из отдельных частиц:
а — при образовании ядра дейтерия ^2_1H *выделяется энергия* ΔE_1;
б — при образовании атома дейтерия ^2_1H *свободный электрон захватывается ядром, излучается энергия* $\Delta E_2 \ll \Delta E_1$

Постоянная Авогадро. *Количество вещества характеризуется числом молекул этого вещества.*

Макроскопические тела состоят из огромного числа атомов или молекул, поэтому количество вещества удобно измерять в крупных единицах, соответствующих большому числу частиц.

Единица количества вещества — *моль*.

Моль — количество вещества, масса которого, выраженная в граммах, численно равна относительной атомной массе.

Массу одного моля называют *молярной массой* и обозначают M:

$$M = M_r \cdot 1 \text{ г/моль}.$$

Единица молярной массы — *килограмм на моль* (кг/моль).

Из определения моля следует, что в нижней графе таблицы 15 приведена одновременно относительная атомная масса и молярная масса изотопов, выраженная в граммах на моль (г/моль).

Молярная масса может быть выражена через число атомов (или молекул) в моле вещества N_A и массу отдельного атома m_0:

$$\boldsymbol{M = N_A m_0}. \quad (167)$$

Используя определение молярной массы $M = M_r \cdot 10^{-3}$ кг/моль и выражение (166), преобразуем равенство (167) к виду

$$M_r \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = N_A \cdot M_r \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

После сокращений из этого выражения можно получить число атомов (или молекул) в одном моле вещества, или *постоянную Авогадро*.

Постоянная Авогадро — число атомов (или молекул), содержащихся в 1 моль вещества:

$$\boldsymbol{N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}.$$

Постоянная Авогадро одинакова для всех веществ, т. е. *моль любого вещества содержит одинаковое число атомов (или молекул)*.

Постоянная Авогадро впервые была вычислена Перреном в результате анализа опытов по изучению броуновского движения частиц.

ВОПРОСЫ

1. Что из себя представляет модель материального тела?
2. Какая физическая величина является главной характеристикой химического элемента?
3. Что такое массовое число?
4. Дайте определение дефекта массы. Чем он объясняется?
5. Сформулируйте определение постоянной Авогадро. Почему постоянная Авогадро одинакова для всех веществ?

ЗАДАЧИ

1. Найдите массу молекулы и атома кислорода.
2. Какую часть массы изотопа углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$ составляет масса его электронной оболочки?
3. В ядрах $^{9}_{4}\mathrm{Be}$, $^{13}_{7}\mathrm{N}$, $^{23}_{11}\mathrm{Na}$ нейтроны заменили протонами, а протоны — нейтронами. Определите символы полученных изотопов, их зарядовые и массовые числа.
4. Какая энергия выделяется при образовании изотопа углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$ из нуклонов и электронов?
5. Определите дефект массы атома бора $^{10}_{5}\mathrm{B}$, имеющего массу 10,013 а. е. м.

§ 48. Агрегатные состояния вещества

Виды агрегатных состояний. Объяснение свойств вещества, исходя из представлений о его молекулярном строении, составляет предмет *молекулярно-кинетической теории* вещества. Основной физической моделью этой теории является совокупность движущихся и взаимодействующих между собой молекул вещества. Взаимное расположение, характер движения и взаимодействие молекул одного и того же вещества, существенно зависящие от внешних условий (температура, давление), характеризуют его агрегатное состояние. Различают четыре агрегатных состояния вещества: *твёрдое, жидкое, газообразное, плазменное.*

Однако углерод в твёрдом состоянии образует три модификации, или фазы — графит, алмаз, фуллерен. *Фаза* — равновесное состояние вещества, отличающееся по своим физическим свойствам от других состояний того же вещества.

Фазовый переход — переход системы из одной фазы в другую.

При фазовом переходе скачкообразно изменяется какая-либо физическая величина (например, плотность, внутренняя энергия) или симметрия системы.

Наиболее часто наблюдаются фазовые переходы между агрегатными состояниями, у которых потенциальная энергия связи молекул наиболее близка друг к другу. *Плавление* — переход из твёрдого состояния в жидкое, *испарение* — из жидкого в газообразное, *ионизация* — из газообразного в плазменное. Однако возможен и переход из твёрдого состояния в газообразное (минуя жидкое) — *сублимация*.

Реализация того или иного агрегатного состояния вещества зависит от соотношения кинетической и потенциальной энергии молекул, входящих в его состав. Потенциальная энергия молекулы характеризует степень её связи с другими частицами. Между любыми двумя молекулами вещества на расстоянии, большем диаметра молекул, действуют силы притяжения электромагнитного происхождения. Эти силы стремятся связать молекулы в единое целое. Кинетическая энергия молекул препятствует этой тенденции сцепления их между собой (подобно движению тела в гравитационном поле, см. § 35).

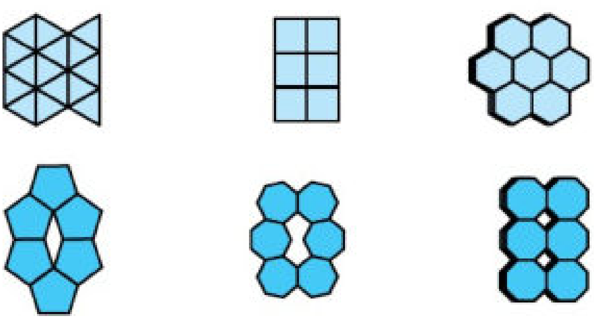
Твёрдое тело. В условиях, подобных земным, большинство тел находится в твёрдом состоянии.

Вещество находится в твёрдом состоянии, если средняя энергия связи молекул много больше их средней кинетической энергии.

Силы электрического отталкивания ядер атомов в молекулах противодействуют (на расстоянии, меньшем диаметра молекулы) уменьшению расстояния между молекулами, вызванному их взаимным притяжением. Каждая молекула занимает определённый объём в пространстве, притягивая соседние молекулы и одновременно отталкивая их, не давая занять то место, где она сама расположена.

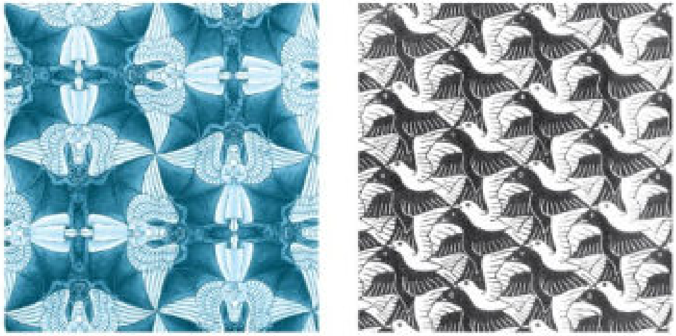
Благодаря такому взаимодействию молекулы плотно заполняют пространство. Молекулы в кристаллическом теле располагаются упорядоченно.

Упаковка молекул в пространстве аналогична заполнению плоскости правильными многоугольниками (рис. 185).



185

Заполнение плоскости правильными многоугольниками. Правильные пяти-, семи- и восьмиугольники не могут заполнить плоскость без пропусков



186

Заполнение плоскости одинаковыми объектами, предложенными М. Эшером

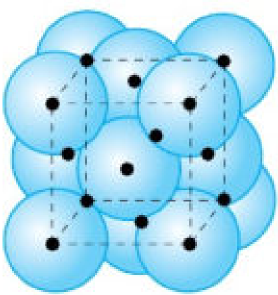
Известный голландский художник ***Морис Эшер***, обсуждая проблемы физики твёрдого тела со своим братом-кристаллографом, предложил много интересных и оригинальных способов разбиения плоскости на одинаковые объекты различной конфигурации (рис. 186).

Наиболее плотной упаковкой атомов является гранецентрированная: в ней атомы располагаются в вершинах куба и в центре его граней (рис. 187).

В качестве примера оценим среднее расстояние между ядрами атомов алюминия в такой решётке и их диаметр. Плотность алюминия $\rho = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3, молярная масса $M = 2{,}7 \cdot 10^{-2}$ кг/моль.

Образец алюминия массой m, состоящий из N атомов ($m = Nm_0$), занимает объём

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{Nm_0}{\rho}.$$



187

Гранецентрированная кристаллическая решётка алюминия

Объём, приходящийся на один атом,

$$V_1 = \frac{V}{N} = \frac{m_0}{\rho}.$$

Так как $m_0 = \dfrac{M}{N_A}$, то

$$V_1 = \frac{M}{N_A \rho} = \frac{2{,}7 \cdot 10^{-2}}{6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 2{,}7 \cdot 10^3}\ \text{м}^3 \approx 1{,}66 \cdot 10^{-29}\ \text{м}^3.$$

Длина ребра куба, имеющего такой объём, определяет расстояние между ядрами атомов (а в случае плотной упаковки — их диаметр):

$$l = \sqrt[3]{\frac{M}{N_A \rho}} \approx 2{,}6 \cdot 10^{-10}\ \text{м}. \qquad (168)$$

188

Модель теплового движения частиц в различных агрегатных состояниях вещества: а — твёрдое тело (частицы колеблются около положений равновесия, взаимодействуя с ближайшими соседями); б — жидкость (частицы колеблются в большей области, положения равновесия подвижны); в — газ (атомы (молекулы) движутся по прямолинейным траекториям; столкновения изменяют направление движения)

Частицы твёрдого тела, образуя кристаллическую решётку, колеблются около некоторых средних положений равновесия, называемых *узлами кристаллической решётки* (рис. 188, *а*).

Колебания молекул возможны по различным направлениям и могут иметь разную амплитуду. Значительная средняя сила взаимодействия молекул препятствует изменению среднего расстояния между ними. Следствием этого является *сохранение* твёрдыми телами *формы* и *объёма*.

При деформации (изменение формы или объёма) в твёрдом теле возникают силы, стремящиеся восстановить его форму и объём (см. § 23).

Жидкость. При нагревании твёрдого тела средняя кинетическая энергия молекул, колеблющихся около положений равновесия, возрастает. Рост кинетической энергии молекулы приводит к увеличению амплитуды её колебаний, и соответственно увеличивается расстояние между молекулами, так как при нагревании тела расширяются. Подводимое количество теплоты идёт на разрыв межатомных связей. В результате нарушается правильное расположение частиц (дальний порядок), характерное для кристаллической решётки твёрдого тела (рис. 188, *б*). Происходит фазовый переход вещества из твёрдого состояния в жидкое.

Вещество находится в жидком состоянии, если средняя кинетическая энергия молекул примерно равна их средней энергии связи.

Молекулы в жидкости упакованы так же плотно, как и в твёрдом теле, поэтому плотность жидкости и твёрдого тела примерно одинакова. Очень важно, что плотность льда меньше плотности воды, поэтому он плавает на её поверхности. Температура воды подо льдом выше температуры окружающего воздуха, благодаря чему выживают рыбы и морские животные.

При упаковке частиц в жидкости, так же как и в аморфных твёрдых телах (типа смолы), упорядоченное расположение частиц (*ближний порядок*) наблюдается лишь в пределах двух-трёх слоев. Это означает, что при фазовом переходе твёрдое тело—жидкость происходит нарушение симметрии системы. Относительные положения молекул в жидкости не фиксированы. Молекулы сравнительно медленно изменяют положение относительно друг друга. Под действием внешней силы (например, силы тяжести) жидкость *течёт*, сохраняя свой объём, и *принимает форму сосуда*. Текучесть жидкости объясняется тем, что перескоки молекул из одного положения равновесия в другое происходят преимущественно в направлении действия внешней силы. Текучесть жидкостей определяется их вязкостью.

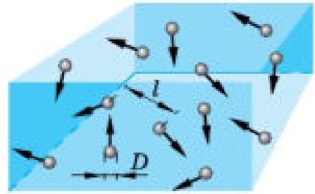
Сжимаемость жидкости *невелика* и мало отличается от сжимаемости кристаллических твёрдых тел из-за примерно одинаковой плотности упаковки частиц вещества в этих агрегатных состояниях.

Тем не менее в отсутствие сжатия воды уровень Мирового океана поднялся бы на 35 м, и огромные территории материков оказались бы затоплены.

Газ. При нагревании жидкости средняя скорость молекул может возрасти настолько, что окажется достаточной для преодоления сил притяжения между молекулами значительным числом частиц.

Вещество находится в газообразном состоянии, если средняя кинетическая энергия молекул превышает их среднюю энергию связи.

При давлении газа, близком к атмосферному, его плотность примерно в 10^3 раз меньше плотности жидкости или твёрдого тела. Следовательно, среднее расстояние между молекулами в газе, пропорциональное $\rho^{-1/3}$ (см. формулу (168)), примерно в 10 раз больше, чем в жидкости и твёрдом теле. Собственный объём молекул газа в сосуде составляет лишь тысячную долю от объёма сосуда.



▲ 189

Модель идеального газа. Условия идеальности газа:
1) $D \ll l$*;*
2) $\bar{E}_k \gg \bar{E}_p$*;*
3) $\bar{E}_k < \Gamma^*$

Газы *могут неограниченно расширяться в пространстве*, так как силы притяжения между молекулами незначительны. *Бóльшая сжимаемость* газов по сравнению со сжимаемостью жидкостей и твёрдых тел объясняется наличием большего межмолекулярного пространства (рис. 188, *в*). При сжатии газа уменьшается среднее расстояние между его молекулами. Однако силы взаимного отталкивания молекул на этом расстоянии невелики и практически не препятствуют сжатию.

Наиболее простой моделью, используемой для объяснения свойств газа, является ***идеальный газ***. Достаточно точно эту модель представляют примерно сто шариков для настольного тенниса, хаотически движущихся и сталкивающихся друг с другом, со стенами, полом и потолком комнаты (рис. 187).

Подобную модель можно использовать при выполнении трёх условий, называемых *условиями идеальности газа*.

1. Диаметр молекул много меньше среднего расстояния между ними:

$$\boldsymbol{D \ll l.}$$

Это условие можно сформулировать иначе, возведя в куб это неравенство и умножив его на полное число N молекул:

$$ND^3 \ll Nl^3,$$

где ND^3 — объём всех молекул, Nl^3 — объём газа.

Следовательно, *собственный объём молекул пренебрежимо мал по сравнению с объёмом газа*.

2. Средняя кинетическая энергия молекул значительно превышает их среднюю энергию связи на расстоянии, большем диаметра молекул:

$$\boldsymbol{\bar{E}_k \gg \bar{E}_{\text{св}}}\,.$$

Это означает, что между столкновениями молекулы движутся практически по прямолинейным траекториям (см. рис. 188, *в*). Время свободного пробега между столкновениями значительно превосходит время столкновения молекул.

3. Столкновения молекул газа со стенками сосуда и между собой — абсолютно упругие.

Следовательно, структура электронных оболочек молекул не нарушается в результате столкновений.

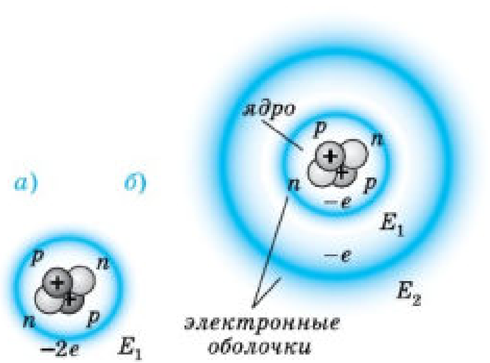
Обозначим через I^* энергию, необходимую для перевода (возбуждения) валентного электрона (определяющего валентность атома) на ближайшую орбиту (рис. 190).

Взаимодействие молекул можно считать упругим, если средняя кинетическая энергия молекулы недостаточна для возбуждения электрона:

$$\overline{E}_k < I^*. \qquad (169)$$

Условия идеальности обычно выполняются для разреженных газов.

Плазма. Нагревание газа приводит к увеличению скорости движения молекул, а следовательно, к возрастанию их средней кинетической энергии. Возможное нарушение при этом неравенства (169) означает, что взаимодействие молекул при столкновениях нельзя считать упругим, т. е. молекулы нельзя рассматривать как упругие шары.

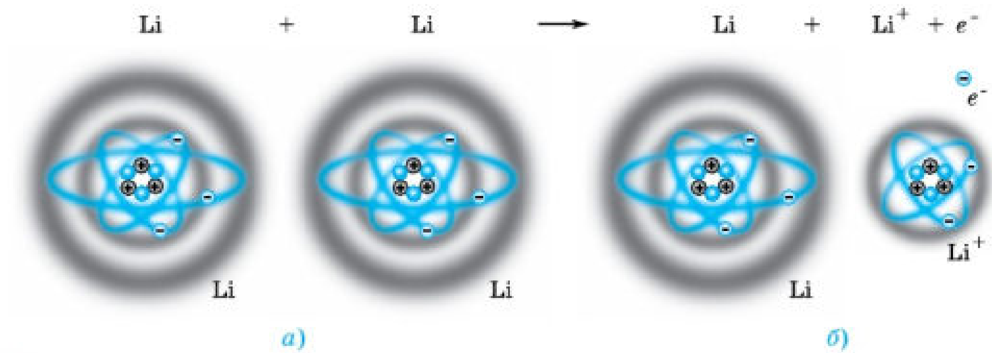


190

Атом гелия:
а — в основном состоянии;
б — в возбуждённом состоянии.
$I^* = E_2 - E_1$

При неупругом столкновении быстрых атомов деформируются их электронные оболочки: валентный электрон переходит на одну из возможных орбит, более удалённую от ядра.

Изменение характера столкновения при увеличении относительной скорости движения можно представить на примере соударения теннисных мячей. При скорости движения порядка 10 м/с мячи сталкиваются упруго, практически не деформируясь после соударения. Если скорость мячей оказывается порядка 100 м/с, то взаимодействие становится неупругим и мячи разрываются.



191

Реакция ионизации при столкновении атомов Li:
а — до столкновения; б — после столкновения

Большая кинетическая энергия атомов (молекул) в нагретом газе оказывается достаточной не только для деформации их электронных оболочек при столкновении, но и для выбивания из атома валентного электрона. При столкновении двух атомов X один из них может потерять электрон, превращаясь при этом в положительный ион X$^+$ (рис. 191):

$$X + X \rightarrow X + X^+ + e^-. \qquad (170)$$

Ионизация — процесс образования ионов из атомов.

Ионизация возможна и при столкновении различных частиц.

Реакция (170) определяет один из многих возможных вариантов образования заряженных частиц в газе. В результате неупругого взаимодействия атомов качественно изменяется состав газа: наряду с электронейтральными атомами (молекулами) появляются заряженные частицы (электроны, ионы). Полный электрический заряд газа в результате реакции ионизации не изменяется, так как суммарный заряд положительных ионов равен по модулю суммарному заряду отрицательно заряженных электронов. Изменение качественного состава газа приводит к образованию нового агрегатного состояния — *плазмы*.

Плазма — электронейтральная совокупность нейтральных и заряженных частиц.

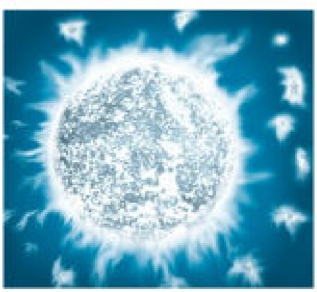
Плазму, состоящую из нейтральных атомов, ионов и электронов, называют трёхкомпонентной.

Реальная плазма — многокомпонентна. Она состоит из атомов и молекул в основном и в возбуждённом состоянии, положительных и отрицательных ионов, электронов и фотонов.

Значительная энергия, которой обладает водородная плазма, может быть использована при термоядерном синтезе. Такая плазма состоит из атомов водорода, его изотопов (дейтерия, трития), их положительных ионов (ядер) и электронов. Большая кинетическая энергия ядер позволяет им сблизиться на малые расстояния, преодолевая силы электрического отталкивания одноимённо заряженных частиц. На этих расстояниях возможно слияние ядер под действием сил ядерного притяжения. В результате процесса слияния (синтеза) выделяется значительная энергия, переносимая нейтронами.

Термоядерный синтез — источник энергии всех звёзд, в том числе и Солнца. Осуществление управляемого термоядерного синтеза (УТС) может предоставить человечеству новый, практически неисчерпаемый источник энергии.

Характерные свойства плазмы особенно наглядно проявляются при наличии электрического и магнитного полей, воздействующих на заряженные частицы плазмы. Интенсивное излучение плазменного столба возникает при таком электрическом разряде в атмосфере Земли, как молния, северное сияние. Излучение плазмы используется при создании искусственных источников света: люминесцентные, ртутные, натриевые лампы. 99,9% наблюдаемого вещества во Вселенной находится в плазменном состоянии. Гигантскими скоплениями плазмы являются туманности, звёзды, в том числе и Солнце.



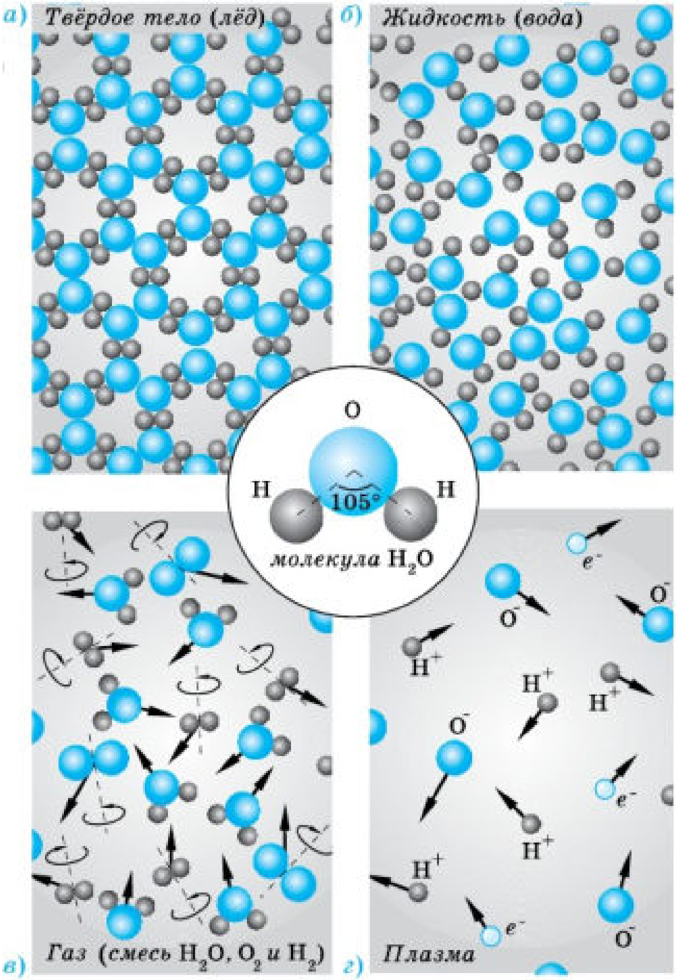
192

Солнечный ветер

Солнечный ветер — это поток плазмы, испускаемый Солнцем (рис. 192). Он оказывает существенное влияние на магнитное поле Земли.

Заряженные частицы солнечного ветра останавливаются магнитным полем Земли, начиная циркулировать в радиационных поясах атмосферы. Эта циркуляция вызывает свечение атмосферы — полярное сияние.

Анализ свойств различных агрегатных состояний подтверждает тот факт, что переход вещества из одного агрегатного состояния в другое сопровождается изменением его молекулярной



193

Молекулярная структура агрегатных состояний воды: а — твёрдое тело (лёд); расположение молекул H_2O *в кристаллической решётке льда упорядоченно; б — жидкость (вода); расположение молекул* H_2O *частично разупорядоченно; в — газ (смесь* H_2O, O_2 *и* H_2*); молекулы газа движутся поступательно и вращаются; г — плазма; атомы O, H, ионы* O^-, O^+, H^-, H^+, *электроны взаимодействуют друг с другом на значительном расстоянии*

структуры. Рисунок 193 даёт представление о молекулярной структуре одного и того же вещества в разных агрегатных состояниях.

ВОПРОСЫ

1. Назовите агрегатные состояния вещества. Какие изменения происходят в веществе при фазовых переходах?
2. При каком условии вещество находится в твёрдом состоянии? Как движутся молекулы в твёрдом теле?
3. При каком условии образуется жидкое состояние вещества? В чём особенности движения молекул в жидкости?

4. При каком условии вещество находится в газообразном состоянии? Сформулируйте условия идеальности газа.
5. Назовите состав трёхкомпонентной плазмы. Приведите примеры вещества, находящегося в плазменном состоянии.

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. В чём смысл поговорки «Мал золотник, да дорог»? Каково значение и происхождение слова «золотник»?
2. Как измерить геометрические размеры молекул?
3. Сколько молекул в микробе; человеке?
4. Существует ли дефект массы у человека?
5. Напишите эссе «Молекулы жизни».
6. Подготовьте доклад «Кристаллы: современная техника, медицина, открытие новых видов (на примере нитевидных кристаллов)».
7. Напишите обзорную статью «Происхождение и различные значения термина "плазма" в физике и медицине».

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- Все вещества состоят из движущихся и взаимодействующих между собой атомов и молекул.

  Простые вещества состоят из одинаковых атомов, сложные — из атомов различных химических элементов.

- **Атом** — наименьшая частица химического элемента, являющаяся носителем его свойств.

  В центре атома находится положительно заряженное ядро, вокруг которого движутся отрицательно заряженные электроны, притягивающиеся к ядру силами электромагнитного взаимодействия.

  Главной характеристикой химического элемента является заряд ядра атома.

  Z — зарядовое число ядра, равное числу протонов в ядре, совпадает с порядковым номером химического элемента в Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева.

  Атом электронейтрален: положительный заряд ядра ($+Ze$) компенсируется отрицательным зарядом электронов ($-Ze$).

  Кроме протонов, в ядре атомов содержатся нейтроны, связанные с протонами сильным взаимодействием. Общее название протонов и нейтронов, входящих в состав ядра, — **нуклоны**.

  Массовое число A равно числу нуклонов в ядре (суммарное число протонов Z и нейтронов N):

$$A = Z + N.$$

- **Изотопы** — разновидности одного и того же химического элемента, различающиеся по массе ядер. Ядра изотопов содержат

одинаковое число протонов и разное число нейтронов.
В условном обозначении изотопа химического элемента указывают массовое число A и зарядовое число Z:

$$^A_Z\mathrm{X}.$$

Масса атома меньше суммарной массы частиц, входящих в его состав.

- **Дефект массы** — разность суммарной массы отдельных частиц, входящих в состав атома (ядра), и полной массы атома (ядра):

$$\Delta m = m_\Sigma - m_0.$$

Дефект массы обусловливается выделением энергии ΔE при образовании атома:

$$\Delta E = \Delta m c^2.$$

- **Атомная единица массы** (а. е. м.) — средняя масса нуклона в атоме углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$.
Атомная единица массы равна $^1/_{12}$ массы атома углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$.

$$1 \text{ а. е. м.} = 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

- **Относительная атомная масса** M_r — число атомных единиц массы, содержащихся в массе атома:

$$m_0 = M_r \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

- **Моль** — количество вещества, масса которого, выраженная в граммах, численно равна относительной массе атома.
Молярная масса — масса одного моля.
Единица молярной массы — *килограмм на моль* (кг/моль).

- **Постоянная Авогадро** — число атомов (или молекул) в 1 моль любого вещества:

$$N_\mathrm{A} = 6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Молярная масса вещества:

$$M = N_\mathrm{A} m_0.$$

- Различают четыре агрегатных состояния (или фазы) вещества: твёрдое, жидкое, газообразное, плазменное.

- **Фаза** — равновесное состояние вещества, отличающееся по своим физическим свойствам от других состояний того же вещества.

- **Фазовый переход** — переход системы из одной фазы в другую. При фазовом переходе скачкообразно изменяется какая-либо физическая величина (например, плотность, внутренняя энергия) или симметрия системы.

- Вещество находится в **твёрдом состоянии**, если средняя энергия связи молекул много больше их средней кинетической энергии.
Молекулы в твёрдом теле располагаются упорядоченно.

- **Жидкое состояние** возможно, если средняя кинетическая энергия молекул примерно равна их средней энергии связи. Упорядоченное расположение молекул наблюдается в жидкости лишь в пределах нескольких соседних молекулярных слоёв.

- Вещество находится в **газообразном состоянии**, если средняя кинетическая энергия молекул превышает их среднюю энергию связи.

Молекулы газа движутся хаотически.

- Условия идеальности газа:
1) диаметр молекул много меньше среднего расстояния между ними;
2) средняя кинетическая энергия молекул значительно превышает их среднюю энергию связи на расстоянии, большем диаметра молекул;
3) столкновения молекул газа со стенками сосуда и между собой — абсолютно упругие.

- **Плазма** — электронейтральная совокупность нейтральных и заряженных частиц.

- **Ионизация** — процесс образования ионов из атомов.

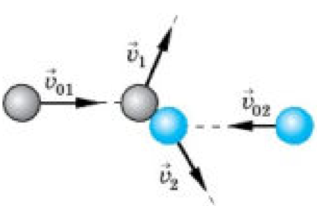
9 Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

§ 49. Распределение молекул идеального газа в пространстве

Статистический метод. Любое вещество в земных условиях состоит из огромного числа молекул (мы отмечали, что 1 моль вещества содержит $6{,}022 \cdot 10^{23}$ частиц). Математическое описание такой системы возможно лишь при рациональном выборе её физической модели. Наиболее простой моделью является идеальный газ, состоящий из атомов (молекул), между которыми отсутствуют силы, действующие на расстоянии, и которые сталкиваются между собой упруго. Использование подобной модели, одинаковой для всех разреженных газов, означает, что свойства различных газов не должны существенно отличаться друг от друга.

Свойства различных разреженных газов не зависят от специфики сил взаимодействия между отдельными молекулами.

Атмосферный воздух является примером идеального газа.



▲ 194

Изменение направления движения молекул в результате упругого столкновения: $\vec{v}_{01}$, $\vec{v}_{02}$ — *начальная скорость молекул;* $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ — *скорость молекул после столкновения*

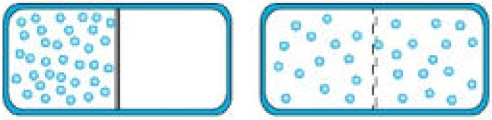
За одни сутки молекулы воздуха ударяют каждого из нас примерно 10^{32} раз. Их средняя скорость в 1,5 раза превышает скорость звука.

При столкновении друг с другом молекулы изменяют направление своего движения.

Если предположить, что сначала все молекулы двигались горизонтально, то уже после первого столкновения часть молекул в результате нецентрального удара изменит направление движения (рис. 194).

С каждым последующим столкновением возрастает хаотичность движения молекул. В результате частых столкновений любая молекула может двигаться в произвольно выбранном направлении с такой же вероятностью, как и в любом другом.

Для определения положения и скорости всех частиц идеального газа в произвольный момент



а) б)

195

Свободное расширение газа в вакуум при удалении перегородки:
а — начальное состояние газа;
б — конечное состояние газа

В правой половине сосуда — вакуум. При удалении перегородки газ свободно расширяется, равномерно заполняя правую половину сосуда (рис. 195, *б*).

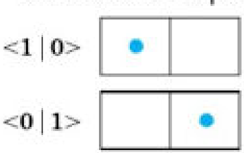
Однако никто и никогда не наблюдал обратный процесс, при котором газ, занимающий весь объём, самопроизвольно собирается в одной половине сосуда. Подобная однонаправленность (или необратимость) процесса самопроизвольного расширения газа и его равномерного распределения по объёму характерна лишь для систем с большим числом частиц и объясняется с помощью статистического метода.

Распределение частиц идеального газа по двум половинам сосуда. Рассмотрим основную идею статистического метода на примере распределения N частиц газа по двум половинам одного и того же сосуда, не имеющего перегородки между ними. Введём понятие макросостояния системы для этого случая.

Макросостояние системы — состояние, при котором в левой половине объёма находится n частиц, а в правой соответственно $N - n$.

Если система состоит из одной частицы ($N = 1$), то возможны два макросостояния системы (рис. 196):

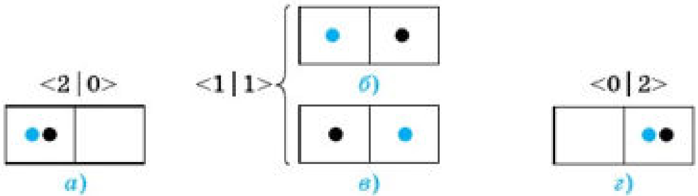
- в левой половине одна частица, в правой нет частиц (обозначим это состояние $<1\,|\,0>$);
- в левой половине нет частиц, в правой одна ($<0\,|\,1>$).



196

Возможное распределение частицы идеального газа по двум половинам сосуда, не разделённого перегородкой

Если в системе две частицы ($N = 2$), отличающиеся друг от друга, например, цветом, то каждая из них может попасть либо в левую, либо в правую половину. Поэтому возможны $2^2 = 4$ способа размещения частиц (рис. 197) по макросостояниям $<2\,|\,0>$ и $<0\,|\,2>$. Макросостояние $<1\,|\,1>$ реализуется двумя способами: б) и в) в отличие от макросостояний $<2\,|\,0>$ и $<0\,|\,2>$, каждое из которых реализуется лишь одним способом: или а), или г).



197 *Возможное распределение двух частиц идеального газа по двум половинам сосуда, не разделённого перегородкой*

Макросостояние $<n\,|\,N-n>$ реализуется $\dfrac{N!}{n!(N-n)!}$[1] способами: $N! = N(N-1)(N-2)\ldots 1$ — полное число перестановок местами N частиц. В каждой половине сосуда важно наличие определённого числа частиц n, $N-n$, а не порядок их расположения (нет необходимости переставлять их местами внутри каждой половины). Поэтому результат надо уменьшить в $n!$ и $(N-n)!$ раз.

Одно и то же макросостояние системы может реализоваться разными способами.

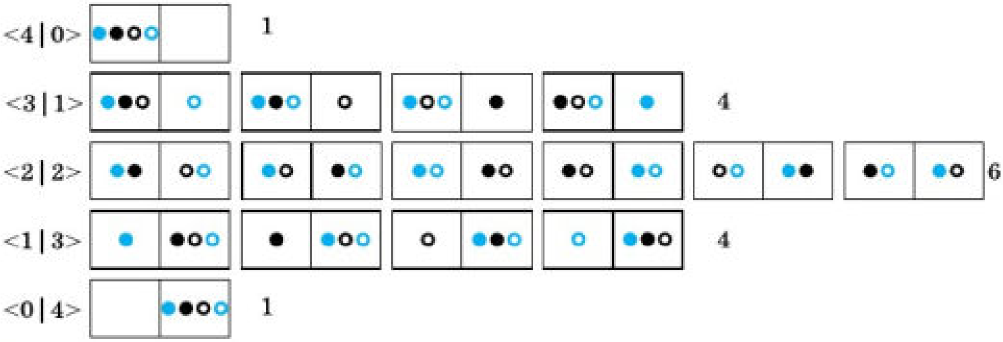
Микросостояние — способ реализации макросостояния системы.

В силу хаотичности движения частиц любой способ реализации осуществляется с одинаковой вероятностью. Это означает, что система в каждом микросостоянии находится одинаковое время. При непрерывном наблюдении системы время нахождения в каком-либо макросостоянии пропорционально числу возможных микросостояний. Чем больше их число, тем чаще наблюдается соответствующее макросостояние.

Для системы из четырёх частиц ($N = 4$) возможны $2^4 = 16$ способов размещения частиц (рис. 198).

Лишь в одном случае из 16 можно наблюдать все частицы в левой половине сосуда. Чаще всего (в шести случаях) частицы равномерно распределяются по объёму, когда в обеих половинах сосуда находится равное число частиц — две. Если число частиц велико ($N \gg 1$), то общее число микросостояний огромно и равно 2^N. Только один раз из 2^N случаев все частицы можно наблюдать в левой половине сосуда. Моль газа будет находиться в левой части сосуда в течение секунды при наблюдении в течение астрономического времени $2^{6{,}022 \cdot 10^{23}}$ с. Это означает, что реально такое макросостояние не реализуется. Макросостояние $\left\langle \dfrac{N}{2} \middle| \dfrac{N}{2} \right\rangle$, харак-

[1] $N!$ — математическая операция (читается: «эн факториал»). $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots N$.



198

Возможное распределение четырёх частиц идеального газа по двум половинам сосуда, не разделённого перегородкой

теризующееся равномерным распределением молекул идеального газа в пространстве, наблюдается практически всегда.

Приведённое обоснование равномерного распределения идеального газа по двум половинам сосуда можно обобщить на случай произвольного числа его частей.

Молекулы идеального газа в отсутствие внешних сил равномерно распределены в пространстве. Равномерное распределение в пространстве молекул идеального газа является его наиболее вероятным состоянием.

Флуктуации — случайные отклонения физической величины от своего среднего значения.

С увеличением числа частиц в системе их относительные флуктуации уменьшаются. Соответственно вероятность равномерного распределения частиц в пространстве возрастает.

ВОПРОСЫ

1. Почему некоторые свойства разреженных газов не зависят от их химического состава?
2. Почему для описания движения молекул газа не используют законы динамики Ньютона?
3. Почему газ неограниченно расширяется, занимая весь предоставленный ему объём?
4. Скорость теплового движения молекул в воздухе при комнатной температуре близка к скорости пули. Почему аромат духов распространяется по комнате лишь через некоторое время после открытия флакона?
5. Как распределяются в пространстве молекулы идеального газа в отсутствие внешних сил? Почему?

ЗАДАЧИ

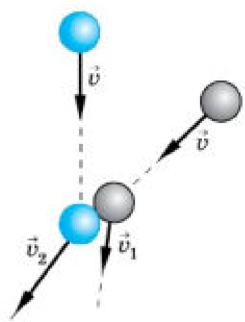
1. Определите полное число микросостояний при распределении шести частиц идеального газа по двум половинам сосуда, не разделённого перегородкой. Чему равно число способов реализации состояний <3 | 3>, <2 | 4>, <1 | 5>?
2. Какой промежуток времени экспериментатор будет наблюдать равномерное распределение шести частиц по двум половинам сосуда, если опыт проводится в течение суток?
3. Какую часть времени десять частиц идеального газа будут распределены равномерно по двум половинам сосуда?
4. Во сколько раз равномерное распределение десяти частиц <5 | 5> по двум половинам сосуда реализуется чаще, чем пребывание всех молекул в любой из двух половин сосуда?
5. Найдите полное число микросостояний при распределении шести частиц по трём одинаковым частям сосуда, не разделённым перегородками. Какую часть времени шесть частиц будут равномерно распределены по объёму, т. е. реализуется микросостояние <2 | 2 | 2>?

§ 50. Распределение молекул идеального газа по скоростям

Статистический интервал. В результате столкновений друг с другом молекулы идеального газа изменяют не только направление своего движения, но и скорость. Если предположить, что сначала все молекулы идеального газа, двигаясь хаотически, имели одну и ту же по модулю скорость, то уже после первого столкновения часть молекул изменит свою скорость (рис. 199).

В результате последующих столкновений устанавливается статистическое равновесие, при котором распределение молекул по скоростям не зависит от времени.

Ответить на вопрос, сколько частиц обладает определённой скоростью, невозможно. Точно так же нельзя сказать, сколько человек в классе имеет возраст 15 лет 8 месяцев 4 дня 11 секунд и 5 наносекунд. Таких людей может и не быть. Учитывая, что возраст (как и скорость) изменяется непрерывно, статистический опрос пришлось бы проводить бесконечно долго. Поэтому для определения статистического распределения школьников класса по возрасту выбирается определённый возрастной интервал. Например, спрашивают: сколько в 10-м классе школьников, возраст которых 15, 16



199

Изменение скорости молекул идеального газа в результате упругого столкновения, имевших до столкновения одинаковую по модулю скорость или 17 лет? Это означает, что при такой классификации школьников следует распределять по трём возрастным группам. Возраст школьников в I группе изменяется в пределах $15 < W_1 < 16$. Средний возраст в этой группе $\overline{W}_1 = 15{,}5$ лет, возрастной интервал $\Delta W = 0{,}5$ года. Тогда

$$15{,}5 - 0{,}5 < W_1 < 15{,}5 + 0{,}5,$$

или

$$\overline{W}_1 - \Delta W < W_1 < \overline{W}_1 + \Delta W.$$

Возраст школьников во II и III группах изменяется в пределах

$$\overline{W}_2 - \Delta W < W_2 < \overline{W}_2 + \Delta W, \qquad \overline{W}_3 - \Delta W < W_3 < \overline{W}_3 + \Delta W,$$

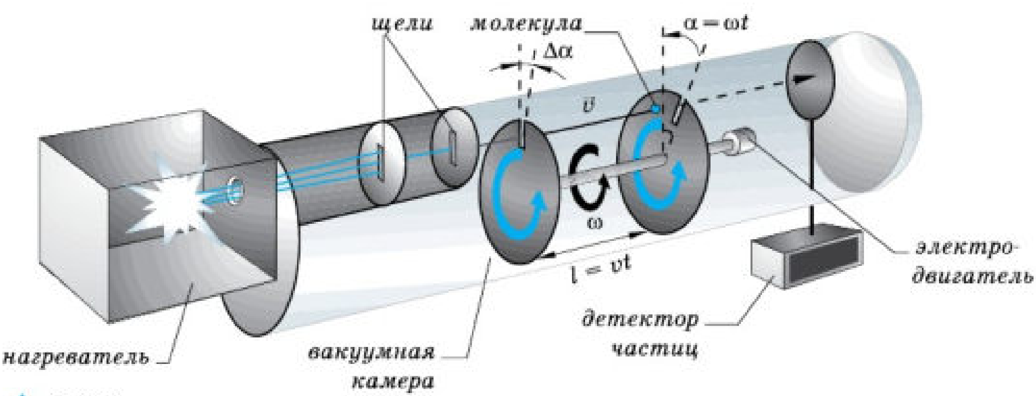
где $\overline{W}_2 = 16{,}5$ лет, $\overline{W}_3 = 17{,}5$ лет — средний возраст школьников во II и III группах.

Среднее значение физической величины. Предположим, что ΔN_1 — количество учащихся, составляющих I возрастную группу, которым исполнилось 15 лет, ΔN_2 — количество школьников 16 лет, а ΔN_3 — количество школьников 17 лет. Средний возраст класса можно найти, сложив возраст всех школьников и разделив его на число учащихся в классе:

$$\overline{W} = \frac{W_1 \Delta N_1 + W_2 \Delta N_2 + W_3 \Delta N_3}{N}. \qquad (171)$$

По аналогичным формулам рассчитывается среднее значение любой физической величины. В случае, если $\Delta N_1 = 4$, $\Delta N_2 = 20$, $\Delta N_3 = 2$, средний возраст класса $\overline{W} = 16{,}4$ года.

Распределение частиц по скоростям. Впервые распределение молекул газа по скоростям было измерено О. Штерном в 1920 г. На рисунке 200



200

Принципиальная схема опыта для определения скорости молекул газа или пара приведена наглядная принципиальная схема одного из вариантов опытов по измерению скоростей молекул газа или пара.

В нагревателе с поверхности проволоки, раскалённой электрическим током, испаряются атомы вещества. Попадая из нагревателя через отверстие в вакуумную камеру, молекулы пара с помощью системы щелей формируются в узкий пучок, направленный в сторону двух дисков, вращающихся с угловой скоростью ω. Диски используются для сортировки молекул по скоростям. Угол между прорезями в дисках α. Расстояние l между дисками в процессе эксперимента не изменяется. Для того чтобы молекула пара (газа) попала на приёмник детектора частиц, она должна пройти через прорези в дисках. Значит, время $t = \frac{l}{\upsilon}$ прохождения молекулы, движущейся со скоростью υ между дисками, должно быть равно времени поворота прорези второго диска на угол α:

$$t = \frac{\alpha}{\omega}.$$

Из равенства этих интервалов времени следует, что скорость молекул

$$\upsilon = \omega\frac{l}{\alpha}.$$

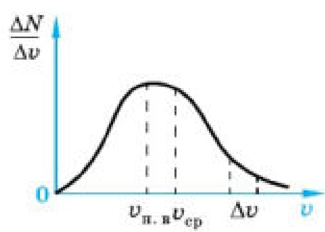
Угол прорезей $\Delta\alpha$ в дисках конечен, поэтому через них будут попадать на детектор молекулы, скорость которых лежит в интервале от υ до $\upsilon + \Delta\upsilon$, где $\Delta\upsilon = \upsilon\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$.

Пусть, например, детектор фиксирует $\Delta N = 600$ молекул, скорость которых находится в пределах от 500 до 512 м/с ($\upsilon = 500$ м/с; $\Delta\upsilon = 12$ м/с). Тогда число молекул, приходящихся на единичный интервал скоростей (например, молекул, имеющих скорость от 506 до 507 м/с или от 510 до 511 м/с), можно найти следующим образом:

$$\frac{\Delta N}{\Delta\upsilon} = \frac{600}{12}\ \frac{1}{\text{м/с}} = 50\ \frac{1}{\text{м/с}}.$$

Распределение молекул по скоростям. Анализ экспериментальных данных, полученных Штерном в своих опытах, позволил найти распределение молекул по скоростям (рис. 201).

Зависимость числа молекул, приходящихся на единичный интервал скоростей, от скорости, которой они обладают, имеет максимум. Это означает, что наибольшее число молекул, приходящееся на единичный интервал скоростей, обладает такой (*наиболее вероятной* $\upsilon_{\text{н. в}}$) скоростью.



201

Распределение молекул по скоростям при определённой температуре

Наиболее вероятная скорость — скорость, которой обладает максимальное число молекул, приходящихся на единичный интервал скоростей.

Полученное распределение справедливо для описания систем, состоящих из большого числа частиц.

Очень медленных молекул мало, так как молекулы теряют скорость лишь при центральном ударе (см. рис. 120) движущейся молекулы о неподвижную. Такие столкновения достаточно редки при хаотическом движении. Количество быстрых молекул также невелико, так как для заметного увеличения скорости молекулы требуются постоянные удары только с одной стороны. Подобная ситуация практически не реализуется при хаотическом движении.

Кривые, аналогичные распределению молекул по скоростям (см. рис. 201), характерны для распределения одинаковых снарядов (выпущенных из одного и того же орудия, стреляющего под одним и тем же углом к горизонту) по дальности полёта. Распределение людей по умственным и физическим возможностям, материальному достатку также описывается подобными зависимостями.

При анализе любой статистической закономерности одной из важнейших характеристик является среднее значение величины (например, средняя зарплата по стране). Выбирая определённый интервал скоростей Δv, можно найти модуль средней скорости молекул:

$$\bar{v} = \frac{v_1 \Delta N_1 + v_2 \Delta N_2 + \ldots + v_k \Delta N_k}{N} = \frac{\left(v_1 \dfrac{\Delta N_1}{\Delta v} + v_2 \dfrac{\Delta N_2}{\Delta v} + \ldots + v_k \dfrac{\Delta N_k}{\Delta v}\right)}{N}.$$

Вычисления показывают, что средняя скорость молекул превышает наиболее вероятную: $\bar{v} > v_{\text{н. в}}$.

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте закон сохранения импульса для упругого столкновения, изображённого на рисунке 199.
2. Как определить среднее значение физической величины из эксперимента?
3. Для чего в опыте (см. рис. 200) используются вращающиеся диски?
4. Как рассчитывается число частиц, приходящихся на единичный интервал скоростей?
5. Сформулируйте определение наиболее вероятной скорости частиц.

ЗАДАЧИ

1. Рассчитайте средний возраст вашего класса, используя формулу (171).
2. Угол между прорезями во вращающихся дисках в опыте (см. рис. 200) составляет 90°. Прорезь образует угол 2°. Средняя скорость частиц, попадающих в вакуумную камеру, 450 м/с. В каком интервале скоростей детектор фиксирует частицы?
3. Определите наиболее вероятный возраст учеников в вашем классе.
4. Докажите, что после абсолютно упругого нецентрального удара двух одинаковых шаров (один из которых первоначально покоился) угол между их скоростями составляет 90°.
5. Докажите, что не существует преимущественного направления скорости молекул идеального газа.

§ 51. Температура

Шкалы температур. В результате большого числа столкновений между молекулами устанавливается *стационарное равновесное состояние газа — состояние, при котором число молекул в заданном интервале скоростей остаётся постоянным.*

Важнейшим макроскопическим параметром, характеризующим стационарное равновесное состояние любого тела, является его *температура*.

Температура идеального газа — физическая величина, характеризующая среднюю кинетическую энергию поступательного движения его молекул.

Температура — статистическая величина, характеризующая достаточно большую совокупность частиц.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул идеального газа пропорциональна *термодинамической* (или абсолютной) температуре:

$$\overline{\frac{m_0 v^2}{2}} = \frac{3}{2}kT, \qquad (172)$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана. (Множитель $\frac{3}{2}$ был введён для удобства, благодаря чему исчезают множители в других формулах.)

Единица термодинамической температуры — *кельвин* (К): 1 К = 1 °С.

Постоянная Больцмана является коэффициентом, переводящим температуру из градусной меры (К) в энергетическую (Дж) и обратно.

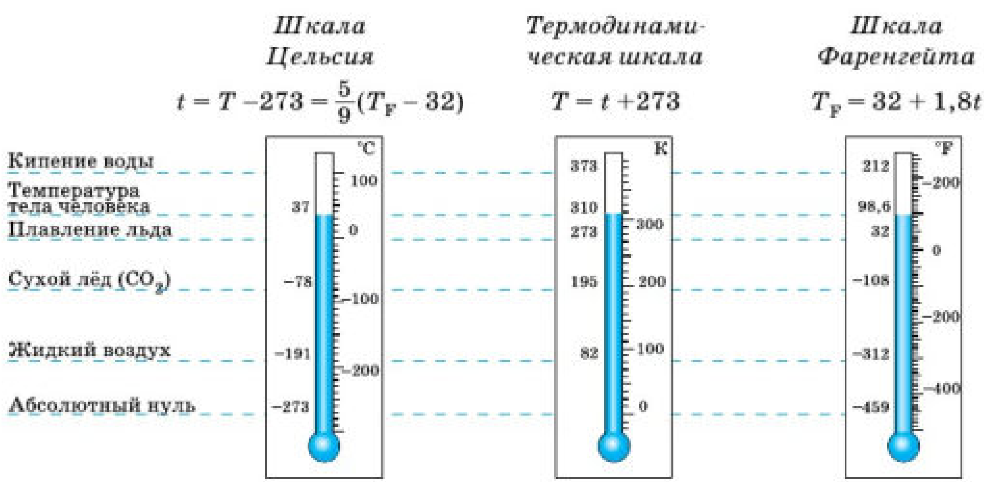
Кинетическая энергия не может быть отрицательной. Следовательно, не может быть отрицательной и термодинамическая температура. Она обращается в нуль, когда средняя кинетическая энергия молекул становится равной нулю, являясь абсолютным нижним пределом термодинамической температуры.

Абсолютный нуль температуры (0 К) — температура, при которой должно прекратиться движение молекул.

Согласно равенству (172) *при абсолютном нуле температуры средняя кинетическая энергия молекул равна нулю.*

Сверхнизкие температуры ($T < 120$ К) получают с помощью криогенной техники (от *греч.* kryos — холод). Методами магнитного охлаждения удаётся получить температуру порядка милликельвина. В настоящее время удалось получить температуры порядка нанокельвина.

Наряду с термодинамической температурной шкалой на практике используются и другие шкалы температур (рис. 202). Наиболее распространёнными температурными шкалами являются шкала Цельсия и шкала Фаренгейта, отличающиеся друг от друга выбором *реперных* (опорных) *точек*.



▲ 202

Шкалы температур

В шкале Цельсия температура плавления льда принята за 0 °C, а температура кипения воды равна 100 °C.

Абсолютный нуль термодинамической температуры по шкале Кельвина соответствует –273,15 °C.

Связь между температурными шкалами Цельсия и Кельвина определяется соотношениями:

$$t\,^\circ\mathrm{C} = T - 273, \quad T = t\,^\circ\mathrm{C} + 273.$$

На рисунке 200 показаны эти шкалы температур и соотношения для перевода температуры из одной шкалы в другую.

Для шкалы Фаренгейта в качестве нуля выбрана наименьшая температура, которую Фаренгейт смог получить с помощью смеси воды, льда и морской соли. В качестве верхней опорной точки Фаренгейт использовал температуру кипения воды 212 °F.

Явление расширения веществ при увеличении температуры используется в газовых и жидкостных термометрах. В температурных индикаторах для измерения температуры тела цвет жидких кристаллов оказывается различным при разной температуре. Измерение высоких температур проводится оптическими методами.

Существуют природные термометры — цветы. Крокусы раскрываются при повышении температуры и закрываются, когда она понижается. Они реагируют на изменение температуры на 0,5 °C.

Скорость теплового движения молекул. Как следует из формулы (172), холодный газ отличается от нагретого до большей температуры энергией хаотического движения молекул, поэтому хаотическое движение молекул называют *тепловым*.

Для оценки скорости движения молекул в газе рассчитаем сначала средний квадрат скорости из (172):

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{3kT}{m_0}.$$

Умножим числитель и знаменатель правой части этого равенства на постоянную Авогадро N_A. Тогда

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{3kN_\mathrm{A}T}{m_0 N_\mathrm{A}}.$$

Произведение $kN_\mathrm{A} = 1{,}38 \cdot 10^{23}$ Дж/К $\cdot\, 6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ называют *универсальной газовой постоянной* и обозначают R:

$$R = kN_\mathrm{A} = 8{,}31\ \text{Дж/(моль}\cdot\text{К)}. \qquad (173)$$

С учётом равенств (173) и (167) выражение для среднего квадрата скорости молекул принимает вид

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{3RT}{M}.$$

Извлекая корень квадратный из обеих частей этого равенства, получаем величину, имеющую размерность скорости и называемую *средней квадратичной скоростью молекул*:

$$v_{\text{ср. кв}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \qquad (174)$$

Средняя квадратичная скорость, близкая по значению к средней и наиболее вероятной скоростям, даёт правильное представление о значении скорости теплового движения (или *тепловой* скорости) молекул в идеальном газе. Вычислим тепловую скорость молекул азота ($M = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$ кг/моль) при температуре 20 °С (293 К):

$$v_{\text{ср. кв}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{2{,}8 \cdot 10^{-2}}}\ \text{м/с} \approx 511\ \text{м/с}.$$

Скорость звука при той же температуре равна 347 м/с. Таким образом, тепловая скорость молекул азота, близкая к скорости пули, превышает скорость звука в 1,46 раза.

У лёгких газов, как видно из формулы (174), средняя квадратичная скорость ещё больше, так как обратно пропорциональна $\sqrt{M}$. При той же температуре тепловая скорость молекул водорода примерно 2 км/с.

Отсутствие у Луны атмосферы можно объяснить тем, что тепловая скорость молекул газов существенно превышает вторую космическую скорость для Луны. Поэтому молекулы газа отрывались от Луны, уносясь в космическое пространство.

ВОПРОСЫ

1. Какое состояние газа является стационарным равновесным?
2. Сформулируйте определение температуры тела. Какая единица температуры используется в СИ?
3. Применимо ли понятие температуры к одной молекуле?
4. Почему термодинамическая температура не может быть отрицательной?
5. Атмосферный воздух состоит из азота, кислорода, аргона и других газов. Одинакова ли тепловая скорость молекул этих газов?

ЗАДАЧИ

1. Чему равны показания термометра по шкале Фаренгейта: 1) при плавлении льда; 2) при кипении воды; 3) при измерении нормальной температуры (36,6 °С) тела человека?
2. При какой температуре показания термометров по шкалам Цельсия и Фаренгейта одинаковы?

3. При какой температуре показания термометров по термодинамической шкале и шкале Фаренгейта одинаковы?
4. Определите среднюю квадратичную скорость молекул кислорода и аргона в воздухе при температуре 20 °С.
5. При какой температуре тепловая скорость молекул азота равна 1224 км/ч?

§ 52. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

Давление газа. Молекулы газа, движущиеся со сверхзвуковой скоростью при обычной температуре, сталкиваясь с любыми препятствиями на их пути (стенки сосуда, люди, животные, машины, воды озера и скалы), воздействуют на них, оказывают давление. В процессе эволюции природа позаботилась о том, чтобы барабанные перепонки уха человека не были слишком чувствительны. Иначе в результате постоянной бомбардировки ушей молекулами воздуха в них постоянно стоял бы гул, напоминающий шум от стартующего самолёта или ракеты и мешающий воспринимать все остальные звуки. Барабанная перепонка не продавливается внутрь бомбардирующими её молекулами только потому, что такая же бомбардировка происходит и с внутренней стороны уха. При нарушении баланса давления воздуха на перепонку изнутри и снаружи может возникать боль в ушах. Например, насморк у пассажира самолёта может быть причиной болевых ощущений. При взлёте самолёта наружное давление падает, а распухшая слизистая оболочка затрудняет доступ воздуха из внешнего пространства во внутреннюю полость уха. Это приводит к тому, что давление на перепонку снаружи и изнутри не может быстро уравняться.

Давление атмосферного воздуха заметно не проявляется из-за точного баланса внешнего и внутреннего давления. Нарушение этого баланса наглядно показывает, как велико атмосферное давление.

Если из канистры, сделанной из тонкого металла, откачать воздух, то она мгновенно деформируется под давлением атмосферного воздуха (рис. 203).

203

Деформация тонкой металлической канистры под действием атмосферного давления после откачки из неё воздуха

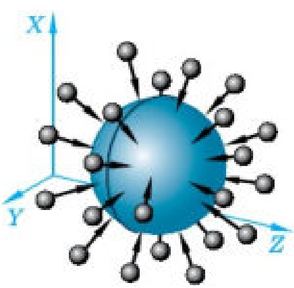
Воздушный шарик, помещённый на сухой лёд, сжимается. Давление внутри шарика уменьшается, так как уменьшается скорость молекул и сила их удара о стенки шарика. В то же время наружное дав-

204

Эксперимент с «магдебургскими полушариями» 18 мая 1654 г. (О. фон Герике. «Experimenta Nova»)

ление атмосферного воздуха остаётся постоянным. Результирующее давление сжимает шарик.

В 1654 г. немецкий изобретатель Отто фон Герике организовал в Магдебурге в присутствии императора Фердинанда III научное театрализованное представление (рис. 204). Две восьмёрки лошадей тщетно пытались разорвать в разные стороны две бронзовые полусферы, из пространства между которыми предварительно был откачан воздух. Секрет эксперимента с «магдебургскими полушариями» объясняется огромными, некомпенсируемыми изнутри силами, сдавливающими полушария в результате их бомбардировки снаружи молекулами воздуха (рис. 205).



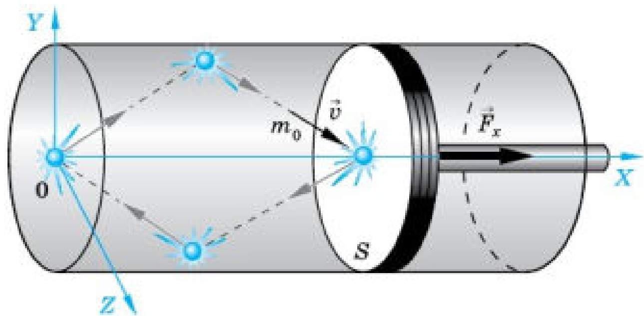
205

Сжатие «магдебургских полушарий» — результат их бомбардировки снаружи частицами воздуха

Вывод основного уравнения молекулярно-кинетической теории. *Давление идеального газа является результатом ударов молекул.* Найдём давление газа, находящегося в цилиндрическом сосуде, на поршень площадью S (рис. 206).

Если поршень расположен перпендикулярно оси X, то давление газа равно отношению силы F_x, действующей на поршень вдоль оси X, к его площади S:

$$p = \frac{F_x}{S}. \qquad (175)$$



206 ▶
Давление газа — результат ударов молекул о поршень

Сила F_x является результирующей силой ударов молекул о поршень:

$$F_x = \overline{F_1 \Delta N}, \qquad (176)$$

где F_1 — сила удара одной молекулы, ΔN — полное число ударов молекул о поршень. Черта сверху (знак усреднения) означает усреднение силы F_x по скоростям молекул.

Найдём сначала силу удара о поршень одной молекулы (рис. 207, *а*).

Согласно второму закону Ньютона, на молекулу (атом) со стороны поршня действует сила

$$\vec{F}_0 = m_0 \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t},$$

где $\Delta \vec{v}$ — изменение скорости молекулы за время удара Δt.

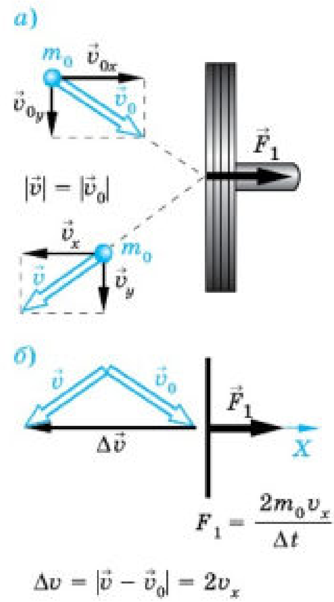
По третьему закону Ньютона на поршень со стороны молекулы действует сила $\vec{F}_1 = -\vec{F}_0$:

$$\vec{F}_1 = -m_0 \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

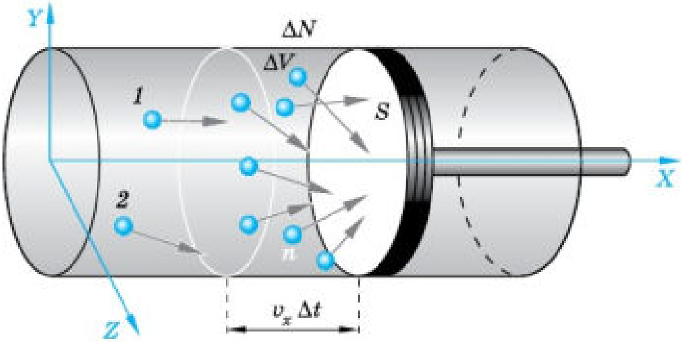
При упругом ударе молекулы о поршень компонента её скорости по оси Y не изменяется, а компонента по оси X изменяет направление на противоположное (рис. 207, *б*). Изменение скорости за промежуток времени Δt равно

$$\Delta v = |\vec{v} - \vec{v}_0| = 2v_x,$$

где $\vec{v}_0$ и $\vec{v}$ — скорость молекулы до и после удара о поршень, v_x — проекция скорости молекулы на ось X.



▲ **207**
Соударение молекулы с поршнем:
а — упругий удар молекулы;
б — изменение скорости молекулы в результате удара



208

Определение полного числа ударов молекул о поршень за время Δt. Частицы 1 и 2, находящиеся за пределами цилиндра объёмом $\Delta V = Sv_x \Delta t$, не успевают столкнуться с поршнем за промежуток времени Δt

Тогда

$$F_1 = m_0 \frac{2v_x}{\Delta t}. \tag{177}$$

Рассчитаем теперь полное число ударов молекул о поршень. За промежуток времени Δt с поршнем сталкиваются только те молекулы, которые успевают долететь до него за это время (рис. 208).

Они находятся в цилиндре объёмом ΔV с основанием S и образующей $v_x \Delta t$.

Следовательно, полное число ударов молекул о поршень равно числу этих молекул:

$$\Delta N = \frac{1}{2} n\Delta V = \frac{1}{2} nSv_x \Delta t, \tag{178}$$

где n — концентрация частиц (число частиц в единице объёма).

Множитель $\frac{1}{2}$ введён в формулу в связи с тем, что среди всех молекул, хаотически движущихся по оси X, лишь половина их движется в положительном направлении оси.

Подставляя равенства (177) и (178) в формулы (176) и (175), находим давление газа на поршень:

$$p = \frac{1}{2} \frac{\overline{nSv_x\Delta t \cdot 2m_0 v_x}}{S\Delta t} = nm_0 \overline{v_x^2}. \tag{179}$$

Вследствие хаотичности теплового движения молекул их движение может происходить равновероятно в любом направлении. Поэтому средние квадраты скорости по осям X, Y и Z равны:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}. \tag{180}$$

Если газ представляет собой смесь идеальных газов, молекулы каждого газа ударяют поршень независимо друг от друга. В соответствии с принципом суперпозиции силы давления газов, составляющих смесь (*парциальные давления*), суммируются.

Закон Дальтона

Давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений входящих в неё газов.

Так, атмосферное давление складывается из парциальных давлений азота, кислорода и других газов.

ВОПРОСЫ

1. Почему барабанная перепонка уха не продавливается бомбардирующими её молекулами воздуха?
2. Что доказал эксперимент О. фон Герике?
3. Какие параметры связывает основное уравнение молекулярно-кинетической теории?
4. На высоте порядка сотен километров над Землёй молекулы атмосферы имеют кинетическую энергию, которой соответствует температура порядка тысяч градусов Цельсия. Почему на такой высоте не плавятся искусственные спутники Земли?
5. Сформулируйте закон Дальтона.

ЗАДАЧИ

1. «Магдебургские полушария» растягивали 8 лошадей с каждой стороны. Как изменится сила тяги, если одно полушарие прикрепить к стене, а другое будут тянуть 16 лошадей?
2. Идеальный газ оказывает на стенки сосуда давление $1{,}01 \cdot 10^5$ Па. Тепловая скорость молекул 500 м/с. Найдите плотность газа.
3. Под каким давлением находится кислород, если тепловая скорость его молекул 550 м/с, а их концентрация 10^{25} м$^{-3}$?
4. Азот занимает объём 1 л при нормальном атмосферном давлении. Определите энергию поступательного движения молекул газа.
5. Воздух состоит из смеси азота, кислорода и аргона. Их концентрация соответственно равна $7{,}8 \cdot 10^{24}$, $2{,}1 \cdot 10^{24}$, 10^{23} м$^{-3}$. Средняя кинетическая энергия молекул смеси одинакова и равна $3 \cdot 10^{-21}$ Дж. Найдите давление воздуха.

§ 53. Уравнение Клапейрона—Менделеева

Постоянная Лошмидта. Исключим последовательно из основного уравнения молекулярно-кинетической теории (182) микроскопические параметры, заменяя их на макроскопические. Подставляя выражение для средней кинетической энергии молекулы в формулу (182), получаем

$$p = nkT. \tag{183}$$

Это соотношение позволяет по двум известным макроскопическим параметрам (давлению и температуре газа) оценить микроскопический параметр (концентрацию молекул).

Найдём концентрацию молекул идеального газа *при нормальных условиях*: атмосферное давление $p = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па, температура 0 °С, или $T = 273$ К:

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1{,}01 \cdot 10^5}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}\ \text{м}^{-3} \approx 2{,}7 \cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}.$$

Это значение концентрации молекул идеального газа при нормальных условиях называют *постоянной Лошмидта*.

Среднее расстояние между частицами идеального газа. Зная концентрацию частиц (молекул, атомов), можно оценить среднее расстояние l между частицами идеального газа.

Предположим, что молекулы упорядоченно располагаются в пространстве, находясь на расстоянии $\overline{l}$ одна от другой (рис. 210).

Разделив пространство на равные кубические ячейки со стороной $\overline{l}$, найдём объём, занимаемый одной молекулой:

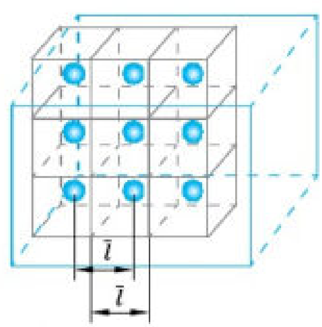
$$V_1 = \overline{l}^{\,3}.$$

В единице объёма (1 м³) таких ячеек и соответственно молекул находится

$$n = \frac{1}{V_1} = \frac{1}{\overline{l}^{\,3}}.$$

Таким соотношением концентрация молекул связана со средним расстоянием между частицами, откуда следует, что

$$\overline{l} = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}.$$



▲ 210

Взаимосвязь среднего расстояния между молекулами и их концентрации:
$\overline{l} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}}$

При нормальных условиях среднее расстояние между молекулами идеального газа можно найти через постоянную Лошмидта:

$$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt[3]{2{,}7 \cdot 10^{25}}}\ \text{м} \approx 3{,}3 \cdot 10^{-9}\ \text{м}.$$

Среднее расстояние между молекулами идеального газа при нормальных условиях более чем на порядок превышает размер молекулы.

Уравнение состояния идеального газа. Получим теперь с помощью равенства (183) уравнение состояния идеального газа, связывающее между собой только макроскопические параметры: давление, объём и температуру. Если известно полное число частиц газа N, занимающего объём V, то число частиц в единице объёма

$$n = \frac{N}{V}.$$

С учётом этого выражение (183) приводится к виду

$$pV = NkT.$$

Умножив и разделив правую часть равенства на молярную массу $M = m_0 N_A$, имеем

$$pV = \frac{(Nm_0)(N_A k)}{M} T,$$

где $Nm_0 = m$ — масса газа, $N_A k = R$ — универсальная газовая постоянная.

Уравнение Клапейрона—Менделеева — уравнение состояния идеального газа, связывающее три макроскопических параметра (давление, объём и температуру) газа данной массы:

$$pV = \frac{m}{M} RT. \tag{184}$$

Уравнение Клапейрона—Менделеева справедливо для идеального газа любого химического состава. Единственной величиной, определяющей специфику газа, является молярная масса. Состояние газа данной массы однозначно определяется заданием любых двух макроскопических параметров (p, V), (p, T) или (V, T). Третий параметр T, V или p соответственно определяется из уравнения Клапейрона—Менделеева.

С помощью уравнения состояния можно описывать равновесное состояние идеального газа.

ВОПРОСЫ

1. Каковы нормальные условия для идеального газа?
2. Какова концентрация молекул идеального газа при нормальных условиях?
3. Как соотносится среднее расстояние между атомами идеального газа с размером атома?
4. Какие макроскопические параметры связывает уравнение Клапейрона—Менделеева?
5. Какие макроскопические параметры следует задать для однозначного определения состояния идеального газа?

ЗАДАЧИ

1. Как изменится давление газа при уменьшении в 4 раза его объёма и увеличении температуры в 1,5 раза?
2. Давление газа в люминесцентной лампе 10^3 Па, а его температура 42 °С. Определите концентрацию атомов в лампе. Оцените среднее расстояние между атомами.
3. Оцените число молекул воздуха, находящихся в классе при атмосферном давлении и температуре 20 °С.
4. Найдите объём одного моля идеального газа любого химического состава при нормальных условиях.
5. В сосуде объёмом 4 л находятся молекулярный водород и гелий. Считая газы идеальными, найдите давление смеси газов в сосуде при температуре 20 °С, если их массы соответственно равны 2 и 4 г.

§ 54. Изопроцессы

Изотермический процесс. Закон Бойля—Мариотта. Многие процессы изменения состояния газов в природе и в тепловых машинах происходят так, что один из трёх макроскопических параметров (объём, давление или температура) остаётся (или специально поддерживается) постоянным. Два других параметра при этом изменяются.

Изопроцесс — процесс, при котором один из макроскопических параметров состояния газа данной массы остаётся постоянным.

Рассмотрим последовательно возможные изопроцессы.

Изотермический процесс — процесс изменения состояния газа определённой массы при постоянной температуре.

При изотермическом процессе $T = \text{const}$, $m = \text{const}$.

При этих условиях из уравнения Клапейрона—Менделеева следует *закон Бойля—Мариотта*[1]:

$$pV = \text{const} = \frac{m}{M}RT.$$

Это означает, что произведение начального давления газа p_1 на его первоначальный объём V_1 равно произведению этих параметров p_2 и V_2 в произвольный момент времени.

Закон Бойля—Мариотта

Для газа данной массы при постоянной температуре произведение давления газа и его объёма постоянно:

$$p_1V_1 = p_2V_2.$$

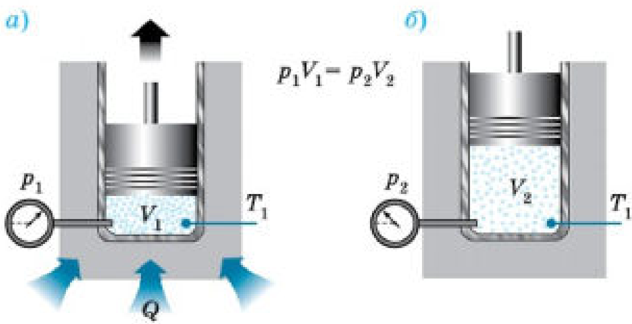
Закон Бойля—Мариотта объясняет, почему пузырьки воздуха, поднимаясь в воде вверх, увеличиваются в объёме: на глубине давление жидкости больше, чем у поверхности воды.

На рисунке 211 представлены начальное и конечное состояния газа при его изотермическом расширении при температуре T_1, когда к газу подводится количество теплоты Q.

В начале процесса объём газа V_1, давление p_1, в конечном состоянии — V_2 и p_2 соответственно.

Давление газа при изотермическом процессе, как следует из закона Бойля—Мариотта, обратно пропорционально его объёму:

$$p = \frac{\text{const}}{V}.$$



211 *Изотермическое расширение газа: а — начальное состояние; б — конечное состояние*

[1] Исторически закон Бойля—Мариотта, являющийся обобщением опытных фактов, был получен за 200 лет до уравнения Клапейрона—Менделеева, в XVII в. Два других закона, описывающие изопроцессы, были также установлены задолго до вывода уравнения Клапейрона—Менделеева.

Графиком такой обратно пропорциональной зависимости является гипербола $\left(\text{сравните с } y = \frac{c}{x}\right)$, называемая для данного процесса *изотермой* (рис. 212).

Изотерма — график изменения макроскопических параметров газа при изотермическом процессе.

Предположим, что при изотермическом расширении газа поршень движется вверх со скоростью v (рис. 213).

Скорость молекул, догоняющих поршень, при отражении уменьшается вследствие уменьшения проекции скорости молекулы на ось Y. В этом случае $v_{2y} = v_{1y} - 2v$, а $v_{2x} = v_{1x}$. Это приводит к уменьшению средней кинетической энергии молекул газа, т. е. к его охлаждению. Поэтому для поддержания постоянной температуры газа к нему подводится количество теплоты Q (см. рис. 211, 212).

Изобарный процесс. Закон Гей-Люссака. *Изобарный процесс — процесс изменения состояния газа определённой массы при постоянном давлении.*

При изобарном процессе $p = \text{const}$, $m = \text{const}$.

При этих условиях из уравнения Клапейрона—Менделеева следует *закон Гей-Люссака*:

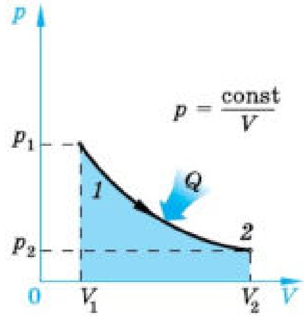
$$\frac{V}{T} = \text{const} = \frac{m}{M}\frac{R}{p},$$

откуда

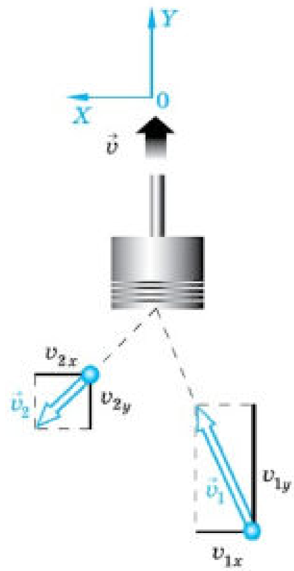
$$V = \text{const} \cdot T. \qquad (185)$$

Объём газа данной массы при постоянном давлении пропорционален термодинамической температуре.

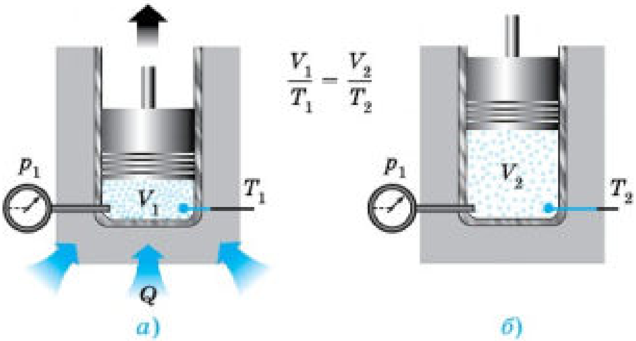
Согласно закону Гей-Люссака отношение первоначального объёма V_1 газа к его температуре T_1 равно отношению этих параметров V_2 и T_2 в произвольный момент времени.



▲ 212
График изотермического расширения: изотерма 1—2



▲ 213
Охлаждение газа при его расширении: скорость молекул после отражения их от поршня и их средняя кинетическая энергия уменьшаются



214

Изобарное расширение газа:
а — начальное состояние;
б — конечное состояние

Закон Гей-Люссака

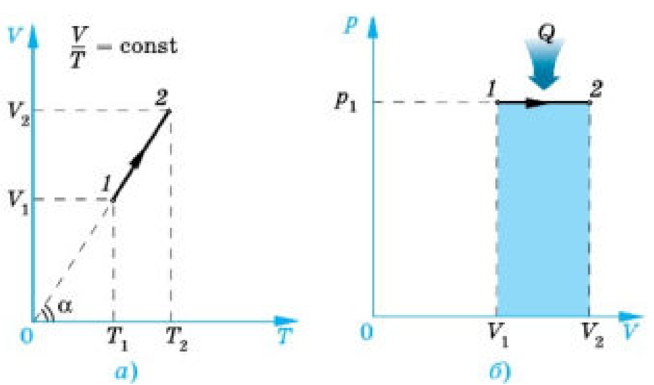
Для газа данной массы при постоянном давлении отношение объёма газа к его термодинамической температуре постоянно:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

На рисунке 214 представлены начальное и конечное состояния газа при его изобарном расширении при давлении p_1, когда к газу подводится количество теплоты Q. В начале процесса объём газа V_1, температура T_1, в конечном состоянии — V_2 и T_2 соответственно.

Линейная зависимость объёма газа от температуры при изобарном процессе определяется формулой (185). Графиком такой линейной зависимости является прямая (сравните с $y = kx$), называемая для данного процесса *изобарой* (рис. 215, *а*).

Изобара — график изменения макроскопических параметров газа при изобарном процессе.



215

Изобарный процесс расширения:
а — на V—T-диаграмме;
б — на p—V-диаграмме

На p—V-диаграмме графиком изобары является прямая, параллельная оси V (рис. 215, *б*).

При изобарном расширении температура газа и соответственно средняя квадратичная скорость молекул возрастают за счёт количества теплоты Q, подводимого к газу.

Изохорный процесс. Закон Шарля. *Изохорный процесс — процесс изменения состояния газа определённой массы при постоянном объёме.*

При изохорном процессе $V = \text{const}$, $m = \text{const}$.

При этих условиях из уравнения Клапейрона—Менделеева следует *закон Шарля*:

$$\frac{p}{T} = \text{const} = \frac{m}{M}\frac{R}{V},$$

откуда

$$p = \text{const} \cdot T. \tag{186}$$

Давление газа данной массы при постоянном объёме пропорционально термодинамической температуре.

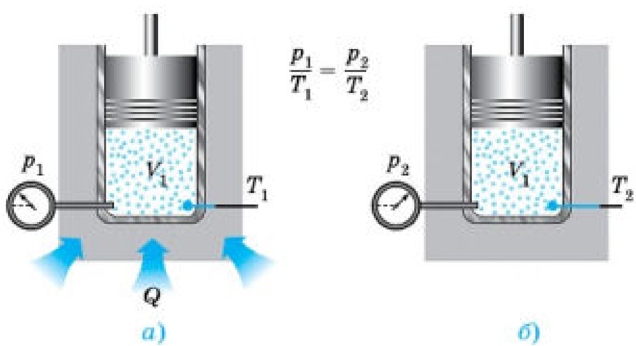
Согласно закону Шарля отношение первоначального давления газа p_1 к его температуре T_1 равно отношению этих параметров p_2 и T_2 в произвольный момент времени.

Закон Шарля

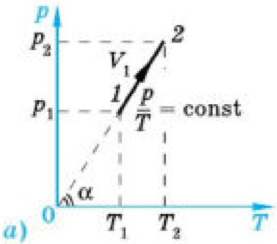
Для газа данной массы при постоянном объёме отношение давления газа к его термодинамической температуре постоянно:

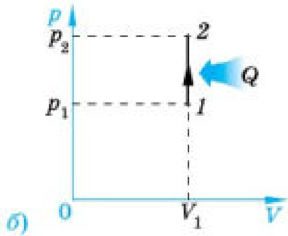
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

На рисунке 216 представлены начальное и конечное состояния газа объёмом V_1 при его изохорном нагревании, когда к газу подводится количество теплоты Q. В начале процесса давление газа p_1, температура T_1, в конечном состоянии — p_2 и T_2 соответственно.



216 ▶ *Изохорное нагревание газа:*
а — начальное состояние;
б — конечное состояние





217

Изохорное нагревание:
а — на p—T-диаграмме;
б — на p—V-диаграмме

Линейная зависимость давления газа от температуры при изохорном процессе определяется формулой (186). Графиком такой зависимости в осях p, T является прямая, называемая для данного процесса *изохорой* (рис. 217, *а*).

Изохора — график изменения макроскопических параметров газа при изохорном процессе.

В координатных осях p, V изохора является прямой, параллельной оси давления (рис. 217, *б*).

При изохорном нагревании газа за счёт подводимого к нему количества теплоты средняя квадратичная скорость молекул и соответственно температура и давление газа возрастают.

ВОПРОСЫ

1. Какие процессы изменения состояния идеального газа называют изопроцессами?
2. Какой процесс называют изотермическим? Сформулируйте закон Бойля—Мариотта. Постройте изотермы в осях p, V; p, T; V, T.
3. Почему при изотермическом расширении к газу подводится количество теплоты?
4. Какой процесс называют изобарным? Сформулируйте закон Гей-Люссака. Постройте изобары в осях p, V и V, T.
5. Какой процесс называют изохорным? Сформулируйте закон Шарля. Постройте изохоры в осях p, T и p, V.

ЗАДАЧИ

1. Определите глубину озера, если объём воздушного пузырька удваивается при подъёме со дна на поверхность. Температура пузырька не успевает измениться при подъёме.
2. Цилиндр разделён непроницаемой закреплённой перегородкой на две части, высоты которых l_1 и l_2. Давление воздуха в этих частях цилиндра p_1 и p_2 соответственно. При снятии закрепления перегородка может двигаться вдоль цилиндра как невесомый поршень. На какое расстояние и в какую сторону сдвинется перегородка?
3. Посередине запаянной с обоих концов горизонтальной трубки длиной 27,5 см находится столбик ртути длиной 7,5 см. При повороте трубки в вертикальное по-

ложение столбик ртути смещается вниз на 2 см. Определите давление воздуха в обеих частях трубки в горизонтальном и вертикальном положениях.

4. В цилиндре под поршнем массой 50 кг и площадью 10^{-2} м^2 находится 1 моль воздуха. Цилиндр нагревают снаружи при нормальном атмосферном давлении на 15 °C. Найдите смещение поршня в результате нагревания.

5. Автомобильные шины накачаны до давления $2 \cdot 10^4$ Па при температуре 7 °C. После нескольких часов езды температура воздуха в шинах поднялась до 42 °C. Каким стало давление воздуха в шинах?

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Можно ли описать жизнедеятельность человека микроскопическими и макроскопическими параметрами? Ответ аргументируйте.

2. Что в жизнедеятельности человека можно описать термином «распределение»? В чём общность и различие использования и понимания данного термина в физике, математике и гуманитарных науках (например, психологии и социологии)?

3. Можно ли применять термины «средняя квадратичная скорость», «наиболее вероятная скорость» для описания поведения большого количества людей? Ответ аргументируйте.

4. Подготовьте доклад «Природные термометры».

5. Напишите эссе «Кто "давит" на человека?».

6. Существуют ли области научного знания, которые исследуют математические закономерности изменения различных параметров человека, а также взаимосвязи между ними? Ответ представьте в виде схемы.

7. Возможно ли использование понятия «изопроцесс» при описании различных процессов жизнедеятельности человека?

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- Молекулы в идеальном газе движутся хаотически. Движение одной молекулы характеризуют микроскопические параметры (масса молекулы, её скорость, импульс, кинетическая энергия). Свойства газа как целого описываются с помощью макроскопических параметров (масса газа, давление, объём, температура).
  Молекулярно-кинетическая теория устанавливает взаимосвязь между микроскопическими и макроскопическими параметрами.
  Число молекул в идеальном газе столь велико, что закономерности их поведения можно выяснить только с помощью статистического метода.

- Распределение молекул идеального газа по скоростям при определённой температуре является статистической закономерностью.
  Наиболее вероятная скорость — скорость, которой обладает максимальное число молекул, приходящихся на единичный интервал скорости.

- **Стационарное равновесное состояние газа** — состояние, в котором число молекул в заданном интервале скоростей остаётся постоянным.

Температура идеального газа — физическая величина, характеризующая среднюю кинетическую энергию поступательного движения его молекул:

$$\frac{\overline{m_0 v^2}}{2} = \frac{3}{2}kT,$$

где черта сверху — знак усреднения, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана.

Единица термодинамической температуры — *кельвин* (К).

При абсолютном нуле температуры средняя кинетическая энергия молекул равна нулю.

Средняя квадратичная (тепловая) скорость молекул газа

$$v_{\text{ср. кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}},$$

где M — молярная масса, $R = 8{,}31$ Дж/(К · моль) — универсальная газовая постоянная.

Давление газа — следствие ударов движущихся молекул:

$$p = \frac{2}{3}n\bar{E}_k,$$

где n — концентрация молекул (число молекул в единице объёма), $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

Давление газа пропорционально его температуре:

$$p = nkT.$$

Постоянная Лошмидта — концентрация молекул идеального газа при нормальных условиях (атмосферное давление $p = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па и температура $T = 273$ К):

$$n = 2{,}7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Уравнение Клапейрона—Менделеева — уравнение состояния идеального газа, связывающее три макроскопических параметра (давление, объём и температуру) газа данной массы:

$$pV = \frac{m}{M}RT.$$

Изопроцесс — процесс, при котором один из макроскопических параметров состояния газа данной массы остаётся постоянным.

Изотермический процесс — процесс изменения состояния газа определённой массы при постоянной температуре.

Закон Бойля—Мариотта: *для газа данной массы при постоянной температуре*

$$p_1V_1 = p_2V_2,$$

где p_1, p_2, V_1, V_2 — давление и объём газа в начальном и конечном состояниях.

Изотерма — график изменения макроскопических параметров газа при изотермическом процессе.

Изобарный процесс — процесс изменения состояния газа определённой массы при постоянном давлении.

Закон Гей-Люссака: *для газа данной массы при постоянном давлении*

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

где V_1, V_2, T_1, T_2 — объём и температура газа в начальном и конечном состояниях.

Изобара — график изменения макроскопических параметров газа при изобарном процессе.

- **Изохорный процесс** — процесс изменения состояния газа определённой массы при постоянном объёме.

Закон Шарля: *для газа данной массы при постоянном объёме*

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$

где p_1, p_2, T_1, T_2 — давление и температура газа в начальном и конечном состояниях.

Изохора — график изменения макроскопических параметров газа при изохорном процессе.

10 Термодинамика

§ 55. Внутренняя энергия

Предмет изучения термодинамики. Работа машин и механизмов, используемых человечеством в повседневном опыте на протяжении тысячелетий, осуществлялась главным образом за счёт мускульных усилий людей и животных. Применение наклонной плоскости, рычагов, колёс и блоков существенно облегчило физические нагрузки. Использование энергии ветра и падающей воды позволило совершать значительно бо́льшую механическую работу, чем прежде.

Однако огромный запас энергии, находящейся внутри тел, практически до XVIII в. не был востребован цивилизацией. Исключение составляла энергия огня, которая использовалась для обогрева, приготовления пищи, выплавки и обработки металлов, а также энергия пороха, разгонявшая до большой скорости снаряды и пули, используемая человечеством отнюдь не для созидательных, конструктивных целей.

Одним из достижений научно-технической революции стала возможность использования внутренней энергии, за счёт которой может совершаться бо́льшая работа.

Термодинамика — раздел физики, изучающий возможности использования внутренней энергии тел для совершения механической работы.

Учитывая, что энергетические превращения сопутствуют всем явлениям природы, можно определить *термодинамику* как *теорию наиболее общих свойств макроскопических систем, описываемых с помощью макроскопических параметров*.

Термодинамика изучает тепловые свойства макроскопических тел без учёта их молекулярного строения. В этом смысле термодинамика является макроскопической теорией.

Внутренняя энергия идеального газа. Одной из основных величин, используемых в термодинамике, является *внутренняя энергия тела*.

Внутренняя энергия тела — сумма кинетической энергии теплового движения частиц (атомов или молекул) тела и потенциальной энергии их взаимодействия.

Для идеального газа потенциальная энергия взаимодействия частиц пренебрежимо мала по сравнению с кинетической энергией их теплового движения. Поэтому внутренняя энергия идеального газа определяется кинетической энергией теплового движения частиц.

Средняя кинетическая энергия одного атома (согласно формуле (172))

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT.$$

Отметим, что в силу хаотичности движения на каждое из трёх возможных направлений движения, или *степень свободы*, по оси X, Y и Z приходится одинаковая энергия $\frac{kT}{2}$.

Число степеней свободы — число возможных независимых направлений движения молекулы.

Внутренняя энергия U одноатомного газа, состоящего из N атомов, в N раз больше энергии одного атома:

$$U = N\bar{E}_k = \frac{3}{2}NkT.$$

Разделив и умножив это выражение на молярную массу $M = m_0N_{\text{A}}$, получаем

$$U = \frac{3}{2}\frac{N(m_0N_{\text{A}})kT}{M} = \frac{3}{2}\frac{(Nm_0)(N_{\text{A}}k)T}{M},$$

или

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT. \qquad (187)$$

Внутренняя энергия идеального газа данной массы зависит лишь от одного макроскопического параметра — термодинамической температуры.

Используя уравнение Клапейрона—Менделеева, можно представить выражение для внутренней энергии *идеального одноатомного газа* в виде

$$U = \frac{3}{2} pV.$$

Газ называют двухатомным, если каждая его молекула состоит из двух атомов.

У двухатомных молекул с жёсткой связью между атомами имеются три степени свободы, обусловленные их поступательным движением, и ещё две степени свободы, связанные с их вращательным движением. Поэтому *число степеней свободы для двухатомной молекулы равно пяти*.

Средняя кинетическая энергия двухатомной молекулы равна $\frac{5}{2}kT$. Соответственно *внутренняя энергия идеального двухатомного газа* может быть рассчитана следующим образом:

$$U = \frac{5}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{5}{2} pV.$$

Формулы для *внутренней энергии идеального газа* можно обобщить:

$$\boldsymbol{U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{i}{2} pV,} \qquad (188)$$

где i — число степеней свободы молекул газа ($i = 3$ для одноатомного газа и $i = 5$ для двухатомного газа).

Кинетическая энергия молекулы идеального газа складывается из кинетической энергии поступательного и вращательного движения. При бóльших температурах оказывается существенной и кинетическая энергия колебаний атомов в молекулах.

Внутренняя энергия реального газа данной массы зависит не только от его температуры, но и от объёма газа. Разным объёмам соответствуют разные расстояния между молекулами и соответственно различные потенциальные энергии реального газа.

Оценим внутреннюю энергию молекул воздуха, состоящего в основном из молекул N_2 и O_2, в классе объёмом $V = 5 \times 8 \times 4$ м^3. Считая давление воздуха нормальным ($p = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па), находим из выражения (188)

$$U = \frac{5}{2} \cdot 1{,}01 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 4 \text{ Дж} = 4{,}04 \cdot 10^7 \text{ Дж}.$$

Этой энергии хватило бы для подъёма гружёного авиалайнера «Boeing-747» на высоту 20 м. (Отметим, что масса воздуха в классе оказывается порядка 200 кг.)

Однако внутреннюю энергию не всегда можно использовать для совершения механической работы.

Изменение внутренней энергии. Известно, что изменение температуры тела приводит к изменению его внутренней энергии.

Изменение внутренней энергии ΔU равно разности её конечного U_2 и начального U_1 значений:

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

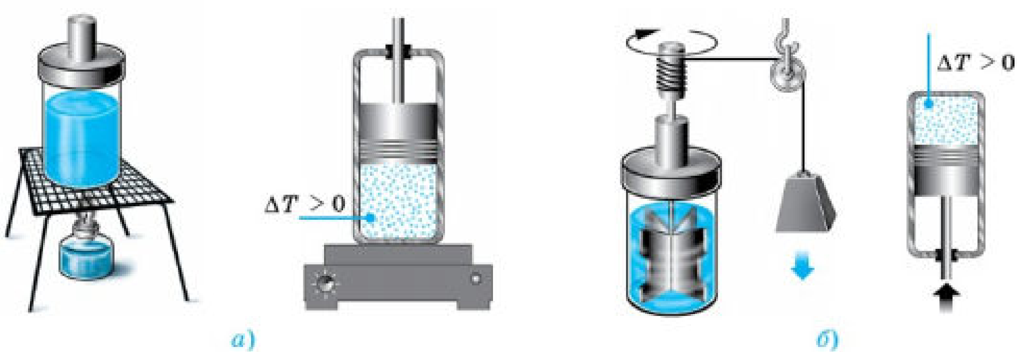
Существует два способа изменения внутренней энергии системы: теплообмен и совершение работы.

Теплообмен — процесс передачи энергии от одного тела к другому без совершения работы.

Мерой такой передачи энергии является *количество теплоты*.

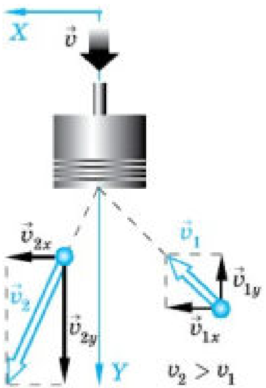
Количество теплоты — энергия, получаемая или отдаваемая телом в процессе теплообмена.

При нагревании тела увеличиваются его температура и внутренняя энергия (рис. 218, *а*).



218

Способы изменения внутренней энергии:
а — теплообмен; б — совершение работы над системой



▲ 219

Увеличение скорости молекул в результате столкновения с поршнем при сжатии газа

Для уменьшения внутренней энергии какого-либо тела можно привести его в контакт с более холодным телом. В результате теплообмена температура и внутренняя энергия горячего тела уменьшаются, но работа не совершается, так как тела не перемещаются.

За счёт изменения внутренней энергии тела при теплообмене не может совершаться работа.

За счёт совершения работы может происходить увеличение температуры и внутренней энергии системы, например при вращении лопастей в жидкости и сжатии газа в сосуде (рис. 218, *б*).

При сжатии газа поршень передаёт молекулам газа часть своей кинетической энергии (рис. 219), в результате чего газ нагревается.

Для поддержания температуры газа постоянной (при изотермическом сжатии) необходимо отводить от него определённое количество теплоты в единицу времени.

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение внутренней энергии тела. Зависит ли внутренняя энергия тела от его движения и положения относительно других тел?
2. От какого макроскопического параметра зависит внутренняя энергия идеального газа? Как изменяется температура тела, если оно отдаёт энергии больше, чем получает извне?
3. Сформулируйте определение числа степеней свободы.
4. Моль какого газа — гелия или водорода — имеет бóльшую внутреннюю энергию при одинаковой температуре газов?
5. Как можно изменить внутреннюю энергию жидкости; газа?

ЗАДАЧИ

1. Воздух массой 87 кг нагревается от 10 до 30 °С. Определите изменение внутренней энергии воздуха. Молярную массу воздуха следует принять равной $2{,}9 \cdot 10^{-2}$ кг/моль, а воздух считать двухатомным (идеальным) газом.
2. Найдите изменение внутренней энергии гелия при его изобарном расширении от начального объёма 10 л до конечного 15 л. Давление газа 10^4 Па.
3. Молекулярный кислород находится под давлением 10^5 Па в сосуде объёмом 0,8 м^3. При изохорном охлаждении внутренняя энергия газа уменьшается на 100 кДж. Чему равно конечное давление кислорода?
4. Определите, какое давление воздуха установится в двух комнатах, имеющих объёмы V_1 и V_2, если между ними открывается дверь. Первоначальное давление воздуха в комнатах p_1 и p_2, а температура одинакова.

5. При стыковке двух космических кораблей их отсеки соединяются между собой. Объём первого отсека $V_1 = 12$ м^3, второго — $V_2 = 20$ м^3. Давление и температура воздуха в отсеках равны $p_1 = 0{,}98 \cdot 10^5$ Па, $p_2 = 1{,}02 \cdot 10^5$ Па, $t_1 = 17$ °C, $t_2 = 27$ °C. Какое давление воздуха установится в объединённом модуле? Какой будет температура воздуха в нём?

§ 56. Работа газа при изопроцессах

Работа газа при расширении и сжатии. Для обратного перехода внутренней энергии тела в механическую работу необходимо каким-то образом преобразовать хаотическое движение его молекул в упорядоченное движение другого тела. В качестве такого тела наиболее целесообразно использовать поршень в цилиндре, перемещающийся под давлением газа, заполняющего цилиндр.

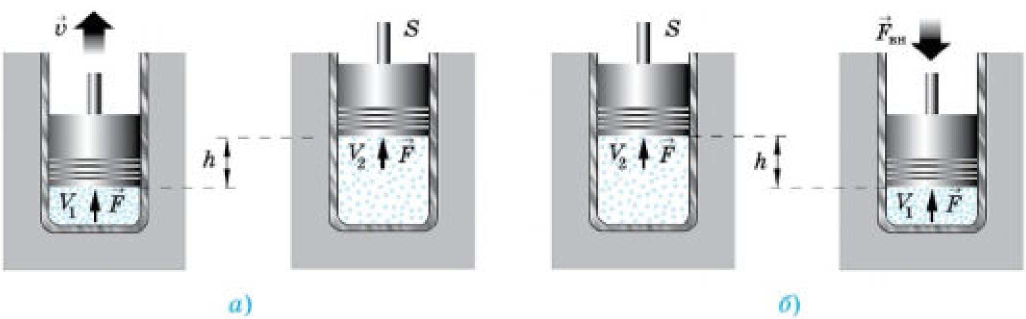
Сила давления газа совершает работу при его расширении за счёт изменения внутренней энергии газа.

Вычислим работу, совершаемую силой давления F газа при его расширении от начального объёма V_1 до конечного V_2 (рис. 220, *а*).

Будем считать, что поршень, площадь поперечного сечения которого равна S, перемещается на высоту h и что сила давления газа остаётся постоянной в процессе перемещения.

Работа силы давления газа при таком перемещении по определению равна

$$A = Fh\cos 0° = \frac{F}{S}Sh.$$



220

Работа, совершаемая газом:
а — расширение газа ($\Delta V > 0$; $A > 0$);
б — сжатие газа ($\Delta V < 0$; $A < 0$)

Так как среднее давление газа $\overline{p} = \dfrac{F}{S}$, изменение его объёма $\Delta V = V_2 - V_1 = Sh$, то выражение для работы газа можно представить в виде

$$\boldsymbol{A = \overline{p}\Delta V.} \tag{189}$$

Работа, совершаемая газом, равна произведению среднего давления газа и изменения его объёма:

$$\boldsymbol{A = \overline{p}(V_2 - V_1).}$$

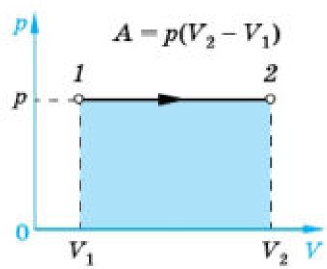
При расширении ($\Delta V < 0$) *газ совершает положительную работу, отдавая энергию окружающим телам.*

При сжатии ($\Delta V < 0$) *работа, совершаемая газом, отрицательна* (рис. 220, *б*). *Внутренняя энергия газа при сжатии увеличивается.*

Работа газа при изопроцессах. *При изохорном процессе* ($\Delta V = 0$) работа газом не совершается: $A = 0$.

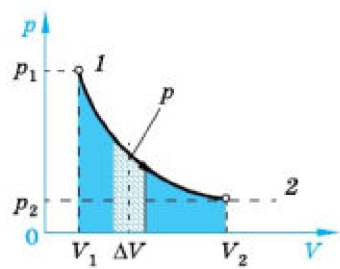
Рассмотрим *изобарное расширение газа*, имеющего давление p, от начального объёма V_1 до конечного V_2. Работа, совершаемая газом, равна площади прямоугольника под изобарой со сторонами p и $(V_2 - V_1)$ (рис. 221).

При изотермическом расширении газа его давление изменяется по гиперболическому закону. Выделим на изотерме небольшой участок, соответствующий малому изменению объёма ΔV (рис. 222). Проведём перпендикуляры из концов участка до пересечения с изотермой и обозначим



▲ 221

Работа, совершаемая газом при изобарном расширении (p = const, m = const)



▲ 222

Работа, совершаемая газом при изотермическом расширении (T = const, m = const) через p среднее давление газа при таком изменении объёма. Работа, совершаемая газом при расширении на ΔV, равна $p\Delta V$. Такая же величина определяет площадь закрашенной трапеции, имеющей среднюю линию p и высоту ΔV. Из площадей подобных трапеций складывается полная площадь под изотермой, численно равная работе при изотермическом расширении газа[1]:

$$A = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Работа, совершаемая газом в процессе его расширения (или сжатия) при любом термодинамическом процессе, численно равна площади под кривой, изображающей изменение состояния газа на p—V-диаграмме.

ВОПРОСЫ

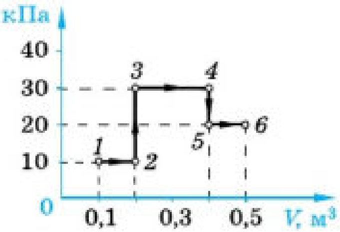
1. Как можно преобразовать хаотическое движение молекул газа в направленное движение макроскопического тела?
2. От каких величин зависит работа, совершаемая силой давления газа?
3. Какую по знаку работу совершает газ при расширении и при сжатии?
4. Как определить работу по p—V-диаграмме?
5. Газ, занимающий объём V_1 и имеющий давление p_1, расширяется до объёма V_2 один раз изобарно, а другой — изотермически. В каком случае работа расширения газа больше? Обоснуйте ответ графически.

ЗАДАЧИ

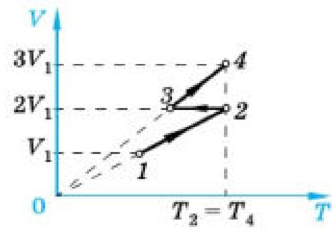
1. Азот массой m = 0,28 кг нагревается изобарно от температуры T_1 = 290 К до температуры T_2 = 490 К. Какую работу совершает газ при этом нагревании? Найдите изменение его внутренней энергии.
2. Кислород массой m = 50 г имеет температуру T_1 = 320 К. В результате изохорного охлаждения давление кислорода уменьшилось вдвое, а затем после изобарного расширения температура газа в конечном состоянии стала равна первоначальной. Изобразите на p—V-диаграмме эти процессы. Покажите графически работу, совершённую газом, и рассчитайте её. Найдите результирующее изменение внутренней энергии.
3. Определите работу, совершаемую гелием при переходе из состояния *1* в состояние *6* (рис. 223).

---

[1] Выражение для работы, совершаемой газом при изотермическом процессе, приводится без доказательства.



▲ 223



▲ 224

4. Изменение состояния идеального газа изображено на V—T-диаграмме (рис. 224). Начальное давление газа p_1 = 10^5 Па и его объём V_1 = 3 м^3 известны. Изобразите изменение состояния газа на p—V-диаграмме. Найдите работу, совершаемую газом в процессе *1—2—3—4*, графически и рассчитайте её.

5. Два моля идеального газа сжимаются изотермически при температуре T = 300 К до половины первоначального объёма. Какая работа совершается газом? Изобразите качественно рассматриваемый процесс на p—V-диаграмме.

§ 57. Первый закон термодинамики

Закон сохранения энергии для тепловых процессов. До сих пор мы рассматривали два способа изменения внутренней энергии системы: теплообмен и совершение работы над системой независимо друг от друга. В общем случае внутренняя энергия может изменяться одновременно как за счёт теплообмена с окружающими телами, так и за счёт совершения работы внешними силами.

Первый закон термодинамики (***закон сохранения энергии для тепловых процессов***) определяет количественное соотношение между изменением внутренней энергии системы ΔU, количеством теплоты Q, подведённым к ней, и суммарной работой внешних сил $A_{вн}$, действующих на систему.

Первый закон термодинамики

Изменение внутренней энергии системы при её переходе из одного состояния в другое равно сумме количества теплоты, подведённого к системе извне, и работы внешних сил, действующих на неё:

$$\Delta U = Q + A_{вн}.$$

Количество теплоты, поглощаемое телом, считают положительным, а выделяемое — отрицательным.

Для изолированной системы, которая не обменивается энергией с окружающими телами ($Q = 0$) и над которой не совершается работа внешних сил ($A_{вн} = 0$),

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 0,$$

или

$$U_2 = U_1.$$

Внутренняя энергия замкнутой, изолированной системы сохраняется.

В термодинамике наибольший интерес представляет преобразование внутренней энергии в работу, совершаемую газом. Эта работа отличается от работы внешних сил только знаком:

$$A_{вн} = -A. \qquad (190)$$

Действительно, пусть при сжатии газа (см. рис. 220, *б*) внешней силой $F_{вн}$ поршень смещается в направлении силы на величину h. Тогда

$$A_{вн} = F_{вн}h\cos 0° = F_{вн}h.$$

По третьему закону Ньютона сила давления газа на поршень равна

$$F = -F_{вн}.$$

Следовательно, работа, совершаемая силой давления газа,

$$A = Fh\cos 180° = -F_{вн}h.$$

С учётом соотношения (190) *первый закон термодинамики* можно сформулировать и так.

Первый закон термодинамики

Количество теплоты, подведённое к системе, идёт на изменение её внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами:

$$Q = \Delta U + A.$$

Количество теплоты, сообщаемое газу для изменения его состояния, зависит от способа перехода газа из одного состояния в другое. При разных процессах, связывающих два состояния тела, подведённое (отведённое) количество теплоты будет различным.

Первый закон термодинамики для изопроцессов. *При изохорном процессе* объём газа остаётся постоянным ($\Delta V = 0$), поэтому газ не совершает работу ($A = 0$) (см. формулу (189)).

Изменение внутренней энергии газа происходит благодаря теплообмену с окружающими телами:

$$Q = \Delta U. \tag{191}$$

Если начальная температура идеального газа равна T_1, а конечная T_2, то

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT_2 - \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT_1 = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\Delta T, \tag{192}$$

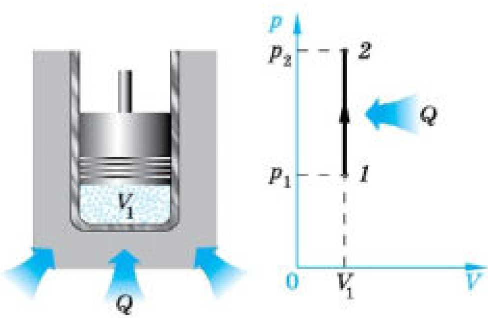
где $\Delta T = T_2 - T_1$ — изменение температуры газа.

Подставляя это выражение в равенство (191), получаем

$$Q = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\Delta T.$$

Нагревание газа ($\Delta T > 0$) происходит при подведении к нему количества теплоты ($Q > 0$). *Удельная теплоёмкость с* идеального газа численно равна количеству теплоты, которое необходимо для нагревания 1 кг этого газа на 1 К. При изохорном процессе $c_V = \frac{iR}{2M}$.

При изохорном нагревании (рис. 225) давление газа возрастает из-за увеличения средней кинетической энергии молекул.



▲ 225

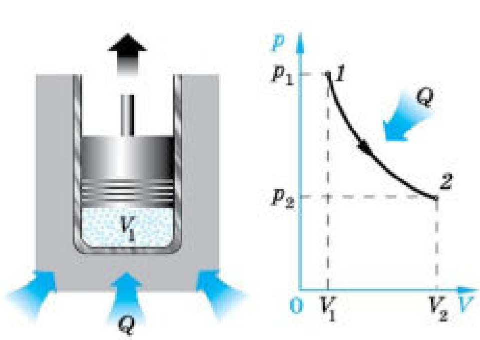
Изохорный процесс
($V = \text{const}$, $m = \text{const}$)

Если от газа отводится количество теплоты ($Q < 0$), то газ охлаждается ($\Delta T < 0$) и его давление падает.

При изотермическом процессе постоянна температура ($\Delta T = 0$), поэтому внутренняя энергия газа не изменяется ($\Delta U = 0$) (см. формулу (192)).

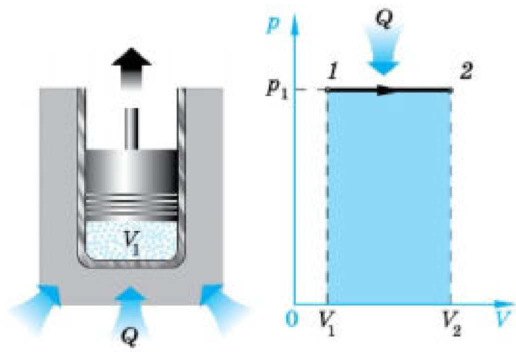
При изотермическом процессе количество теплоты, переданное газу от нагревателя, полностью расходуется на совершение работы:

$$Q = A.$$



▲ 226

Изотермический процесс
(T = const, m = const): $\Delta U = 0$



▲ 227

Изобарный процесс
(p = const, m = const): $\Delta U > 0$

Температура газа может оставаться постоянной при подведении к нему определённого количества теплоты, если газ будет совершать работу при его расширении.

При изотермическом расширении газа, находящегося в цилиндре под поршнем, молекулы газа, сталкиваясь с поршнем, уменьшают свою скорость и соответственно среднюю кинетическую энергию (см. рис. 213), поэтому для поддержания температуры газа постоянной к нему подводится дополнительное количество теплоты (рис. 226).

При изотермическом сжатии газа ($A < 0$) для сохранения температуры постоянной от газа отводится определённое количество теплоты ($Q < 0$).

При изобарном расширении газа подведённое к нему количество теплоты расходуется на увеличение его внутренней энергии ($\Delta U > 0$) *и на совершение работы газом* ($A > 0$) (рис. 227):

$$Q = \Delta U + A.$$

Удельные теплоёмкости идеального газа при постоянном давлении c_p и при постоянном объёме c_V связаны соотношением:

$$c_p = c_V + R.$$

Для изобарного расширения газа от объёма V_1 до объёма V_2, при котором увеличивается его температура, требуется большее количество теплоты, чем при изотермическом процессе, где температура газа не изменяется.

ВОПРОСЫ

1. Как определяется изменение внутренней энергии системы согласно первому закону термодинамики?
2. На что расходуется, согласно первому закону термодинамики, количество теплоты, подведённое к системе?
3. Сформулируйте первый закон термодинамики для изохорного процесса.
4. Запишите первый закон термодинамики для изотермического процесса.
5. Сформулируйте первый закон термодинамики для изобарного процесса. Почему при изобарном расширении газа от объёма V_1 до объёма V_2 требуется большее количество теплоты, чем при изотермическом процессе?

ЗАДАЧИ

1. При подведении к идеальному газу количества теплоты 125 кДж газ совершает работу 50 кДж против внешних сил. Чему равна конечная внутренняя энергия газа, если его энергия до подведения количества теплоты была равна 220 кДж?
2. Кислород массой 32 г находится в закрытом сосуде под давлением 0,1 МПа при температуре 17 °С. После нагревания давление в сосуде увеличилось в 2 раза. Найдите объём сосуда; температуру, до которой нагрели газ; количество теплоты, сообщённое газу.
3. Какое количество теплоты было подведено к гелию, если работа, совершаемая газом при изобарном расширении, составляет 2 кДж? Чему равно изменение внутренней энергии гелия?
4. Какое количество теплоты требуется для изобарного увеличения в 2 раза объёма молекулярного азота массой 14 г, имеющего до нагревания температуру 27 °С?
5. Рассчитайте результирующее изменение внутренней энергии газа и подведённое к нему количество теплоты по p—V-диаграмме (см. задачу 3 к § 56).

§ 58. Адиабатный процесс

Термодинамический процесс в теплоизолированной системе. Для наиболее эффективного преобразования внутренней энергии газа в совершаемую им работу следует предотвратить возможные потери внутренней энергии в результате теплопередачи окружающим телам. Поэтому систему *теплоизолируют*.

Теплоизолированная система — система, не обменивающаяся энергией с окружающими телами ($Q = 0$).

Даже если газ недостаточно теплоизолирован, то при его быстром расширении или сжатии теплообмен между газом и окружающими телами не успевает произойти за малый промежуток времени.

Адиабатный процесс — термодинамический процесс в теплоизолированной системе.

Первый закон термодинамики для адиабатного процесса имеет вид

$$\Delta U + A = 0,$$

или

$$\boxed{A = -\Delta U.}$$

При адиабатном расширении газа $A > 0$.
Следовательно,

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\Delta T < 0.$$

Это означает, что $\Delta T < 0$, т. е. температура газа уменьшается по сравнению с первоначальной (рис. 228).

Причина уменьшения средней кинетической энергии молекул при расширении газа обсуждалась ранее (см. § 54).

Изменение температуры газа при адиабатном процессе. Понижение температуры газа при адиабатном расширении приводит к тому, что его давление уменьшается более резко, чем при изотермическом процессе.

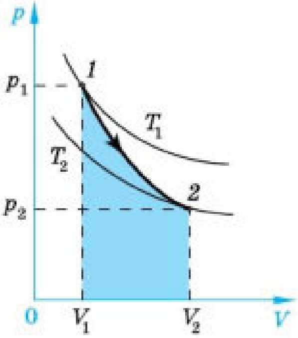
На рисунке 229 приведена адиабата *1—2*, проходящая между двумя изотермами. Площадь под адиабатой численно равна работе, совершаемой газом при его адиабатном расширении от объёма V_1 до объёма V_2.

При адиабатном сжатии газа $A < 0$. Следовательно,

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\Delta T > 0.$$

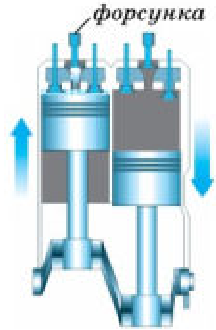
▲ 228

Конденсация пара в виде мельчайших капель жидкости как результат уменьшения температуры пара при адиабатном расширении



▲ 229
Понижение температуры газа при адиабатном расширении

▲ 230
Воспламенение ваты, смоченной эфиром, при адиабатном сжатии



▲ 231
Сжатие и расширение газа в цилиндре дизельного двигателя

Адиабатное сжатие приводит к повышению температуры газа, так как в результате упругих соударений молекул газа с поршнем их средняя кинетическая энергия возрастает (см. рис. 219).

Поэтому, например, при быстром сжатии воздуха в цилиндре кусочек ваты, смоченный эфиром, воспламеняется (рис. 230).

Резкое нагревание воздуха при адиабатном сжатии используется в дизельных двигателях (рис. 231). При сжатии поршнем воздуха, находящегося в цилиндре, его температура значительно возрастает. Впрыскивание жидкого топлива в конце такта сжатия приводит к его воспламенению и резкому возрастанию давления рабочей смеси, вызывающему ход поршня в противоположном направлении.

Широкое распространение дизельных двигателей объясняется прежде всего дешевизной дизельного топлива. Однако система его дозирования требует особенно точного изготовления соответствующих деталей, что удорожает конструкцию.

ВОПРОСЫ

1. Какой процесс называют адиабатным? Сформулируйте первый закон термодинамики для адиабатного процесса.

2. За счёт какой энергии совершается работа при адиабатном расширении газа?
3. Почему при адиабатном расширении температура газа падает, а при сжатии возрастает?
4. При резком сжатии газа в цилиндре поршнем объём газа уменьшился в 2 раза. Почему давление газа при этом возросло более чем в 2 раза?
5. Как используется адиабатное сжатие в дизельном двигателе (см. рис. 231)?

ЗАДАЧИ

1. При адиабатном расширении воздуха была совершена работа 500 Дж. Чему равно изменение внутренней энергии воздуха?
2. При адиабатном сжатии 8 г гелия в цилиндре компрессора была совершена работа 1 кДж. Определите изменение температуры газа.
3. При адиабатном расширении 128 г кислорода O_2, находящегося при нормальных условиях, его температура уменьшилась в 2 раза. Найдите изменение внутренней энергии; работу расширения газа.
4. Температура азота массой 1,4 кг в результате адиабатного расширения упала на 20 °С. Какую работу совершил газ при расширении?
5. Молекулярный кислород занимает объём V_1 = 2 м^3 при нормальных условиях. При сжатии газа без теплообмена с окружающей средой совершается работа A = 50,5 кДж. Чему равна конечная температура кислорода?

§ 59. Тепловые двигатели

Работа, совершаемая двигателем. Совершение механической работы в современных машинах и механизмах в основном происходит за счёт внутренней энергии веществ. Примером такого механизма может служить *тепловой двигатель*.

Тепловой двигатель — устройство, преобразующее внутреннюю энергию топлива в механическую энергию.

Механическая работа в двигателе совершается при расширении вещества (рабочего тела), перемещающего поршень в цилиндре. Для циклической, непрерывной работы двигателя необходимо возвращение поршня в первоначальное положение, т. е. сжатие рабочего тела. Легко сжимаемым является вещество в газообразном состоянии, поэтому в качестве рабочего вещества в тепловых двигателях используется газ или пар. В процессе работы теплового двигателя периодически повторяются процессы расширения и сжатия газа. Сжатие газа не может быть самопроизвольным, оно происходит только под действием внешней силы, например за счёт энергии, запасённой маховиком двигателя при расширении газа.

Полная механическая работа A складывается из работы расширения газа $A_{расш}$ и работы $A_{сж}$, совершаемой силами давления газа при его сжатии. Так как при сжатии $\Delta V < 0$, то $A_{сж} = -|A_{сж}| < 0$, поэтому

$$A = A_{расш} - |A_{сж}|.$$

Для получения положительной полной механической работы ($A > 0$) необходимо, чтобы работа сжатия газа была меньше работы расширения. С учётом формулы (189) получим

$$A = (p_{расш} - p_{сж})\,\Delta V.$$

Изменение объёма ΔV газа при расширении и сжатии одинаково из-за цикличности работы двигателя.

Следовательно, давление газа при сжатии должно быть меньше его давления при расширении. При одном и том же объёме давление газа тем меньше, чем ниже его температура (см. формулу (186)), поэтому перед сжатием газ должен быть охлаждён, т. е. приведён в контакт с холодильником — телом, имеющим более низкую температуру. Для получения механической работы в тепловом двигателе при циклическом процессе расширение газа должно происходить при более высокой температуре, чем сжатие.

Необходимое условие для циклического совершения механической работы в тепловом двигателе — наличие нагревателя и холодильника.

Три основных элемента любого теплового двигателя:
- рабочее тело (газ или пар), совершающее работу;
- нагреватель, сообщающий энергию рабочему телу;
- холодильник, поглощающий часть энергии от рабочего тела.

КПД замкнутого цикла. Для непрерывного совершения механической работы термодинамический цикл должен быть замкнутым.

Замкнутый процесс (цикл) — совокупность термодинамических процессов, в результате которых система возвращается в исходное состояние.

Замкнутые (круговые) процессы используются при работе всех тепловых машин: двигателей внутреннего сгорания, паровых и газовых турбин, холодильных машин. Для оценки эффективности преобразования внутренней энергии газа в механическую работу, совершаемую за цикл, вводится *коэффициент полезного действия*.

Коэффициент полезного действия теплового двигателя (КПД) — отношение работы, совершаемой двигателем за цикл, к количеству теплоты, полученному от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}.$$

В циклическом тепловом двигателе нельзя преобразовать в механическую работу всё количество теплоты Q_1 ($Q_1 > 0$), получаемое от нагревателя. Некоторое количество теплоты $|Q_2|$ ($Q_2 < 0$) отдаётся холодильнику, поэтому работа, совершаемая двигателем за цикл, не может быть больше

$$A = Q_1 - |Q_2|.$$

Учитывая полученное равенство, выражение для КПД можно записать в виде

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}. \qquad (193)$$

Коэффициент полезного действия теплового двигателя всегда меньше единицы.

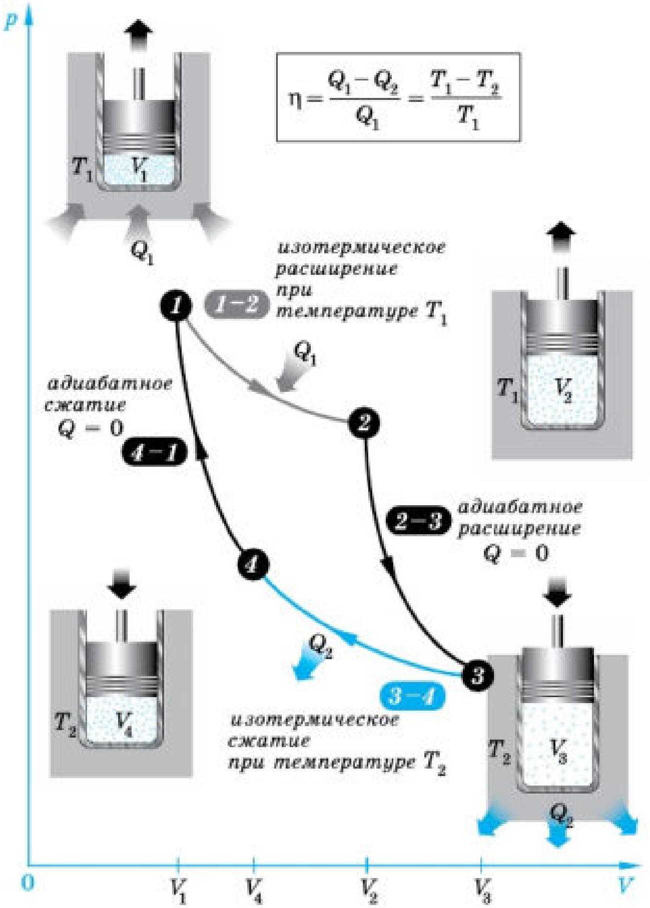
Круговой цикл не реализуется при отсутствии холодильника, т. е. при $Q_2 = 0$.

Цикл Карно. Французский инженер ***Сади Карно***, выясняя, при каком замкнутом процессе тепловой двигатель будет иметь максимальный КПД, предложил использовать цикл, состоящий из двух изотермических и двух адиабатных процессов. Выбор именно этих процессов обусловлен тем, что работа газа при изотермическом расширении совершается за счёт внутренней энергии нагревателя, а при адиабатном процессе за счёт внутренней энергии расширяющегося газа. В этом цикле исключён контакт тел с разной температурой, а значит, исключена теплопередача без совершения работы.

Цикл Карно — самый эффективный цикл (из всех возможных циклов, осуществляемых в одном и том же температурном интервале ($T_1 \div T_2$)), *имеющий максимальный КПД.*

Рассмотрим последовательно термодинамические процессы этого цикла (рис. 232). В процессе изотермического расширения *1—2* при температуре T_1 работа совершается за счёт изменения внутренней энергии нагревателя, т. е. за счёт подведения к газу количества теплоты Q_1:

$$A_{12} = Q_1.$$



232

Цикл Карно:
$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$,
Q_1 — *подводимое количество теплоты*,
Q_2 — *отводимое количество теплоты*

Охлаждение газа (перед сжатием *3—4*) происходит при адиабатном расширении *2—3*. Всё изменение внутренней энергии ΔU_{23} при таком процессе ($Q = 0$) преобразуется в механическую работу:

$$A_{23} = -\Delta U_{23}.$$

Температура газа в результате адиабатного расширения *2—3* понижается до температуры холодильника $T_2 < T_1$. В процессе *3—4* газ изотермически сжимается, передавая холодильнику количество теплоты Q_2:

$$A_{34} = A_{\text{сж}} = Q_2.$$

Цикл завершается процессом адиабатного сжатия *4—1* ($Q = 0$), при котором газ нагревается до температуры T_1.

Используя соотношение (193), можно найти максимальное значение КПД тепловых двигателей, соответствующее циклу Карно:

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Для повышения КПД теплового двигателя следует понижать температуру холодильника и увеличивать температуру нагревателя.

В таблице 16 даны КПД различных тепловых двигателей.

Таблица 16

КПД тепловых двигателей

Двигатель	КПД, %	Двигатель	КПД, %
Первые паровые машины	1	Газовая турбина	36
Паровоз	8	Паровая турбина	35—46
Карбюраторный двигатель	20—30	Ракетный двигатель на жидком топливе	47

Паротурбинные двигатели широко применяются на водном транспорте, газотурбинные — в авиации. Ракетные двигатели используются в ракетно-космической технике, позволяя выводить в космос сотни тонн полезного груза.

Тепловые двигатели и охрана окружающей среды. Тепловые двигатели — необходимый атрибут современной цивилизации. С их помощью вырабатывается около 80% электроэнергии. Без тепловых двигателей невозможно представить современный транспорт. В то же время повсеместное использование тепловых двигателей связано с отрицательным воздействием на окружающую среду.

Сжигание топлива сопровождается выделением в атмосферу углекислого газа, способного поглощать тепловое инфракрасное (ИК) излучение поверхности Земли. Рост концентрации углекислого газа в атмосфере, увеличивая поглощение ИК-излучения, приводит к повышению её температуры (*парниковый эффект*). Ежегодно температура атмосферы Земли повышается на 0,05 °С. Этот эффект может создать угрозу таяния ледников и катастрофическое повышение уровня Мирового океана.

Продукты сгорания топлива существенно загрязняют окружающую среду. Углеводороды, вступая в реакцию с озоном, находящимся в атмосфере, образуют химические соединения, неблагоприятно воздействующие на жизнедеятельность растений, животных и человека.

Потребление кислорода при горении топлива уменьшает его содержание в атмосфере.

Для охраны окружающей среды широко используют очистные сооружения, препятствующие выбросу в атмосферу вредных веществ, резко ограничивают использование соединений тяжёлых металлов, добавляемых в топливо, разрабатывают двигатели, использующие водород в качестве горючего (выхлопные газы состоят из безвредных паров воды), создают электромобили и автомобили, работающие на солнечной энергии.

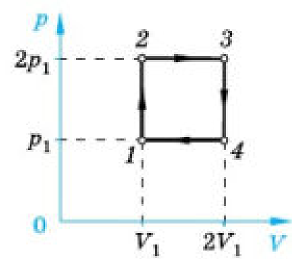
Всё большее внимание учёных привлекает перспектива использования возобновляемых источников энергии, экологически чистых, безвредных для окружающей среды, таких как энергия ветра, морских приливов и отливов, солнечная энергия и т. п.

ВОПРОСЫ

1. Какие устройства относят к тепловым двигателям? Почему в качестве рабочего тела в тепловых двигателях используют газы и пары́?
2. Почему наличие нагревателя и холодильника является необходимым условием для циклического совершения полезной механической работы в тепловом двигателе?
3. Как определяют КПД замкнутого цикла?
4. Какие тепловые процессы являются наиболее эффективными для получения максимальной работы в тепловом двигателе? Чему равен КПД цикла Карно?
5. В чём состоит отрицательное воздействие тепловых двигателей на окружающую среду? Какие методы защиты окружающей среды используют в настоящее время?

ЗАДАЧИ

1. Кислород совершает замкнутый цикл, изображённый на p—V-диаграмме (рис. 233). Найдите графически и рассчитайте работу, совершённую газом в каждом изопроцессе и в результате цикла. На каких участках к газу подводится количество теплоты? Чему равно количество теплоты, полученное газом от нагревателя? Определите КПД цикла.
2. Количество теплоты, получаемое двигателем от нагревателя, 100 Дж, а отдаваемое холодильнику — 75 Дж. Найдите КПД двигателя и совершаемую работу.



▲ 233

3. Чему равно максимальное теоретическое значение КПД паровой машины, работающей в интервале температур 100—400 °С?

4. Паровая машина работает в интервале температур t_1 = 120 °С, t_2 = 320 °С, получая от нагревателя количество теплоты Q_1 = 200 кДж за каждый цикл. Найдите КПД машины; работу, совершаемую за цикл; количество теплоты, отдаваемое за цикл.

5. Двигатель автомобиля расходует за час работы бензин массой m = 5 кг. При этом температура газа в цилиндре двигателя T_1 = 1200 К, а отработанного газа T_2 = 370 К. Удельная теплота сгорания бензина q = 46 МДж/кг. Определите мощность, развиваемую двигателем.

§ 60. Второй закон термодинамики

Направленность тепловых процессов. Первый закон термодинамики является законом сохранения энергии для тепловых процессов. Однако он не определяет направление этих процессов. Достаточно часто процессы, допустимые с точки зрения закона сохранения энергии, не могут быть реализованы в действительности.

Обратимый процесс — процесс, который может происходить как в прямом, так и в обратном направлении.

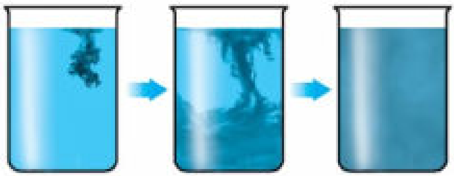
Макроскопические процессы протекают в определённом направлении. В обратном направлении самопроизвольно (без воздействия внешних тел) они протекать не могут. Если обратимый процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в этой системе и в окружающей среде изменения не происходят. *Обратимый процесс — это идеализация реального процесса.* Обратимыми можно считать медленные (квазистатические) процессы.

Необратимый процесс — процесс, обратный которому самопроизвольно не происходит.

Примером необратимого процесса является диффузия.

Диффузия — физическое явление, при котором происходит самопроизвольное взаимное проникновение частиц одного вещества в другое при их контакте.

Например, молекулы чернил, проникая между молекулами воды, через какое-то время равномерно распределяются по объёму, окрашивая воду в сосуде (рис. 234).



234
Диффузия чернил и воды

Обратная локализация чернил на поверхности воды практически невозможна.

Диффундировать друг в друга могут и атомы твёрдых тел. Поэтому трудно бывает отвинтить гайку от болта, туго завинченную в течение длительного времени, даже если они сделаны из нержавеющего металла.

Также необратимым является процесс теплообмена. Количество теплоты самопроизвольно передаётся от тела с большей температурой к телу с меньшей температурой. Теплопередача от холодного тела к более нагретому самопроизвольно не возникает, а достигается лишь за счёт дополнительной работы холодильной установки. *Второй закон термодинамики отражает необратимость процессов в природе.*

Второй закон термодинамики

В циклически действующем тепловом двигателе невозможно преобразовать всё количество теплоты, полученное от нагревателя, в механическую работу.

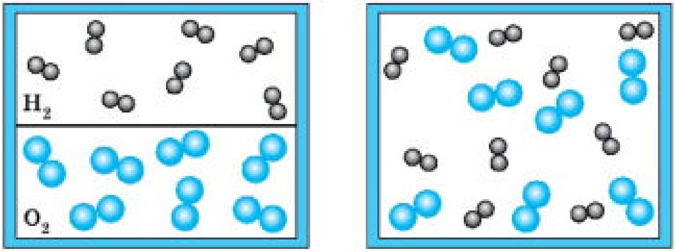
Это утверждение связано с необратимостью тепловых процессов: для сжатия газа, которое не может происходить самопроизвольно, требуется внешняя сила и охлаждение газа.

Необратимость характерна лишь для макроскопических систем. Если число частиц, составляющих систему, невелико, обратимые процессы могут наблюдаться.

Статистическое истолкование второго закона термодинамики. Второй закон термодинамики, определяя направление перехода между макросостояниями большого числа частиц, входящих в состав изолированной системы, допускает статистическое истолкование.

Замкнутая система многих частиц самопроизвольно переходит из более упорядоченного состояния в менее упорядоченное.

Это объясняется тем, что число возможных микросостояний (см. § 49), соответствующее конечному (менее упорядоченному) состоянию систе-



235 *При диффузии газы смешиваются, равномерно распределяясь по объёму сосуда*

мы, всегда превышает число микросостояний, соответствующих начальному (более упорядоченному) состоянию.

Таким образом, *изолированная система самопроизвольно переходит из менее вероятного состояния в более вероятное.*

Например, взаимная диффузия водорода и кислорода, находящихся до открывания перегородки в разных половинах сосуда, приводит к перемешиванию газов (рис. 235). Благодаря тепловому движению более тяжёлый кислород поднимается вверх, а более лёгкий водород опускается вниз, несмотря на действие силы тяжести.

ВОПРОСЫ

1. Выделите главный отличительный признак необратимого процесса.
2. Сформулируйте второй закон термодинамики.
3. Как связан второй закон термодинамики с необратимостью тепловых процессов?
4. В чём заключается статистическая интерпретация второго закона термодинамики?
5. Почему дым «тает» в воздухе?

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Как можно оценить внутреннюю энергию человека?
2. Докажите универсальность закона сохранения энергии на примере рассмотрения механических и тепловых процессов.
3. Приведите примеры адиабатных процессов, которые вы наблюдали (не менее трёх).
4. Каким образом можно сформулировать определение понятия «коэффициент полезного действия человека»?
5. Попробуйте графически изобразить «цикл Карно» для человека, считая его тепловой машиной. Какие параметры вы выберете для обозначения осей координат?
6. Каковы методы снижения токсичности отработанных газов, используемые в России и других странах? Ответ подготовьте в виде сравнительного анализа. Каковы перспективы решения данной проблемы? Выделите исследования, которые проводятся российскими и зарубежными учёными.
7. Подготовьте дискуссию «Необратимость процессов: можно ли “повернуть” время вспять?» (на материале физики, химии, биологии, медицины, истории).

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **Термодинамика** — раздел физики, изучающий возможности использования внутренней энергии тел для совершения механической работы.

- **Внутренняя энергия тела** — сумма кинетической энергии теплового движения частиц (атомов или молекул) тела и потенциальной энергии их взаимодействия.
  Внутренняя энергия идеального газа
  $$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{i}{2}pV,$$
  где i — число степеней свободы молекул газа ($i = 3$ для одноатомного газа, $i = 5$ для двухатомного газа).

- **Число степеней свободы** — число возможных независимых направлений движения молекулы.

- Внутренняя энергия замкнутой, изолированной системы сохраняется.
  Изменение внутренней энергии возможно в результате теплообмена, а также при совершении работы.

- **Теплообмен** — процесс передачи энергии от одного тела к другому без совершения работы.

- **Количество теплоты** — энергия, получаемая или отдаваемая телом в процессе теплообмена.

- **Работа, совершаемая газом,**
  $$A = \bar{p}\,\Delta V,$$
  где $\Delta V = V_2 - V_1$ — изменение объёма газа.
  При расширении газа $\Delta V > 0$, при его сжатии $\Delta V < 0$.

- **Первый закон термодинамики:** *количество теплоты, подведённое к системе, идёт на изменение её внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами:*
  $$Q = \Delta U + A.$$
  Первый закон термодинамики:
  1) *при изохорном процессе:*
  $$Q = \Delta U;$$
  2) *при изотермическом процессе:*
  $$Q = A;$$
  3) *при изобарном процессе*:
  $$Q = \Delta U + A;$$
  4) *при адиабатном процессе*:
  $$A = -\Delta U.$$

- **Адиабатный процесс** — термодинамический процесс в теплоизолированной системе ($Q = 0$).

- **Тепловой двигатель** — устройство, преобразующее внутреннюю энергию топлива в механическую энергию.
  Наличие нагревателя и холодильника — необходимое условие для циклического совершения механической работы в тепловом двигателе.

- **Замкнутый процесс (цикл)** — совокупность термодинамических процессов, в результате которых система возвращается в исходное состояние.
  Для циклического процесса требуется сжатие газа, которое не может происходить самопроизвольно. Необходимое уменьше-

ние давления газа возможно при его охлаждении.

- **Коэффициент полезного действия теплового двигателя** — отношение работы, совершаемой двигателем за цикл, к количеству теплоты, полученному от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}.$$

КПД теплового двигателя всегда меньше единицы.

- **Цикл Карно** — цикл работы теплового двигателя, состоящий из двух изотермических и двух адиабатных процессов.

В цикле Карно исключена теплопередача без совершения работы, поэтому его КПД максимален:

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1, T_2 — температура нагревателя и холодильника соответственно.

Использование тепловых двигателей неблагоприятно влияет на окружающую среду.

- **Второй закон термодинамики:** *в циклически действующем тепловом двигателе невозможно преобразовать всё количество теплоты, полученное от нагревателя, в механическую работу.*

Второй закон термодинамики — следствие необратимости тепловых процессов.

- **Необратимый процесс** — процесс, обратный которому самопроизвольно не происходит.

Второй закон термодинамики определяет статистическую направленность изменения состояния системы, состоящей из большого числа частиц.

- Статистическая формулировка второго закона термодинамики: *изолированная система самопроизвольно переходит из менее вероятного состояния в более вероятное.*

11 Жидкость и пар

§ 61. Фазовый переход пар—жидкость

Условия перехода из газообразной фазы в жидкую. Выясним условия, при которых возможен переход между жидким и газообразным агрегатными состояниями вещества (между жидкой и газообразной фазами).

Понятие «фаза» часто употребляется как синоним агрегатного состояния. Реально в пределах одного агрегатного состояния вещество может находиться в нескольких фазах (например, лёд встречается в пяти различных модификациях).

В разреженном газе силы притяжения между молекулами невелики и поэтому не могут связать частицы в единое целое из-за больших расстояний между ними. Наличие у молекул значительной кинетической энергии также препятствует сближению частиц.

У идеального газа средняя потенциальная энергия взаимодействия частиц много меньше их средней кинетической энергии:

$$|E_p| \ll \frac{3}{2}kT.$$

Знак модуля использован потому, что для сил притяжения потенциальная энергия отрицательна (сравните с потенциальной энергией сил гравитационного притяжения (95)). Нуль потенциальной энергии принимается на бесконечности.

Для образования жидкости из газа средняя потенциальная энергия притяжения молекул должна превышать их среднюю кинетическую энергию:

$$|E_p| \geqslant \frac{3}{2}kT. \qquad (194)$$

Физический смысл этого неравенства состоит в том, что переход из газообразного в жидкое состояние возможен лишь при температуре, меньшей некоторой критической температуры:

$$T < T_{кр} = \frac{2}{3}\frac{|E_p|}{k}. \qquad (195)$$

Газ, находящийся при $T > T_{кр}$, нельзя перевести в жидкое состояние.

Пар — газообразное состояние вещества при температуре ниже критической.

Переход пара в жидкое состояние принципиально возможен.

Критическая температура — максимальная температура, при которой пар превращается в жидкость.

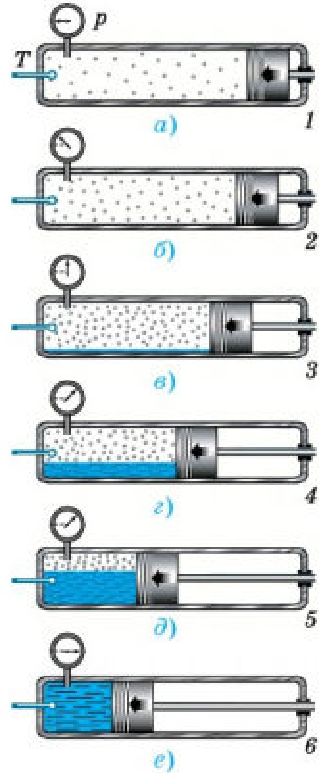
Критическая температура зависит от потенциальной энергии взаимодействия молекул и поэтому различна для разных газов.

Из-за сильного взаимодействия молекул воды водяной пар можно превратить в воду даже при температуре 647 К (374,2 °С). В то же время сжижение азота происходит лишь при температуре, меньшей $T_{кр}$ = 126 К = –147 °С, так как молекулы азота слабо взаимодействуют между собой.

Другим макроскопическим параметром, влияющим на переход пар—жидкость, является давление. С ростом внешнего давления при сжатии газа уменьшается среднее расстояние между частицами, возрастает сила притяжения между ними и соответственно средняя потенциальная энергия их взаимодействия.

Сжижение пара при его изотермическом сжатии. Рассмотрим последовательно процесс сжижения пара, находящегося в цилиндре при температуре $T < T_{кр}$ (рис. 236, *а*).

При изотермическом сжатии пара (T = = const, m = const) возрастает концентрация частиц и увеличивается давление (рис. 236, *б*). Однако в этом состоянии средняя потенциальная энергия притяжения частиц ещё недостаточна для объединения молекул пара. При дальнейшем уменьшении объёма пара его молекулы сближаются столь значительно, что вследствие их притяжения образуются капли жидкости (рис. 236, *в*). Начинается *конденсация*.



▲ 236

Сжижение пара, находящегося при температуре, меньшей критической, при изотермическом сжатии

Конденсация — переход пара из газообразного состояния в жидкое.

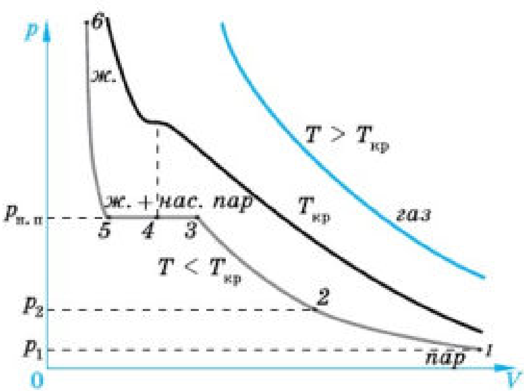
Масса образовавшейся жидкости оказывается постоянной (при данном объёме) благодаря равновесию двух встречных процессов: конденсации молекул пара и испарению молекул жидкости.

Испарение — парообразование со свободной поверхности жидкости.

Когда число молекул пара, конденсирующихся за определённый промежуток времени, становится равным числу молекул жидкости, испаряющихся с её поверхности за это же время, между процессами конденсации и испарения устанавливается *термодинамическое равновесие*.

Насыщенный пар — пар, находящийся в термодинамическом равновесии со своей жидкостью.

При последующем сжатии жидкости и насыщенного пара увеличивается масса конденсированной жидкости и соответственно уменьшается масса насыщенного пара (рис. 236, *г*). При изотермическом сжатии температура постоянна. Концентрация частиц также постоянна, так как при уменьшении объёма V в равной степени уменьшается полное число частиц N из-за конденсации молекул пара. Поэтому давление $p = nkT$ насыщенного пара, когда в цилиндре сосуществуют жидкость и насыщенный пар, остаётся постоянным. После полной конденсации пара (рис. 234, *д*) возможно незначительное сжатие жидкости (рис. 236, *е*). Резкое возрастание давления, необходимого для сжатия жидкости, объясняется её малой сжимаемостью вследствие плотной упаковки молекул. На рисунке 237 приведена



237

Изотерма сжижения пара: 1—3 — пар; 3—5 — насыщенный пар + жидкость; 5—6 — жидкость изотерма для процесса сжижения газа, на которой указаны точки *1—6*, соответствующие состояниям пара на рисунке 236. Кроме того, на рисунке приведены изотермы при критической температуре пара и температуре, превышающей критическую. Последняя изотерма совпадает с изотермой идеального газа (см. рис. 212).

ВОПРОСЫ

1. При какой температуре возможен переход из газообразного состояния вещества в жидкое? Какую температуру называют критической?
2. Какое состояние вещества называют паром?
3. Опишите последовательно процесс сжижения пара при его изотермическом сжатии.
4. При каком условии пар считают насыщенным? Почему при сжатии насыщенного пара его давление остаётся постоянным?
5. Объясните, почему при сжатии жидкости давление резко возрастает.

§ 62. Испарение. Конденсация

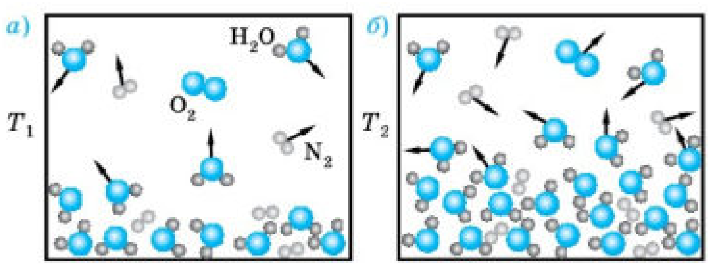
Физика процесса испарения. Остановимся более детально на физическом механизме процессов испарения и конденсации. Молекула пара испаряется с поверхности жидкости в воздух, если её кинетическая энергия больше потенциальной энергии притяжения к другим молекулам:

$$E_k > |E_p|. \tag{196}$$

Неравенство (196) не противоречит условию образования жидкости (194). Испарение может происходить при любой температуре жидкости.

В жидкости (так же как и в газе) при любой температуре есть молекулы, обладающие кинетической энергией, которая превышает их среднюю кинетическую энергию $\frac{3}{2}kT$. Именно эти, самые быстрые молекулы могут покидать жидкость. При увеличении температуры число испаряющихся молекул возрастает.

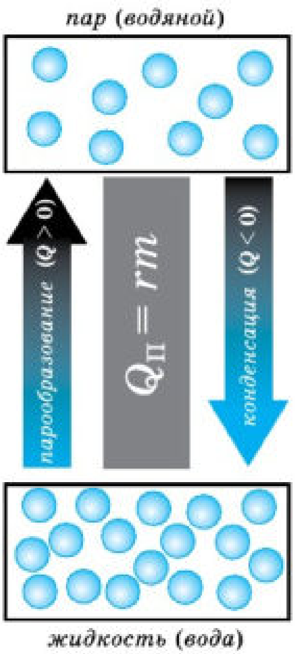
На рисунке 238 изображена при большом увеличении поверхность воды с растворёнными в ней молекулами O_2 и N_2 и показан рост скорости



238 ▶ *Зависимость скорости испарения от температуры*: $T_2 > T_1$

▲ 239

Испарение в открытом сосуде



▲ 240

Взаимная компенсация процессов парообразования и конденсации при термодинамическом равновесии

испарения молекул воды в воздух при возрастании температуры жидкости от T_1 до T_2. При увеличении температуры возрастает число молекул, имеющих кинетическую энергию, достаточную для испарения (рис. 238, *б*).

Так как при испарении жидкость покидают самые быстрые молекулы, то средняя кинетическая энергия молекул и соответственно температура жидкости уменьшается. Например, резкое охлаждение кожи спортсмена после использования легко испаряющейся жидкости («заморозка») уменьшает болевые ощущения от полученной травмы. После купания кожа охлаждается из-за испарения с поверхности тела оставшихся капель воды, при этом воздух кажется холоднее воды.

Количество теплоты, необходимое для испарения жидкости при постоянной температуре, пропорционально числу испаряющихся молекул или их суммарной массе:

$$Q_{\text{п}} = rm,$$

где r — удельная теплота парообразования.

Удельная теплота парообразования — количество теплоты, необходимое для парообразования 1 кг жидкости при постоянной температуре.

Для воды $r = 2{,}256 \cdot 10^6$ Дж/кг при 100 °С.

При парообразовании подводимое количество теплоты расходуется на разрыв связей между молекулами жидкости.

В открытом сосуде (рис. 239) часть испарившихся молекул может не вернуться в жидкость. В этом случае испарение не компенсируется конденсацией, масса жидкости уменьшается, а испарение жидкости ускоряется.

Усиливается и охлаждение жидкости. По этой причине дуют на горячий суп или чай. Наличие водяного пара в атмосфере (в воздухе содержится свыше 10^{16} кг водяного пара) — следствие испарения воды с поверхности океанов, морей, почвы, растений и т. д. За год с поверхности Земли испаряется вода, масса которой примерно равна массе воды в Чёрном море.

Конденсация. Испаряющиеся из жидкости молекулы образуют над ней пар. В результате хаотического движения часть молекул возвращается на поверхность жидкости, втягивается в неё силами притяжения, увеличивая энергию жидкости (рис. 240).

Количество теплоты, получаемое жидкостью при конденсации, равно количеству теплоты, теряемому ею при испарении.

Огромная потеря энергии поверхностью Земли компенсируется в результате конденсации паров при образовании облаков, тумана, росы, возникновения осадков.

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение процессов испарения и конденсации. При каком условии происходит испарение жидкости?
2. От каких факторов зависит скорость испарения жидкости?
3. Что такое удельная теплота парообразования? На что расходуется подводимое количество теплоты при парообразовании?
4. Почему при ветре жара переносится легче?
5. Одинакова ли внутренняя энергия 1 кг воды и 1 кг пара при температуре 100 °С?

ЗАДАЧИ

1. Пары́ серебра конденсируются при температуре 2466 К. Какое количество теплоты выделяется при конденсации 0,5 кг серебра? Удельная теплота парообразования серебра $r = 2{,}34$ МДж/кг.
2. Организм человека в результате обменных процессов генерирует тепловую мощность 75 Вт. Постоянство температуры тела обеспечивается, в частности, испарением воды с поверхности кожи. Найдите массу воды, испаряющейся с поверхности кожи за 1 ч.
3. Для нагревания в электрочайнике некоторой массы воды от температуры $t_1 = 0$ °С до кипения потребовался промежуток времени $\tau_1 = 3$ мин. На последующее обращение в пар этой же массы воды потребовалось время $\tau_2 = 16$ мин 3 с. Найдите по этим данным удельную теплоту парообразования воды.
4. Какое количество теплоты требуется для превращения 1 кг воды при температуре $t_1 = 0$ °С в пар при $t_2 = 100$ °С?
5. В теплоизолированный сосуд, содержащий $m_1 = 100$ г воды при температуре $t_1 = 10$ °С, впускают водяной пар при температуре $t_2 = 110$ °С. Определите содержание вещества в сосуде после установления теплового равновесия. При какой температуре установится тепловое равновесие, если масса пара $m_2 = 40$ г? Удельная теплоёмкость пара $c_п = \frac{1}{2}c_в = 2{,}09$ кДж/(кг · К).

§ 63. Давление насыщенного пара. Влажность воздуха

Давление насыщенного пара. В закрытом сосуде (см. рис. 234, *г*) в результате испарения концентрация молекул пара возрастает и достигает максимального значения, когда число молекул насыщенного пара (находящегося в равновесии с жидкостью), конденсирующихся за определённый промежуток времени, равно числу молекул жидкости, испаряющихся с её поверхности за это же время. Так как давление насыщенного пара пропорционально концентрации его молекул, то при данной температуре давление пара бóльшим быть не может.

Давление насыщенного пара при данной температуре — максимальное давление, которое может иметь пар над жидкостью при этой температуре.

С ростом температуры жидкости увеличивается число испаряющихся молекул и соответственно конденсирующихся молекул пара, поэтому *давление насыщенного пара возрастает при увеличении температуры жидкости*.

Например, давление насыщенного водяного пара, при 0 °C равное 0,006 атм (1 атм = $1{,}01 \cdot 10^5$ Па), возрастает при 20 °C до 0,025 атм, а при 100 °C до 1 атм. Последнему значению давления не следует удивляться: одной из опорных точек шкалы Цельсия была выбрана температура кипения воды при атмосферном давлении. Ответ на вопрос, почему вода кипит при условии, когда давление насыщенного пара равно атмосферному давлению, вы найдёте в следующем параграфе.

Согласно неравенству (196) число испаряющихся молекул растёт либо при увеличении их кинетической энергии, либо при уменьшении потенциальной энергии притяжения к молекулам, их окружающим. Давление насыщенного пара зависит от молекулярной структуры жидкости.

Давление насыщенного пара жидкости, состоящей из сильно взаимодействующих друг с другом молекул, меньше, чем давление насыщенного пара жидкости, состоящей из слабо взаимодействующих молекул.

При 20 °C давление насыщенного пара воды (молекулы которой сильно притягивают друг друга) равно 2,3 кПа, а давление легко испаряющегося хлороформа (со слабосвязанными молекулами) — 21,3 кПа.

Влажность воздуха. Если бы водяной пар над Землёй был насыщенным, испарение воды с поверхности тела человека практически прекратилось бы и тем самым была бы затруднена терморегуляция организма. Реально пар в атмосфере редко бывает насыщенным из-за нарушения равновесия процессов испарения и конденсации. Водяные пары могут переноситься ветром на большое расстояние, так что их конденсация происходит вдали от того места, где произошло испарение. Выделение значительного количества теплоты при конденсации паров (выпадение осадков) приводит к выравниванию климатических условий в достаточно удалённых друг от друга районах Земли.

При прекращении круговорота воды в природе за год с поверхности Мирового океана испарился бы метровый слой воды.

При одной и той же температуре содержание в воздухе водяного пара может изменяться в широких пределах: от нуля (*абсолютно сухой воздух*) до максимально возможного (*насыщенный пар*).

Степень влажности воздуха характеризуется *относительной влажностью*.

Относительная влажность воздуха — процентное отношение концентрации водяного пара в воздухе к концентрации насыщенного пара при той же температуре:

$$\varphi = \frac{n}{n_{н.\,п}} \cdot 100\%.$$

Концентрация насыщенного пара является максимальной концентрацией, которую может иметь пар над жидкостью. Следовательно, относительная влажность изменяется от 0 до 100%, так как концентрация пара n может изменяться в пределах от 0 до $n_{н.\,п}$.

В сухом воздухе, имеющем малую относительную влажность, испарение (и связанное с ним охлаждение) происходит быстро. В воздухе с большой относительной влажностью испарение замедляется и охлаждение незначительно. Жара труднее переносится при высокой влажности воздуха. В этих условиях затруднён отвод энергии за счёт испарения влаги. Поэтому возможен перегрев тела, нарушающий жизнедеятельность организма. Для оптимального теплообмена организма человека при температуре 20—25 °С наиболее благоприятна относительная влажность порядка 50%. При более высокой температуре предпочтительна влажность около 20%.

Так как концентрация пара связана с давлением (см. формулу (183)), то относительную влажность можно найти и как процентное отношение давления пара в воздухе к давлению насыщенного пара при той же температуре:

$$\varphi = \frac{p}{p_{н.\,п}} \cdot 100\%.$$

С помощью этой формулы можно найти относительную влажность пара в состояниях *1*, *2*, *3* на рисунке 236. Используя изотерму сжижения пара (см. рис. 237), получаем:

$$\varphi_1 = \frac{p_1}{p_{\text{н.п}}} \cdot 100\%, \quad \varphi_2 = \frac{p_2}{p_{\text{н.п}}} \cdot 100\%, \quad \varphi_3 = \frac{p_3}{p_{\text{н.п}}} \cdot 100\% = 100\%.$$

ВОПРОСЫ

1. Какими способами из ненасыщенного пара можно получить насыщенный?
2. Почему давление насыщенного пара при определённой температуре является максимальным давлением, которое может иметь пар при этой температуре?
3. Почему давление насыщенного пара быстрее растёт при увеличении температуры, чем давление идеального газа?
4. Сформулируйте определение относительной влажности воздуха.
5. Почему жару значительно труднее переносить при высокой влажности воздуха?

ЗАДАЧИ

1. Давление водяного пара в воздухе при температуре 30 °C равно 2,52 кПа. Определите относительную влажность воздуха, если давление насыщенного пара при этой температуре равно 4,2 кПа.
2. В сосуде находится воздух, температура которого t_1 = 30 °C и относительная влажность φ_1 = 60%. Чему будет равна влажность воздуха, если его нагреть до температуры t_2 = 100 °C? Давление насыщенных паров воды при температуре 30 °C равно 4,2 кПа.
3. Воздух, имеющий при атмосферном давлении в комнате температуру 20 °C и относительную влажность 30%, остывает до температуры 0 °C. Определите относительную влажность воздуха при температуре 0 °C. Давления насыщенного водяного пара при указанных температурах равны соответственно 2,33 и 0,6 кПа.
4. Вечером температура воздуха была 20 °C, а его относительная влажность 50%. Ночью температура упала до 7 °C. Выпала ли роса? Давление насыщенного водяного пара при 20 °C равно 2,33 кПа, при 7 °C оно составляет 10^3 Па.
5. В объёме 10 л содержится насыщенный водяной пар при температуре 100 °C. Какую работу надо совершить, чтобы в результате изотермического сжатия уменьшить объём пара до 5 л?

§ 64. Кипение жидкости

Процесс кипения. Испарение происходит со свободной поверхности жидкости при любой температуре. При определённых условиях процесс парообразования может происходить и внутри жидкости, когда начинается *кипение*.

Кипение — парообразование, происходящее во всём объёме жидкости при определённой температуре.

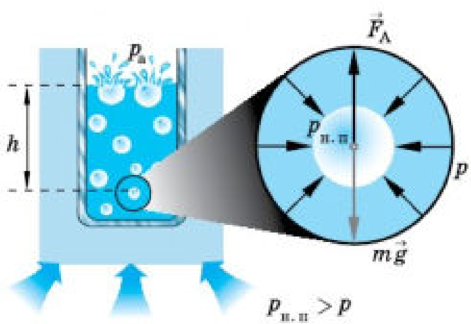
При этой температуре, называемой *температурой кипения*, всплывают и лопаются многочисленные пузырьки пара, вызывающие характерное бурление жидкости. Остановимся подробнее на физических процессах, происходящих при кипении, и выясним условия, при которых оно происходит. Пузырьки воздуха, всегда имеющиеся в жидкости, но не видимые невооружённым глазом, содержат газ, растворённый в жидкости и абсорбированный стенками сосуда, и насыщенный пар. При незначительном нагревании жидкости растёт температура пара в пузырьках, возрастает его давление, увеличивается объём пузырька. Под действием силы Архимеда пузырьки начинают подниматься вверх. Попадая в верхние, ещё не прогретые слои жидкости, пузырьки охлаждаются, уменьшаются в объёме и с шумом схлопываются, не достигнув поверхности.

При последующем увеличении температуры жидкости внутрь пузырьков с их поверхности испаряются молекулы жидкости. Замкнутый объём пузырька оказывается заполненным не только воздухом, но и насыщенным паром.

С повышением температуры давление насыщенного пара растёт быстрее, чем давление воздуха, поэтому в достаточно нагретой жидкости давление внутри пузырька можно считать равным давлению насыщенного пара. Увеличение объёма пузырька происходит, когда давление насыщенного пара внутри него превосходит внешнее давление p, равное сумме атмосферного давления воздуха $p_{\text{а}}$ и гидростатического давления столба жидкости высотой h (рис. 241):

$$p = p_{\text{а}} + \rho g h.$$

Если глубина сосуда 1 м, то величиной $\rho g h$ можно пренебречь по сравнению с атмосферным давлением.



241

Кипение жидкости. При кипении пузырьки всплывают вверх, увеличиваясь в объёме, и лопаются на поверхности жидкости

При увеличении температуры жидкости объём пузырька возрастает. Когда сила Архимеда F_A превосходит силу сцепления пузырька со стенкой сосуда и силу тяжести пузырька mg, пузырёк отрывается от стенки и всплывает.

При подъёме в жидкости, имеющей постоянную температуру, пузырьки увеличиваются в объёме в соответствии с законом Бойля—Мариотта, так как давление в верхних слоях жидкости уменьшается.

Всплывая, пузырьки переносят содержащийся в них насыщенный пар к свободной поверхности жидкости.

Всплывшие пузырьки начинают лопаться, когда давление насыщенного пара, которым они заполнены, будет превосходить атмосферное давление воздуха:

$$p_{\text{н. п}} > p_{\text{а}}.$$

Температура кипения. В § 63 мы отмечали, что давление насыщенного пара при температуре 100 °C, которая и является *температурой кипения воды*, равно нормальному атмосферному.

Температура кипения — температура, при которой давление насыщенного пара жидкости начинает превосходить внешнее давление на жидкость.

Из этого определения следует, что *температура кипения зависит от внешнего давления на жидкость*. На высоте 5 км над уровнем моря, где давление в 2 раза ниже атмосферного, температура кипения воды 83 °C. На вершине Эвереста давление воздуха 37 кПа (0,4 атм), а температура кипения воды 74 °C. При такой температуре невозможно заварить чай или сварить мясо. Для получения сухого молока без изменения его состава кипячение молока проводят при пониженном внешнем давлении и соответственно пониженной температуре кипения.

242 *Устройство скороварки*

В герметичной кастрюле (рис. 242), где давление выше атмосферного, температура кипения воды составляет 120 °C. Известно, что скорость химических реакций при приготовлении пищи удваивается на каждые 10 °C сверх 100 °C, поэтому повышение температуры кипения на 20 °C в 4 раза ускоряет процесс приготовления пищи по сравнению с кипячением при температуре 100 °C. В котлах паровых машин, где давление пара порядка 15 атм ($1{,}5 \cdot 10^6$ Па), температура кипения воды около 200 °C.

Таблица 17

Температура кипения для некоторых веществ при нормальном атмосферном давлении

Вещество	$t_к$, °C	Вещество	$t_к$, °C	Вещество	$t_к$, °C
He	–268,9	H_2O	100	Ag	1950
H_2	–252,9	Hg	356,6	Cu	2336
N_2	–195,8	S	444,6	Au	2600
O_2	–182,9	Pb	1620		

Температура кипения (табл. 17) *остаётся постоянной в процессе кипения.* Чем большее количество теплоты подводится к жидкости, тем больше всплывает и лопается пузырьков. Так как каждый лопнувший пузырёк воздуха охлаждает жидкость, то температура жидкости с высокой степенью точности поддерживается постоянной. Именно поэтому в качестве одной из опорных точек шкалы Цельсия была использована температура воды, кипящей при нормальном атмосферном давлении.

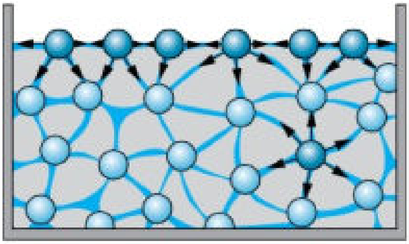
Жидкость, не содержащая газ и находящаяся в сосуде, со стенок которого удалён газ, не кипит. Такую *жидкость, нагретую до температуры, превышающей температуру кипения при нормальном давлении, называют перегретой*.

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение процесса кипения.
2. При каком условии пузырьки в жидкости начинают увеличиваться в объёме? Почему их объём увеличивается при подъёме в жидкости?
3. При какой температуре кипит жидкость?
4. Почему температура остаётся постоянной в процессе кипения? Как температура кипения зависит от давления воздуха над жидкостью?
5. Какую жидкость называют перегретой?

§ 65. Поверхностное натяжение

Особенности взаимодействия молекул поверхностного слоя жидкости. При уменьшении температуры газа и увеличении его давления уменьшается скорость молекул и сокращается среднее расстояние между ними. Силы притяжения между молекулами становятся особенно существенными, когда средняя потенциальная энергия молекул сопоставима с их средней кинетической энергией: $E_p \approx kT$. Притягиваясь друг к другу, молекулы оказываются связанными в своём движении и образуют жидкость. Если газ занимает весь предоставленный ему объём, то жидкость



243

Молекулярный механизм поверхностного натяжения

244

Капля масла в водном растворе спирта

может занимать лишь определённую часть сосуда. Из-за сильного притяжения молекул жидкость сохраняет объём. На границе с газом (или паром) жидкость образует свободную поверхность.

Молекулы на поверхности жидкости находятся в особых условиях по сравнению с молекулами её внутренних слоёв. Внутри жидкости результирующая сила притяжения, действующая на молекулу со стороны соседних молекул, равна нулю (рис. 243).

Молекулы поверхностного слоя жидкости притягиваются только молекулами внутренних слоёв этой жидкости. Находящиеся на поверхности молекулы под действием результирующей силы притяжения втягиваются внутрь жидкости. На поверхности остаётся такое число молекул, при котором площадь поверхности жидкости оказывается минимальной при данном её объёме.

Поэтому жидкость (в отсутствие силы тяжести или в случае, когда сила тяжести уравновешена силой Архимеда) из всех возможных принимает сферическую форму, имеющую минимальную площадь поверхности при том же объёме (рис. 244).

При свободном падении, в состоянии невесомости капли дождя практически имеют форму шара. В космическом корабле шарообразную форму принимает и достаточно большая масса жидкости (рис. 245).

Молекулы поверхностного слоя оказывают молекулярное давление на жидкость, стягивая её поверхность к минимуму. Этот эффект называют *поверхностным натяжением*.

Поверхностное натяжение — явление молекулярного давления на жидкость, вызванное притяжением молекул поверхностного слоя к молекулам внутри жидкости.

245

Астронавты, наблюдающие за плавающим водяным шаром

Для извлечения молекулы из глубины жидкости на её поверхность требуется совершение работы. Работа, которую надо затратить, чтобы изотермически увеличить площадь поверхности жидкости на величину S,

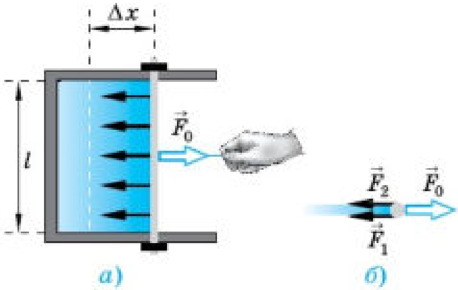
$$A_{\text{пов}} = \sigma S,$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения — работа, требуемая для увеличения площади поверхности жидкости на единицу площади.

Сила поверхностного натяжения. Рассмотрим опыт с мыльной плёнкой, образованной на прямоугольнике с подвижной перемычкой длиной l (рис. 246).

В отсутствие внешней силы ($\vec{F}_0 = 0$) вдоль поверхности жидкости действует *сила поверхностного натяжения*, которая сокращает до минимума площадь поверхности плёнки. В результате подвижная перемычка сместится влево.

Сила поверхностного натяжения — сила, направленная по касательной к поверхности жидкости, перпендикулярно участку контура, ограничивающего поверхность, в сторону её сокращения.



246

Силы, препятствующие растяжению мыльной плёнки: а — вид сбоку; б — вид сверху

При равномерном растяжении Δx плёнки сила $\vec{F}_0$ совершает работу

$$A_{\text{пов}} = F_0 \Delta x.$$

Вдоль поверхности плёнки действуют равные силы поверхностного натяжения $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$:

$$F_1 = F_2 = F_{\text{пов}}/2.$$

При равновесии перемычки

$$F_0 = F_1 + F_2 = F_{\text{пов}}.$$

В процессе растяжения поверхности жидкости (в отличие от растяжения резины) среднее расстояние между молекулами не изменяется.

Поверхность жидкости, увеличивающаяся на $\Delta S = 2l\Delta x$, заполняется молекулами внутренних слоёв. Число молекул поверхностного слоя при этом возрастает, и совершается работа

$$A_{\text{пов}} = \sigma\Delta S.$$

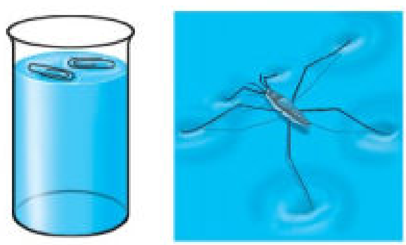
В соответствии с законом сохранения энергии

$$2F_{\text{пов}}\Delta x = \sigma \cdot 2l\Delta x,$$

откуда находим, что сила поверхностного натяжения прямо пропорциональна длине l границы поверхностного слоя:

$$\boldsymbol{F_{\text{пов}} = \sigma l,} \qquad (197)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, характеризующий силу поверхностного натяжения, действующую на единицу длины границы поверхности.



а) б)

247

Действие сил поверхностного натяжения:
а — скрепки на поверхности жидкости;
б — водомерка на поверхности воды

Единица коэффициента поверхностного натяжения — *ньютон на метр* (Н/м).

Благодаря поверхностному натяжению воды на её поверхности могут плавать лёгкие предметы и удерживаться водомерки (рис. 247).

В таблице 18 приведён коэффициент поверхностного натяжения некоторых жидкостей, находящихся в контакте с воздухом, при температуре 20 °С.

Чем меньше коэффициент поверхностного натяжения, тем легче жидкость проникает в ткань.

Таблица 18

Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей, находящихся в контакте с воздухом, при температуре 20 °С

Вещество	σ, мН/м	Вещество	σ, мН/м
Мыльный раствор	25	Глицерин	63,1
Бензин	28,9	Вода	72,8
Оливковое масло	32,0	Ртуть	465

Высокая проникающая способность мыльного раствора, позволяющая лучше очищать ткани, объясняется его малым коэффициентом поверхностного натяжения (см. табл. 18).

ВОПРОСЫ

1. Почему число молекул, приходящееся на единицу поверхности жидкости, не изменяется при увеличении площади поверхности?
2. Почему площадь свободной поверхности жидкости минимальна?
3. Отличается ли и почему давление воздуха внутри мыльного пузыря от атмосферного?
4. Почему молекулы, находящиеся на поверхности жидкости, не движутся ускоренно вниз под действием сил притяжения соседних молекул?
5. Почему волоски акварельной кисточки слипаются после того, как кисточка поднята из воды?

ЗАДАЧИ

1. Докажите, что при слиянии нескольких капель воды в одну, происходящем при постоянной температуре, выделяется энергия. Для доказательства следует сравнить между собой поверхностную энергию всех мелких капель и одной крупной. Объём сферы, радиус которой R, равен $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, площадь её поверхности $4\pi R^2$.
2. Какую работу надо совершить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром 10 см? Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора равен $4 \cdot 10^{-2}$ Н/м.
3. Пульверизатор для опрыскивания растений разбрызгивает капли со средним диаметром 50 мкм. Какая работа затрачивается на создание таких капель из 0,5 кг воды?
4. Какое усилие надо приложить для отрыва проволочного кольца радиусом R = 5 см и массой m = 4 г с поверхности воды?
5. Несмачиваемый кубик плавает на поверхности воды. Найдите глубину погружения кубика без учёта силы поверхностного натяжения; с учётом силы поверхностного натяжения. Масса кубика 3 г, длина его ребра 20 мм.

§ 66. Смачивание, капиллярность

Смачивание. Сферическая форма капли жидкости при соприкосновении с поверхностью твёрдого тела не сохраняется. Изменение формы капли зависит от свойств жидкости и от материала, из которого сделано твёрдое тело. На стекле капля воды растекается, а на поверхности парафина приобретает форму сплюснутого шара (рис. 248).

Зависимость формы капли от материала подложки объясняется различием сил взаимодействия между молекулами жидкости и сил взаимодействия молекул жидкости с молекулами твёрдого тела на границе раздела двух сред.

Если силы притяжения $F_{ж-т}$ между молекулами жидкости и твёрдого тела больше, чем силы притяжения между молекулами жидкости $F_ж$, то жидкость *смачивает* поверхность.

Смачивание — искривление поверхности жидкости у поверхности твёрдого тела в результате взаимодействия молекул жидкости с молекулами твёрдого тела.

Например, вода смачивает стекло:

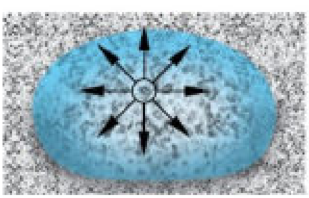
$$F_{ж-т} > F_ж.$$

Если силы притяжения между молекулами жидкости $F_ж$ больше сил притяжения между молекулами жидкости и твёрдого тела $F_{ж-т}$, то жидкость *не смачивает* поверхность.

Например, вода не смачивает парафин:

$$F_{ж-т} < F_ж.$$

Хорошее смачивание необходимо при нанесении красочных покрытий, обработке фотоматериалов, пайке, стирке. Использование веществ с минимальной смачиваемостью требуется для гидроизоляции (в частности, при изготовлении материала для плащей, курток и зонтиков).



248

Капля воды на поверхности парафина

Смачивание твёрдых поверхностей жидкостью характеризуется *мениском* и *углом смачивания*.

Мениск — форма поверхности жидкости вблизи стенки сосуда. Мениск зависит от того, смачивает или не смачивает жидкость стенки сосуда.

Угол смачивания — угол между плоскостью, касательной к поверхности жидкости, и стенкой.

Для смачивающей жидкости угол смачивания острый ($\theta < 90°$; рис. 249, *а*).

Для несмачивающей жидкости угол смачивания тупой ($\theta > 90°$; рис. 249, *б*).

Капиллярность. В достаточно широких сосудах короткодействующие силы притяжения между молекулами твёрдого тела и жидкости удерживают в виде мениска лишь незначительную часть жидкости в сосуде. Основная её поверхность — горизонтальная. В узких сосудах (капиллярах) масса жидкости невелика, поэтому различие сил $F_{ж-т}$ и $F_ж$ приводит к капиллярности.

Капиллярность — явление подъёма или опускания жидкости в капиллярах.

Рассмотрим поведение жидкости в капилляре, опущенном в жидкость (рис. 250).

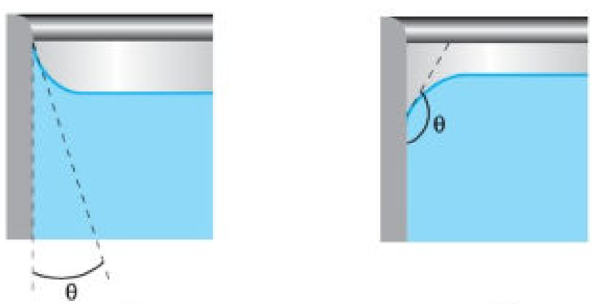
В случае смачивающей жидкости (рис. 250, *а*) силы притяжения $F_{ж-т}$ между молекулами жидкости и твёрдого тела (стенки капилляра) превосходят силы взаимодействия $F_ж$ между молекулами жидкости.

Жидкость втягивается внутрь капилляра. Подъём жидкости в капилляре происходит до тех пор, пока результирующая сила $F_в$, действующая на жидкость вверх, не уравновесится силой тяжести mg столба жидкости высотой h:

$$F_в = mg.$$

249

Угол смачивания:
а — смачивающая жидкость ($\theta < 90°$; *вода — стекло*);
б — несмачивающая жидкость ($\theta > 90°$; *ртуть — стекло*)



а) *б)*

Жидкость, не смачивающая стенки капилляра, опускается в нём на расстояние h (рис. 250, *б*).

По третьему закону Ньютона сила $\vec{F}_{\text{в}}$, действующая на жидкость, равна силе поверхностного натяжения $\vec{F}_{\text{пов}}$, действующей на стенку по линии соприкосновения её с жидкостью:

$$F_{\text{в}} = F_{\text{пов}}.$$

Таким образом, при равновесии жидкости в капилляре сила поверхностного натяжения $F_{\text{пов}}$ равна силе тяжести mg столба жидкости высотой h (рис. 251)

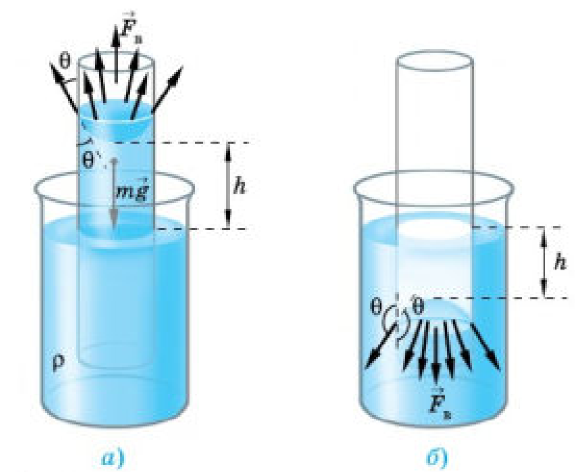
$$F_{\text{пов}} = mg.$$

При хорошем смачивании жидкостью стенок капилляра можно считать, что мениск имеет форму полусферы, радиус которой r равен радиусу капилляра. При этом длина контура, ограничивающего поверхность жидкости, равна длине окружности радиусом r ($l = 2pr$). Тогда сила поверхностного натяжения

$$F_{\text{пов}} = \sigma \cdot 2\pi r.$$

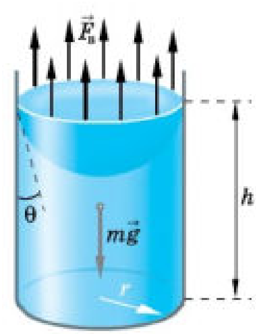
Найдём массу столба жидкости объёмом $V = \pi r2h$:

$$m = \rho V = \rho \pi r^2 h.$$



▲ 250

Капиллярность: а — смачивающая жидкость поднимается в капилляре; б — несмачивающая жидкость опускается в капилляре



▲ 251

Равновесие жидкости в капилляре

Подставляя выражения для силы поверхностного натяжения и массы в условие равновесия жидкости в капилляре, получаем

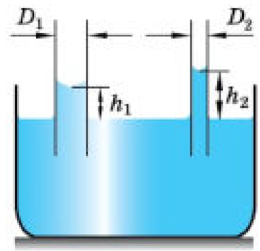
$$\sigma \cdot 2\pi r = \rho \cdot \pi r^2 hg,$$

откуда высота подъёма жидкости в капилляре

$$h = \frac{2\sigma}{\rho r g}.$$

Следовательно, высота подъёма жидкости в капилляре зависит от свойств жидкости (её коэффициента поверхностного натяжения σ и плотности ρ).

Чем меньше радиус капилляра, тем больше высота подъёма жидкости в капилляре (рис. 252).



252
Поднятие жидкости в капиллярах разного диаметра ($D_1 > D_2$, $h_1 < h_2$)

Например, лежащий на мокрой губке сухой кусок мела быстро намокает, в то время как сухая губка, лежащая на мокром куске мела, остаётся сухой. Этот эффект объясняется тем, что капилляры у мела тоньше, чем у губки.

Многочисленные капилляры, пронизывающие растительные и животные ткани, почву, играют важную роль в водоснабжении и обмене веществ растений и животных.

ВОПРОСЫ

1. Охарактеризуйте явление смачивания. При каких условиях жидкость смачивает (не смачивает) поверхность твёрдого тела?
2. Опишите явление капиллярности. Почему смачивающая жидкость образует в капиллярах вогнутый мениск, а несмачивающая — выпуклый?
3. Как высота подъёма жидкости в капилляре зависит от его диаметра?
4. Какую функцию несёт тонкий жировой слой на перьях водоплавающих птиц?
5. Каким образом вспахивание и боронование земли способствует сохранению влаги в почве?

ЗАДАЧИ

1. В стебле пшеницы вода по капиллярам поднимается на высоту 1 м. Определите средний диаметр капилляров.
2. Чему равна разность уровней ртути в двух сообщающихся капиллярах с диаметром каналов d_1 = 0,5 мм и d_2 = 1 мм? Плотность ртути ρ = 13,6 · 10^3 кг/м^3.
3. Открытая с обоих концов капиллярная трубка диаметром D = 0,2 мм опущена вертикально в воду на глубину h = 10 см. На какую высоту над уровнем жидкости в сосуде поднимется вода в капилляре? Чему равна масса воды в капилляре?
4. Какое давление необходимо, чтобы выдуть пузырёк воздуха из капиллярной трубки, использованной в условии задачи 3?

5. Какую работу совершают силы поверхностного натяжения воды при поднятии воды по опущенному в неё капилляру? Докажите, что эта работа не зависит от диаметра капилляра.

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Сделайте фотоальбом «Испарение и конденсация».
2. В чём общность и различие механизма испарения у человека и млекопитающих? Ответ представьте в виде таблицы.
3. Какой смысл содержит понятие «критическая температура» при исследовании фазового перехода пар — жидкость и жизнедеятельности человека?
4. Какова удельная теплота парообразования человека?
5. Как влажность воздуха влияет на жизнедеятельность человека? Рассмотрите южные и северные регионы России. Подготовьте памятку о том, как вести себя человеку в условиях критических значений влажности.
6. Подготовьте доклад «Мицеллы — новый объект системы "поверхностно-активные вещества — растворитель"».
7. Сколько капилляров у человека? Ответ аргументируйте.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **Фазовый переход** из газообразного состояния в жидкое возможен, если средняя энергия связи молекул превышает их среднюю кинетическую энергию. Для этого температура газообразного состояния (пара) должна быть ниже некоторой критической температуры.
- **Критическая температура** — максимальная температура, при которой пар превращается в жидкость.
- **Конденсация** — переход пара из газообразного состояния в жидкое.
- **Испарение** — парообразование со свободной поверхности жидкости.

  При испарении жидкость охлаждается, поэтому для поддержания постоянной температуры к ней нужно подводить количество теплоты, пропорциональное массе испаряющихся молекул:

  $$Q_п = rm,$$

  где r — удельная теплота парообразования.

  Единица количества теплоты — *джоуль* (Дж).
- Количество теплоты, получаемое жидкостью при конденсации, равно количеству теплоты, теряемому ею при испарении.

  В равновесии число молекул пара, конденсирующихся за определённый промежуток времени, равно числу молекул жидкости, испаряющихся с её поверхности за это же время.
- **Насыщенный пар** — пар, находящийся в термодинамическом равновесии со своей жидкостью.
- **Давление насыщенного пара** при данной температуре — мак-

симальное давление, которое может иметь пар над жидкостью при этой температуре.

Давление насыщенного пара возрастает при увеличении температуры жидкости.

- **Относительная влажность воздуха** — процентное отношение концентрации водяного пара в воздухе к концентрации насыщенного пара при той же температуре.
- **Кипение** — парообразование, происходящее во всём объёме жидкости при определённой температуре.
- **Температура кипения** — температура, при которой давление насыщенного пара жидкости (внутри пузырьков) начинает превосходить внешнее давление на жидкость.

  Температура кипения жидкости зависит от внешнего давления и остаётся постоянной в процессе кипения.
- **Поверхностное натяжение** — явление молекулярного давления на жидкость, вызванное притяжением молекул поверхностного слоя к молекулам внутри жидкости.
- **Сила поверхностного натяжения** — сила, направленная по касательной к поверхности жидкости, перпендикулярно участку контура, ограничивающего поверхность, в сторону её сокращения:

$$F_{пов} = \sigma l,$$

  где l — длина границы поверхностного слоя, σ — коэффициент поверхностного натяжения.

  Единица коэффициента поверхностного натяжения — *ньютон на метр* (Н/м).
- **Смачивание** — искривление поверхности жидкости у поверхности твёрдого тела в результате взаимодействия молекул жидкости с молекулами твёрдого тела.

  Жидкость смачивает поверхность, если силы притяжения между молекулами жидкости меньше сил притяжения между молекулами жидкости и твёрдого тела.

  Жидкость не смачивает поверхность, если силы притяжения между молекулами жидкости больше сил притяжения между молекулами жидкости и твёрдого тела.
- **Мениск** — форма поверхности жидкости вблизи стенки сосуда.
- **Угол смачивания** — угол между плоскостью, касательной к поверхности жидкости, и стенкой.
- **Капиллярность** — явление подъёма или опускания жидкости в узких сосудах (капиллярах).

  Высота подъёма жидкости в капилляре обратно пропорциональна его радиусу r:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho r g},$$

  где σ — коэффициент поверхностного натяжения, ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения.

12 Твёрдое тело

§ 67. Кристаллизация и плавление твёрдых тел

Процесс кристаллизации. При охлаждении и сжатии пар переходит из газообразного состояния в жидкое. Охлаждение уменьшает кинетическую энергию молекул, а сжатие пара уменьшает на порядок расстояние между молекулами, резко увеличивая силы их взаимного притяжения.

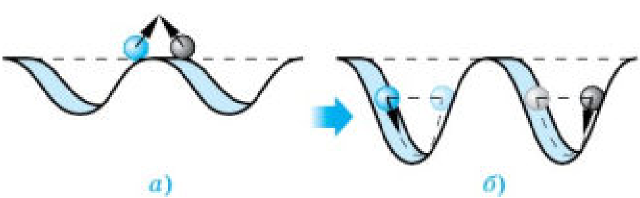
Сближение молекул приводит к значительному увеличению плотности жидкости по сравнению с плотностью пара.

Рассмотрим фазовый переход жидкость — твёрдое тело. Плотно упакованные молекулы жидкости в основном колеблются относительно положений равновесия. Однако некоторые (наиболее быстрые) молекулы обладают достаточной кинетической энергией для перескока в соседнее положение равновесия (см. рис. 188). Поэтому относительное положение молекул в жидкости оказывается упорядоченным лишь в пределах двух-трёх слоёв (ближний порядок).

Молекулы жидкости, движущиеся хаотически и имеющие значительную кинетическую энергию, могут проходить соседние положения равновесия, не задерживаясь в них. Движение таких молекул подобно шарику, с большой скоростью проскакивающему углубления (рис. 253, *а*).

При охлаждении жидкости из-за уменьшения кинетической энергии молекулы начинают задерживаться около положения устойчивого равновесия. Так же колеблется шарик в достаточно глубокой яме и не может из неё выбраться (рис. 253, *б*).

Именно так происходит *кристаллизация жидкости*: при определённой температуре все молекулы оказываются в положении устойчивого равновесия, их относительное расположение становится упорядоченным.



253
Изменение теплового движения молекул при кристаллизации

Кристаллизация (отвердевание) — фазовый переход вещества из жидкого состояния в кристаллическое (твёрдое).

Кристаллизация возникает при охлаждении жидкости. Сжатия жидкости при кристаллизации не происходит, так как её молекулы упакованы так же плотно, как и в твёрдом теле.

При кристаллизации жидкости происходит резкий, скачкообразный переход от неупорядоченного расположения частиц к упорядоченному.

Процесс плавления. Подобно шарику, колеблющемуся в яме, молекулы твёрдого тела колеблются около положений равновесия, взаимодействуя с ближайшими соседями (см. рис. 188). *Плавление твёрдого тела — процесс, обратный кристаллизации.*

Плавление — фазовый переход вещества из кристаллического (твёрдого) состояния в жидкое.

При повышении температуры твёрдого тела возрастает кинетическая энергия колеблющихся молекул и соответственно амплитуда их колебаний (см. формулу (120)). При определённой температуре, называемой *температурой плавления* (табл. 19), кинетическая энергия частиц становится достаточной для их перехода в соседнее положение.

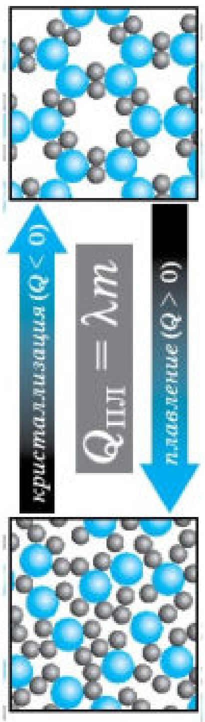
При плавлении кристаллическая решётка разрушается. Из-за упорядоченного взаимного расположения молекулы в твёрдом теле связаны между собой примерно одинаковыми силами, поэтому разрушение связей происходит практически одновременно.

Таблица 19

Температура плавления для некоторых веществ

Вещество	$t_{пл}$, °C	Вещество	$t_{пл}$, °C
He	–269,6	S	119
H_2	–259,3	Pb	327,3
O_2	–218,8	Ag	960,8
N_2	–209,9	Au	1063
Hg	–38,9	Cu	1083
H_2O	0		

твёрдое тело
(*лёд*)



жидкость
(*вода*)

Металл Ga *плавится при температуре* 29,8 °C

▲ 254
Плавление — кристаллизация

Плавление твёрдого тела происходит при той же температуре, при которой это же вещество отвердевает.

Подводимое извне количество теплоты идёт на разрушение кристаллической решётки, т. е. на увеличение потенциальной энергии молекул. Средняя кинетическая энергия молекул при плавлении не изменяется. Строгое постоянство температуры плавления льда позволило выбрать её в качестве нуля температурной шкалы Цельсия.

Чем больше масса тела, тем большее количество теплоты $Q_{пл}$ требуется, чтобы его расплавить.

Количество теплоты, необходимое для плавления тела массой m,

$$Q_{пл} = \lambda m,$$

где λ — удельная теплота плавления.

Удельная теплота плавления — количество теплоты, необходимое для плавления 1 кг вещества при температуре плавления.

Единица удельной теплоты плавления — *джоуль на килограмм* (Дж/кг).

При кристаллизации жидкости массой m такое же количество теплоты выделяется, т. е. отводится ($Q_{кр} < 0$) (рис. 254):

$$Q_{кр} = -\lambda m.$$

Поэтому λ называют также *удельной теплотой кристаллизации*.

Для воды $\lambda = 3{,}37 \cdot 10^5$ Дж/кг, для свинца $\lambda = 2{,}29 \cdot 10^4$ Дж/кг.

ВОПРОСЫ

1. При каком условии начинается кристаллизация жидкости?
2. Почему при кристаллизации жидкости происходит резкий переход от неупорядоченного расположения частиц к упорядоченному?
3. Почему кристаллизация и плавление происходят при определённой температуре?
4. Почему при отвердевании жидкого парафина его объём уменьшается?
5. Почему вода замерзает на поверхности водоёмов? (Благодаря этому не замерзают живые существа в водоёмах.)

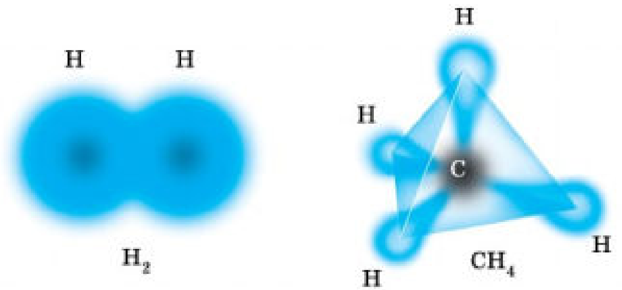
ЗАДАЧИ

1. Медная гиря массой 1 кг (c = 390 Дж/(кг · К)), температура которой 500 °С, помещается на льдину, имеющую температуру 0 °С. Какую массу льда расплавит гиря?
2. Через какой промежуток времени под лучами весеннего солнца расплавится кусок льда площадью 2 м^2 и толщиной 1 см, имеющий температуру 0 °С? Энергия солнечного излучения, падающего на единицу площади за единицу времени, равна 350 Вт/м^2.
3. Какое количество теплоты требуется для превращения 1 кг льда, находящегося при температуре t_1 = –10 °С и при нормальном атмосферном давлении, в пар при температуре t_2 = 110 °С?
4. Две одинаковые льдинки летят навстречу друг другу с равной скоростью и при абсолютно неупругом ударе превращаются в пар при температуре 100 °С. Температура льдинок до удара –10 °С. Определите скорость льдинок до удара. Удельная теплоёмкость льда 2,1 · 10^3 Дж/(кг · К).
5. Закрытый сосуд наполовину наполнен водой при температуре 0 °С. Какая часть воды замёрзнет, если откачивать воздух из сосуда? Удельная теплота парообразования воды 2,26 МДж/кг, удельная теплота плавления льда 0,34 МДж/кг.

§ 68. Структура твёрдых тел

Кристаллические тела. Большинство веществ в умеренном климате Земли находится в твёрдом состоянии. В отличие от жидкостей твёрдые тела сохраняют не только объём, но и форму, так как положение в пространстве частиц, составляющих тело, стабильно. Из-за значительных сил межмолекулярного взаимодействия частицы не могут удалиться друг от друга на значительное расстояние.

По характеру относительного расположения частиц твёрдые тела делят на три вида: *кристаллические*, *аморфные* и *композиты*. Принадлежность твёрдых тел к одному из трёх видов определяется их химическим составом. Разная пространственная конфигурация отдельных моле-



255

Пространственная структура молекул

кул предопределяет различие пространственной структуры, возникающей при их объединении в твёрдое тело (рис. 255).

При наличии периодичности в расположении атомов (дальнего порядка) твёрдое тело является *кристаллическим*.

Кристаллическая решётка — пространственная структура с регулярным, периодически повторяющимся расположением частиц.

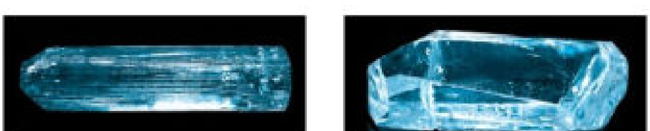
Положения равновесия, относительно которых происходят тепловые колебания частиц, являются *узлами кристаллической решётки*.

Кристаллические тела могут быть *монокристаллическими* и *поликристаллическими*.

Монокристалл — твёрдое тело, частицы которого образуют единую кристаллическую решётку.

Определённый порядок в расположении частиц распространяется на весь объём монокристалла. Упорядоченное внутреннее расположение частиц в монокристалле приводит к тому, что и его внешняя форма является правильной. Углы между внешними гранями монокристалла оказываются постоянными (рис. 256).

К монокристаллам относятся природные кристаллы (кварц, алмаз, турмалин), крупинки соли, сахара, соды.



256

Правильная внешняя форма кристаллов — следствие их упорядоченного внутреннего строения

Поликристалл — твёрдое тело, состоящее из беспорядочно ориентированных монокристаллов.

Примерами поликристаллов являются сахар-рафинад, а также такие металлические изделия, как вилки, ложки, колпаки автомобильных колёс.

Аморфные тела. При отсутствии периодичности в расположении атомов твёрдое тело является *аморфным*.

Аморфные тела — твёрдые тела, для которых характерно неупорядоченное расположение частиц в пространстве.

В отличие от жидкостей подвижность частиц в аморфных телах мала. Перескоки атомов из одного положения равновесия в другое происходят редко. С ростом температуры перескоки атомов между положениями равновесия учащаются. *В отличие от кристаллических у аморфных тел нет определённой температуры плавления.*

К аморфным телам при определённых условиях относятся стекло, резина (включая жевательную резинку), каучук, смолы, плексиглас, пластмассы. Молекулярная структура аморфных тел напоминает хаотическое расположение сваренных макарон.

Композиты. Третьим видом твёрдого вещества являются *композиты*. Атомы в композитах располагаются трёхмерно упорядоченно в определённой области пространства, но этот порядок не повторяется с регулярной периодичностью. Композиты, такие как дерево, бетон, фиберглас, кость, кровеносные сосуды и др., состоят из различных, связанных друг с другом материалов.

ВОПРОСЫ

1. На какие три вида по характеру относительного расположения частиц делят твёрдые тела? Чем определяется принадлежность твёрдых тел к одному из этих видов?
2. Чем характеризуется пространственное расположение частиц в кристаллической решётке? Что называют узлами кристаллической решётки?
3. В чём отличие моно- и поликристаллов?
4. Какие твёрдые тела относят к аморфным?
5. Охарактеризуйте структуру композитов.

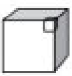
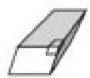
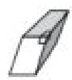
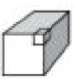
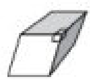
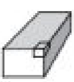
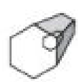
§ 69. Кристаллическая решётка

В кристаллическом твёрдом теле в отличие от жидкости и газа частицы располагаются упорядоченно, колеблясь вблизи узлов кристаллической решётки, в которых потенциальная энергия частицы минимальна. Принцип построения кристаллической решётки можно представить следующим образом. Отдельные атомы группируются в идентичные элементарные блоки по принципу плотной упаковки, или минимума энергии (см. § 48). Получившиеся блоки объединяются, образуя общую геометрическую конструкцию — *кристаллическую решётку*.

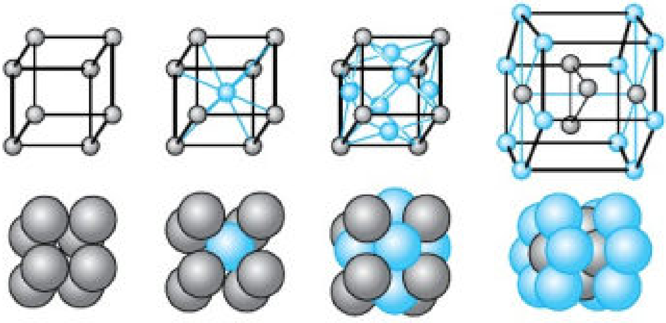
Существует всего семь основных блоков, которыми можно заполнить трёхмерное пространство (без пропусков) и из которых могут быть сконструированы все кристаллы (табл. 20).

Таблица 20

Основные элементы (ячейки) кристаллических решёток

Кристаллическая решётка	Геометрия элемента	Кристаллическая решётка	Геометрия элемента
Кубическая 	Куб	Моноклинная 	Восемь углов не прямые, рёбра разной длины
		Триклинная 	Нет прямых углов, рёбра разной длины
Тетрагональная 	Прямоугольный параллелепипед с квадратом в основании	Тригональная 	Нет прямых углов, рёбра одинаковой длины
Орторомбическая 	Прямоугольный параллелепипед	Гексагональная 	Призма с правильным шестиугольником в основании

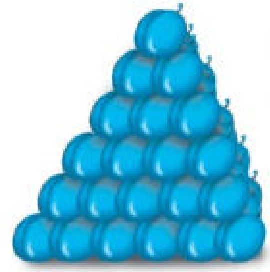
Типы кристаллических решёток. Простейший строительный блок (куб) допускает три способа размещения атомов: по углам (*простая кубическая решётка*), в центре куба (*кубическая центрированная решётка*) и в центре граней (*гранецентрированная решётка*). Простая кубическая решётка характерна для соли NaCl (рис. 257, *а*), элемента Po. Электронные оболочки атомов, образующих такую решётку, касаются друг друга, заполняя лишь 52% пространства. Кубическая центрированная решётка, характерная для Fe и Na, заполняет 68% пространства (рис. 257, *б*).



а) б) в) г)

▲ 257

Типы кристаллических решёток:
а — кубическая;
б — кубическая центрированная;
в — гранецентрированная;
г — гексагональная



▲ 258

Гексагональная упаковка: каждая слива окружена шестью ближайшими соседями

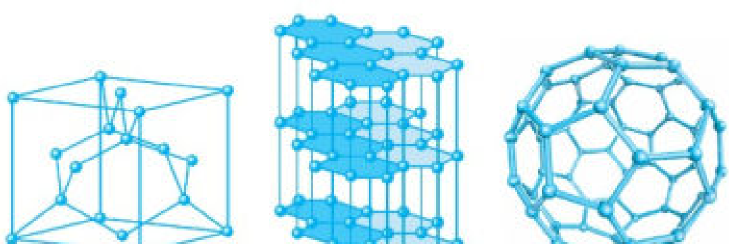
Наиболее плотная упаковка (74% пространства) достигается при гранецентрированной решётке, которая характерна для Ag, Au, Ni, Cu, Al, Sn (рис. 257, *в*). Такое же наиболее плотное заполнение пространства возможно при гексагональной решётке, характерной для Zn и инертных газов (рис. 257, *г*). Именно так укладывают сливы (рис. 258), апельсины и пушечные ядра. Некоторые вещества, имеющие одинаковый химический состав, отличаются по физическим свойствам из-за различия структуры их кристаллических решёток.

Полиморфизм — существование различных кристаллических структур у одного и того же вещества.

Алмаз, графит и фуллерен — три разновидности углерода, имеющие разную кристаллическую структуру (рис. 259).

◀ 259

Различные кристаллические состояния углерода:
а — алмаз;
б — графит;
в — фуллерен



а) б) в)

В результате нагревания в вакууме при температуре около 150 °С алмаз превращается в графит.

Плотность расположения частиц в кристаллической решётке не одинакова по различным направлениям. Это приводит к зависимости свойств монокристаллов от направления — *анизотропии*.

Анизотропия — зависимость физических свойств вещества от направления.

Физические свойства поликристаллов не зависят от направления; поликристаллы *изотропны*.

Изотропия — независимость физических свойств вещества от направления.

ВОПРОСЫ

1. Перечислите основные типы кристаллических решёток.
2. Какой процент заполнения пространства характерен для кубической, кубической центрированной, гранецентрированной и гексагональной кристаллических решёток?
3. Приведите пример полиморфизма.
4. Сформулируйте определения анизотропии и изотропии.
5. Какие кристаллы анизотропны, а какие — изотропны?

§ 70. Механические свойства твёрдых тел

Виды деформации тел. Механические свойства твёрдых тел обусловлены их молекулярной структурой. Внешнее механическое воздействие на тело может приводить к изменению его формы и объёма, т. е. к *деформации*.

Деформация — изменение формы и размера твёрдого тела под действием внешних сил.

Различают два вида деформаций — *упругую* и *пластическую*.

Упругая деформация — деформация, исчезающая после прекращения действия внешней силы.

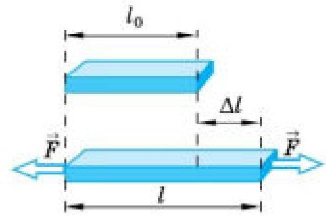
Упруго деформируются резина, сталь, тело человека, кости и сухожилия (рис. 260).

260
Биологическая ткань допускает восьмикратную упругую деформацию

Пластическая деформация — деформация, сохраняющаяся после прекращения действия внешней силы.

Пластичны свинец, алюминий, воск, пластилин, замазка, жевательная резинка.

Упругая деформация. Модуль Юнга. Рассмотрим упругую деформацию (растяжение) стержня, длина которого l_0, а площадь поперечного сечения S, под действием внешней силы F (рис. 261).



261
Упругая деформация стержня

Деформация стержня прекращается тогда, когда сила упругости становится равной внешней силе. Согласно закону Гука

$$F_{\text{упр}} = k\Delta l,$$

где Δl — абсолютное удлинение стержня.

Чтобы добиться аналогичного абсолютного удлинения Δl стержня двойного сечения, требуется вдвое большая сила, поэтому для характеристики упругих свойств тела вводится *механическое напряжение*.

Механическое напряжение — физическая величина, равная отношению силы упругости к площади поперечного сечения тела:

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр}}}{S}. \qquad (198)$$

Механическое напряжение измеряется в *паскалях* (Па).

Более удобной величиной, чем абсолютное удлинение, является *относительное удлинение*.

Относительное удлинение равно отношению абсолютного удлинения тела к его первоначальной длине:

$$\varepsilon = \frac{|\Delta l|}{l_0}. \qquad (199)$$

Относительное удлинение показывает, какую часть первоначальной длины l_0 тела составляет его абсолютное удлинение.

Выражая $F_{упр}$ и Δl из равенств (198) и (199) и подставляя их в закон Гука, получаем

$$\sigma = \left(k\frac{l_0}{S}\right)\varepsilon.$$

Коэффициент пропорциональности k между механическим напряжением σ и относительным удлинением ε называют *модулем упругости* (или *модулем Юнга*):

$$E = k\frac{l_0}{S}.$$

Модуль Юнга измеряется в *паскалях* (Па).

В отличие от жёсткости k, характеризующей только данный стержень, модуль упругости E характеризует вещество, из которого он сделан (табл. 21).

Таблица 21

Модуль Юнга для некоторых металлов

Вещество	E, Па	Вещество	E, Па
Pb	$0{,}16 \cdot 10^{11}$	Fe	$1{,}9 \cdot 10^{11}$
Al	$0{,}7 \cdot 10^{11}$	Ni	$2{,}1 \cdot 10^{11}$
Cu	$1{,}1 \cdot 10^{11}$	W	$3{,}6 \cdot 10^{11}$

При растяжении твёрдого тела сила упругости сжимает образец. Она возникает потому, что при увеличении межатомного расстояния по сравнению с равновесным атомы притягиваются друг к другу. Результирующая сила притяжения атомов после прекращения действия внешней силы сжимает образец до первоначальной длины.

Закон Гука справедлив лишь при малой деформации, т. е. при малом относительном удлинении ε.

Закон Гука

При упругой деформации тела механическое напряжение прямо пропорционально относительному удлинению тела:

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (200)$$

Пластическая деформация. Предел прочности. Начиная с некоторого значения ε_{max} деформация перестаёт быть упругой, становясь пластической.

Предел упругости — максимальное механическое напряжение в материале, при котором деформация ещё является упругой.

Пластичные материалы — материалы, которые не разрушаются при напряжении, значительно превышающем предел упругости.

Благодаря пластичности алюминий, медь, сталь можно подвергать различной механической обработке: штамповке, ковке, изгибу, растяжению. При дальнейшем увеличении деформации материал разрушается.

Предел прочности — максимальное механическое напряжение, возникающее в теле до его разрушения.

При сжатии стержня межатомные расстояния уменьшаются. Результирующая сила отталкивания атомов препятствует сжатию. Более резкое возрастание сил отталкивания атомов (при сжатии образца) по сравнению с силами притяжения (при его расширении) объясняет различие пределов прочности при растяжении и сжатии, приведённых для ряда материалов в таблице 22.

Таблица 22

Предел прочности при растяжении и сжатии

Материал	Растяжение, МПа	Сжатие, МПа	Материал	Растяжение, МПа	Сжатие, МПа
Бетон	4	30—40	Гранит	20	240
Кирпич	5,5	10—21	Железо	170	650
Мрамор	10	110	Кость	110	150

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение деформации твёрдого тела.
2. В чём отличие деформаций упругих от пластических? Приведите примеры.
3. Сформулируйте закон Гука и определение механического напряжения. В каких единицах измеряется механическое напряжение?
4. Какое механическое напряжение в материале называют пределом упругости?
5. Почему предел упругости при сжатии больше предела упругости при растяжении?

ЗАДАЧИ

1. Определите максимальную высоту здания, которое можно построить из кирпича, если плотность кирпича $\rho = 1{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, а предел прочности кирпича на сжатие с учётом шестикратного запаса прочности составляет $\sigma = 3 \cdot 10^6$ Па.
2. Какой минимальный диаметр должен иметь стальной трос подъёмного крана, если максимальная масса поднимаемого груза 5 т? Предел прочности стальной проволоки с учётом пятикратного запаса прочности равен $1{,}1 \cdot 10^8$ Па.
3. Чему равно абсолютное удлинение Δl стального троса длиной 10 м и диаметром 2 см при подвешивании к нему груза массой 2 т? Модуль Юнга для стали $2 \cdot 10^{11}$ Па.
4. Сечение бедренной кости человека (в средней её части) напоминает пустотелый цилиндр с внешним радиусом 11 мм и внутренним 5 мм. Предел прочности костной ткани на сжатие 160 МПа. Груз какой минимальной массы под действием силы тяжести, направленной вдоль кости, может её сломать?
5. Определите модуль упругости хрящевой ткани, поперечное сечение которой 1 см^2, если растяжение ткани силой 100 Н вызывает её относительное удлинение 4,2%.

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Подготовьте презентацию «Твёрдые тела: виды, структура, области применения».
2. Подготовьте доклад «Композиты: происхождение слова, история создания, области применения: стоматология, строительство и др.».
3. Выделите области научного знания, в которых существует свойство полиморфизма. Ответ аргументируйте на конкретных примерах.
4. Какие виды деформаций испытывает человек?

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **Плавление** — фазовый переход вещества из кристаллического (твёрдого) состояния в жидкое.
  Плавление происходит при определённой температуре.
  Количество теплоты, необходимое для плавления тела массой m,
  $$Q = \lambda m,$$
  где λ — удельная теплота плавления.
  Единица удельной теплоты плавления — *джоуль на килограмм* (Дж/кг).
- **Кристаллизация** (отвердевание) — фазовый переход вещества из жидкого состояния в кристаллическое (твёрдое).
  Кристаллизация происходит в результате охлаждения жидкости при определённой температуре.
  При кристаллизации жидкости происходит резкий скачкообразный переход от неупорядоченного расположения частиц (в жидкости) к упорядоченному (в твёрдом теле).
  При кристаллизации жидкости массой m выделяется количество теплоты
  $$Q = -\lambda m.$$
- По структуре относительного расположения частиц твёрдые тела делят на три вида: кристаллические, аморфные и композиты.
  В кристаллическом состоянии существует периодичность в расположении атомов (дальний порядок).
- **Кристаллическая решётка** — пространственная структура с регулярным, периодически повторяющимся расположением частиц.
- **Узел кристаллической решётки** — положение равновесия, относительно которого происходят тепловые колебания частиц.
  Кристаллическое тело может быть монокристаллом или поликристаллом.
- **Монокристалл** — твёрдое тело, частицы которого образуют единую кристаллическую решётку.
- **Поликристалл** — твёрдое тело, состоящее из беспорядочно ориентированных монокристаллов.
- **Аморфные тела** — твёрдые тела, для которых характерно неупорядоченное расположение частиц в пространстве.
- **Композиты** — твёрдые тела, в которых атомы трёхмерно располагаются упорядоченно в определённой области пространства, но этот порядок не повторяется с регулярной периодичностью.
- **Полиморфизм** — существование различных кристаллических структур у одного и того же вещества.
- **Анизотропия** — зависимость физических свойств от направления.
  Монокристаллы — анизотропны.
- **Изотропия** — независимость физических свойств вещества от направления. Поликристаллы — изотропны.

- **Деформация** — изменение формы и размера твёрдого тела под действием внешних сил.
  Различают два вида деформаций — упругую и пластическую.
- **Упругая деформация** — деформация, исчезающая после прекращения действия внешней силы.
- **Пластическая деформация** — деформация, сохраняющаяся после прекращения действия внешней силы.
- **Механическое напряжение** — физическая величина, равная отношению силы упругости к площади поперечного сечения тела:

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр}}}{S}.$$

  Единица механического напряжения — *паскаль* (Па).
- **Закон Гука:** *при упругой деформации тела механическое напряжение прямо пропорционально относительному удлинению тела:*

$$\sigma = E\varepsilon,$$

  где $\varepsilon = \frac{|\Delta l|}{l_0}$ — относительное удлинение тела, E — модуль Юнга.
  Модуль Юнга измеряется в *паскалях* (Па).
- **Предел упругости** — максимальное напряжение в материале, при котором деформация ещё является упругой.
- **Предел прочности** — максимальное напряжение, возникающее в теле до его разрушения.

13 Механические волны. Акустика

§ 71. Распространение волн в упругой среде

Волновой процесс. Основной физической моделью вещества является совокупность движущихся и взаимодействующих между собой атомов и молекул. Использование этой модели позволяет объяснить в рамках молекулярно-кинетической теории не только свойства различных агрегатных состояний вещества, но и механизм переноса энергии и импульса в среде. При этом под средой следует понимать либо вещество, либо поле (например, электромагнитное). В данном разделе мы ограничимся изучением переноса энергии и импульса в материальной среде (твёрдом теле, жидкости, газе).

Существует *два фундаментальных способа передачи энергии и импульса между двумя точками пространства*:

- *непосредственное перемещение частиц от точки к точке*;
- *перенос энергии без переноса вещества в результате последовательной передачи энергии и импульса по цепочке между соседними взаимодействующими друг с другом частицами среды.*

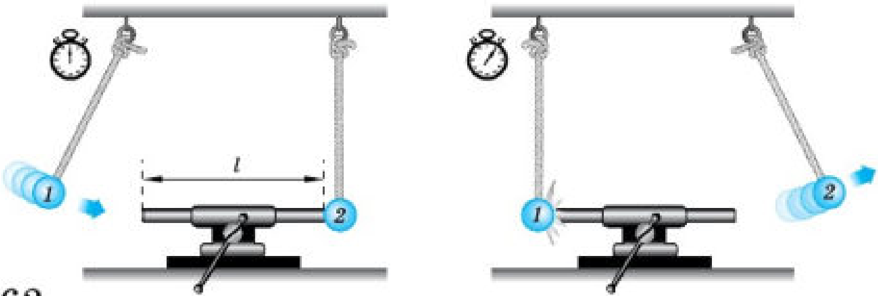
При этом перемещение отдельных частиц оказывается существенно меньшим, чем расстояние между точками пространства.

Рассмотрим подробнее второй способ, называемый *волновым процессом*.

Волновой процесс — процесс переноса энергии без переноса вещества.

В результате внешнего воздействия на среду в ней возникает *возмущение — отклонение частиц среды от положения равновесия.*

Механическая волна — возмущение, распространяющееся в упругой среде.



▲ 262

Волновой процесс передачи энергии в твёрдом теле

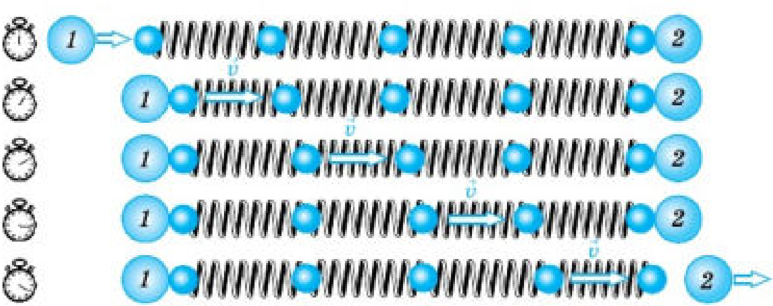
Наличие упругой среды — необходимое условие распространения механических волн.

Одни виды волн можно визуально наблюдать (морские волны, рябь на поверхности воды), другие виды волн (звуковые, электромагнитные, не относящиеся к диапазону видимого света) недоступны нашему зрению.

Продольные волны. Объясним с молекулярной точки зрения результат эксперимента, изображённого на рисунке 262.

Маятник *1*, отклонённый от положения равновесия на некоторый угол, начинает двигаться к положению равновесия. Маятник *2*, прислонённый к неподвижному, закреплённому стержню, отскакивает от него через некоторое время после удара о стержень маятника *1*.

Обратимся к одномерной механической модели кристалла в виде шариков, связанных между собой пружинами (рис. 263). Воздействие маятника на один из атомов (левый шарик) приводит к изменению его положения: пружина, соединяющая его с соседним шариком, сжимается. Изменение потенциальной энергии взаимодействия соседних атомов приводит к перемещению следующего атома (сжатию соседней пружины). Таким образом, внешнее воздействие в виде сжатия распространяется со скоростью v от атома к атому вдоль стержня.



◀ 263

Возникновение и распространение продольной волны в твёрдом теле (модель кристалла)

Скорость механической волны — скорость распространения возмущения в среде.

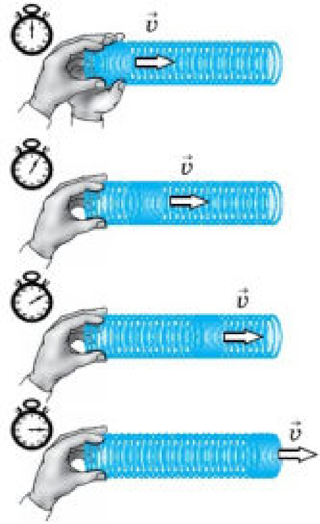
Энергия взаимодействия крайних атомов правого конца стержня длиной l (см. рис. 262) передаётся маятнику *2* через промежуток времени $t = l/v$ после удара маятника *1*.

В рассматриваемом случае движение частиц среды происходит в направлении распространения волны, т. е. возникает *продольная волна*.

Продольная механическая волна — волна, в которой движение частиц среды происходит вдоль направления распространения волны.

Продольные волны могут распространяться в любой среде.

Наглядным примером продольных механических волн в твёрдом теле является волна, возбуждённая в пружине (рис. 264).

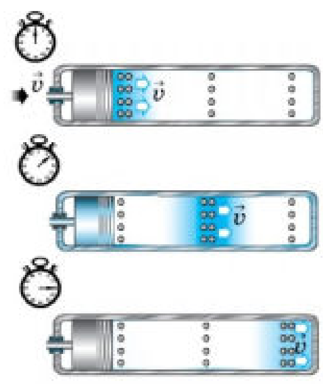


▲ 264

Продольная механическая волна в пружине

Возможно возникновение и распространение продольной механической волны в газе (рис. 265).

Сжатие газа поршнем изменяет компоненту скорости $\vec{v}$ молекул, направленную вдоль хода поршня. При последующих упругих столкновениях молекул одинаковой массы движущиеся молекулы останавливаются, а покоящиеся приобретают скорость $\vec{v}$ в направлении удара (подобно бильярдным шарам, см. рис. 120). Продольные волны могут возникать и в жидкости.

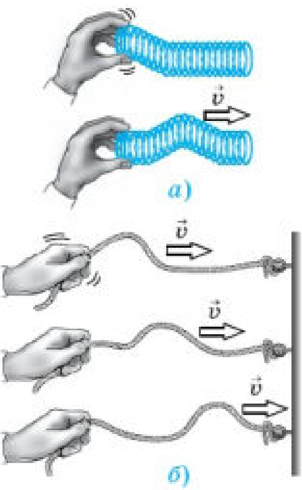


▲ 265

Возникновение и распространение продольной механической волны в газе

Поперечные волны. В твёрдом теле из-за сильной связи частиц между собой (большая потенциальная энергия их взаимодействия) могут возникать *поперечные волны*.

Поперечная механическая волна — волна, в которой частицы среды перемещаются перпендикулярно направлению распространения волны.



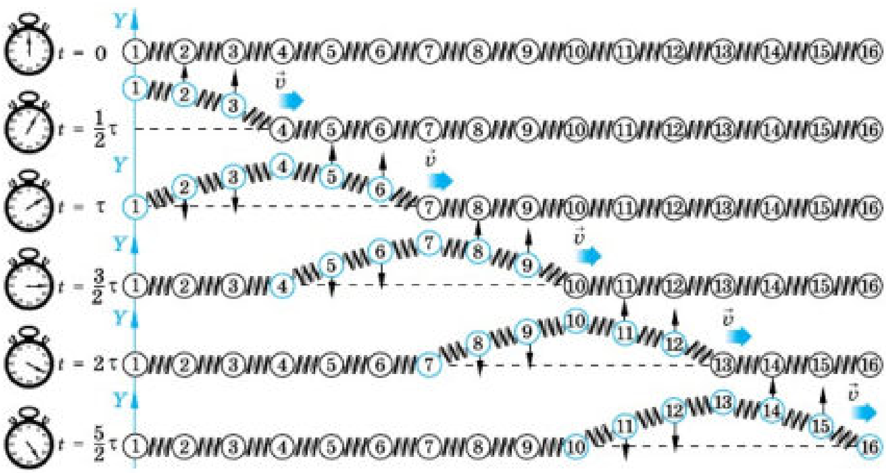
▲ **266**

Поперечные механические волны: а — в пружине; б — в шнуре

При вертикальном отклонении конца пружины (или шнура) и возвращении его в первоначальное горизонтальное положение (рис. 266) вдоль пружины (шнура) начинает распространяться поперечная волна.

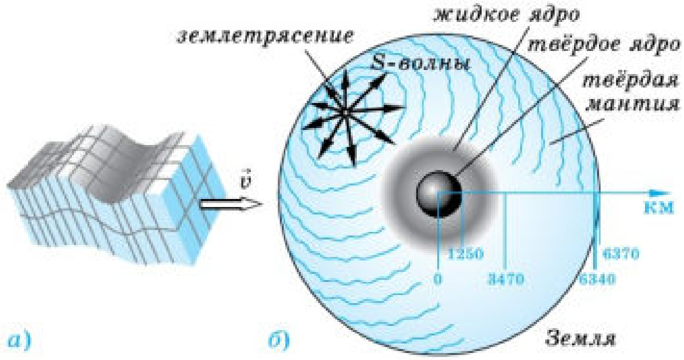
Одномерная модель кристалла позволяет наглядно объяснить процесс распространения поперечной волны (рис. 267). Предположим, что шарик *1* выводится из положения равновесия и возвращается обратно через время τ.

Если за время $\tau/2$ шарик *1* максимально отведён вверх, то силы упругости, связывающие соседние шарики *2* и *3*, вызовут их перемещение по вертикальной оси. Для перемещения остальных шариков возникающие силы упругости пружин оказываются недостаточными. Возвращение шарика *1* в первоначальное положение под действием внешней силы в момент времени τ приведёт в движение шарик *4* и связанные с ним шарики *5*, *6*. Шарик *4* двигается вверх, так как соседний с ним шарик *3* идёт вниз, а пружина между ними, сохраняя первоначальное положение, «подбрасывает» вверх шарик *4*.



▲ **267**

Возникновение и распространение поперечных волн в твёрдом теле



268 *Распространение поперечных сейсмических волн: а — поперечные волны в мантии; б — огибание поперечными волнами жидкого ядра Земли*

В момент времени $3\tau/2$ роль шарика *1* перейдёт к шарику *4*, а в движение придёт следующая тройка: *7, 8, 9*.

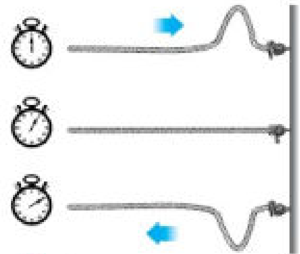
Таким образом, *первоначальное возмущение в направлении оси Y начинает распространяться в виде поперечной волны по оси X*.

Поперечные волны в газах и жидкостях не возникают, так как газы и жидкости не обладают упругостью формы.

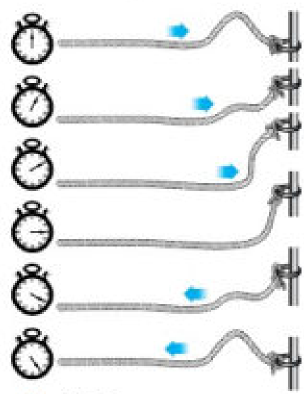
Так, из-за наличия у Земли жидкого ядра поперечные сейсмические S-волны, имеющие скорость около 8 км/с, не фиксируются на стороне Земли, диаметрально противоположной месту землетрясения (рис. 268). При землетрясениях возникают как поперечные, так и продольные волны, распространяющиеся с различной скоростью. По разности этих скоростей на сейсмических станциях определяют локализацию эпицентра землетрясения.

Отражение волн. Поперечная волна в шнуре, дошедшая до точки его закрепления, отражается. Форма отражённой волны зависит от того, как это закрепление осуществлено. В случае жёсткого крепления (рис. 269) на фиксирующее кольцо со стороны шнура действует сила, направленная вверх.

По третьему закону Ньютона на шнур будет действовать равная по модулю сила, направлен-



269 *Отражение поперечной волны от закреплённого конца шнура*



270 *Отражение поперечной волны от свободного конца шнура* ная вниз. После выравнивания шнура действие этой силы создаёт волну, зеркально отражённую относительно горизонтали и распространяющуюся в обратном направлении (влево). Говорят, что отражённая волна находится в противофазе с падающей.

Если правый конец шнура подвижен (рис. 270), то он продолжает подниматься по инерции вверх (подобно океанской волне, накатывающейся на вертикальную стенку пирса). Опускаясь вниз, правый конец шнура изменяет его форму, создавая отражённую волну, совпадающую по форме с падающей. Говорят, что отражённая волна находится в фазе с падающей.

ВОПРОСЫ

1. Назовите два фундаментальных способа передачи энергии и импульса в пространстве.
2. Какова главная особенность волнового процесса? В чём заключается необходимое условие распространения механических волн?
3. Какую волну называют продольной? Объясните процесс возникновения и распространения продольной волны в твёрдом теле и газе.
4. Какую волну называют поперечной? Объясните процесс возникновения и распространения поперечной волны в твёрдом теле.
5. В чём отличие отражения поперечной волны в шнуре с закреплённым и незакреплённым концом?

§ 72. Периодические волны

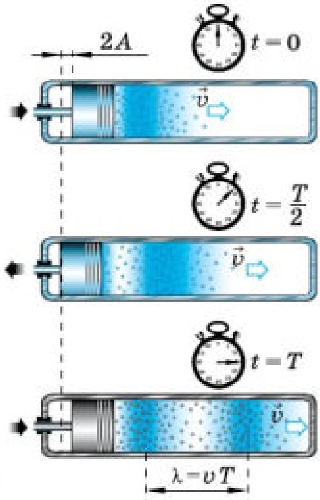
Длина волны. До сих пор мы рассматривали механические волны, возникающие и распространяющиеся в веществе при однократном внешнем воздействии. *Периодическое внешнее воздействие вызывает гармонические волны, если оно изменяется по закону синуса или косинуса.*

Гармоническая волна — волна, порождаемая гармоническими колебаниями частиц среды.

При гармонических колебаниях физическая величина изменяется со временем синусоидально (или косинусоидально) с определённым периодом T (или частотой ν).

Рассмотрим в цилиндре, наполненном газом, возникновение периодических продольных волн, создаваемых в результате гармонического движения поршня с амплитудой A и периодом T (рис. 271).

При сжатии газа ($t = 0$) его давление вблизи поршня (и соответственно концентрация молекул) возрастает. Когда поршень смещается в крайнее левое положение ($t = T/2$), пройдя расстояние $2A$, газ расширяется, а его давление вблизи поршня уменьшается. Возникает волна разрежения. Возвращение поршня в крайнее правое положение вновь создаёт волну сжатия. *Расстояние между областями наибольшего сжатия определяет длину волны*. Вообще говоря, наибольшее сжатие в данном примере характеризует лишь определённую фазу колебания: максимальное отклонение поршня от среднего положения.



▲ 271
Продольные гармонические волны в газе

Длина волны — расстояние, на которое распространяется волна за период колебаний её источника:

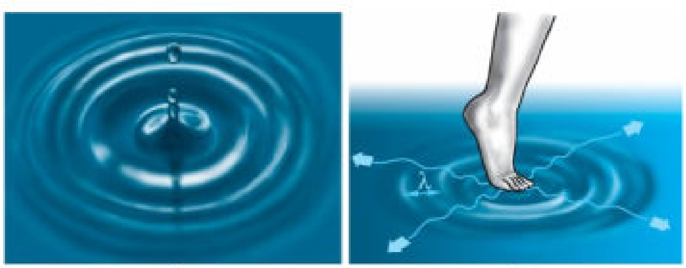
$$\lambda = \upsilon T. \qquad (201)$$

Гармонические волны на поверхности жидкости могут возникать, например, при падении в жидкость капель через равные интервалы времени (рис. 272, *а*) или при периодических колебаниях какого-либо участка её поверхности (рис. 272, *б*).

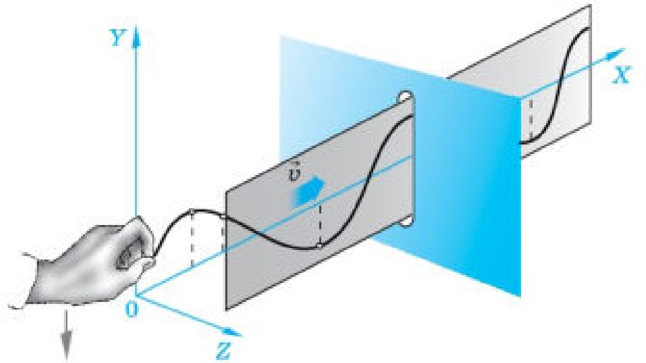
Области сжатия соответствуют *гребням волны*, области разрежения — *впадинам*.

Это объясняется тем, что при сжатии жидкости (например, при сближении боковых стенок сосуда) её уровень повышается, так как жидкость практически несжимаема. Наоборот, при удалении друг от друга боковых стенок сосуда уровень жидкости уменьшается.

272 ▶
Гармонические волны на поверхности жидкости:
а — при падении капель через равные промежутки времени;
б — при периодических колебаниях участка



а) *б)*



273

Прохождение через поляризатор (щель) гармонической поперечной механической волны, линейно-поляризованной в плоскости XY

Поляризация. Колебания частиц среды могут происходить либо в произвольных направлениях, либо во вполне определённых. Соответственно волны, возникающие в результате этих колебаний, распространяются в соответствующих направлениях. В случае упорядоченных колебаний частиц возникает явление *поляризации*.

Поляризация — пространственная упорядоченность направления колебаний частиц среды в поперечной волне.

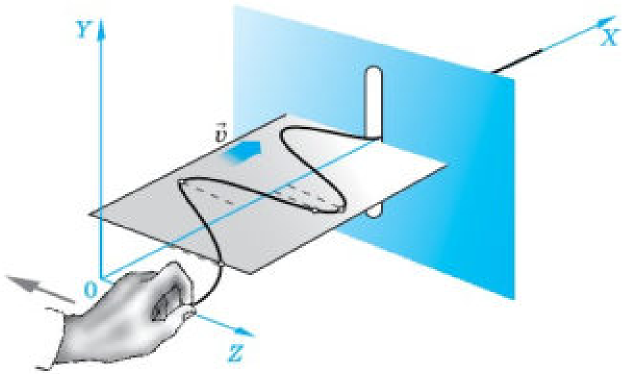
Для создания гармонических поперечных волн в горизонтальном шнуре достаточно периодически перемещать его конец, например, вверх и вниз. В этом случае колебания частиц шнура распространяются вдоль оси X в плоскости XY (рис. 273), которую называют *плоскостью поляризации*.

Плоскость поляризации — плоскость, в которой колеблются частицы среды в волне.

Рассмотренная волна является *линейно-поляризованной*.

Линейно-поляризованная механическая волна — поперечная волна, вызывающая колебания частиц среды вдоль определённого направления (линии).

Для выделения волны определённой поляризации используют специальное устройство — *поляризатор*. Простейшим поляризатором являет-



274 ▶

Поляризатор (щель) — непреодолимое препятствие для проникновения гармонической поперечной механической волны, линейно-поляризованной в плоскости XZ

ся щель. Такой поляризатор не пропускает волну, поляризованную в перпендикулярной щели плоскости XZ (рис. 274).

Явление поляризации присуще и световым волнам. Световые волны поперечны. Это значит, что электромагнитные колебания происходят в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света. Солнечные очки из поляризованного стекла пропускают, например, лишь вертикальные колебания. Поэтому яркость света, попадающего в глаз, уменьшается.

ВОПРОСЫ

1. Какую волну называют гармонической?
2. Объясните возникновение сжатия и разрежения в продольных гармонических волнах.
3. Что такое длина волны? По какой формуле она вычисляется?
4. В чём суть явления поляризации? Как определяется плоскость поляризации?
5. Какое устройство называют поляризатором? Приведите пример поляризатора.

ЗАДАЧИ

1. Длина продольной волны, распространяющейся в воде со скоростью 1498 м/с, равна 3,4 м. Определите частоту источника, вызывающего эту волну.
2. Чему равна скорость звука в граните, если колебания с периодом 0,5 мс вызывают звуковую волну, длина которой 3 м?
3. Колебания, происходящие с частотой ν, имеют в первой среде длину волны λ, а во второй — 2λ. Определите отношение скоростей распространения волн в первой и второй средах.
4. Уравнение гармонической линейно-поляризованной волны, распространяющейся в положительном направлении оси X (см. рис. 273), имеет вид
$$y = A\cos\omega(t - x/v),$$
где A — амплитуда, ω — частота, v — скорость распространения волны. Постройте графики зависимости $y(x)$ в одних и тех же осях координат в моменты времени $t = 0$; $t = T/4$; $t = T/2$ (T — период колебаний).

5. Уравнение гармонической линейно-поляризованной волны, распространяющейся противоположно оси X, имеет вид

$$y = A\cos\,[2\pi(t + x/v)/T].$$

Постройте в одной системе координат графики зависимости $y\,(x)$ в момент времени $t = 0$; $t = T/4$; $t = T/2$.

§ 73. Стоячие волны

Процесс образования стоячих волн. В § 71 мы рассмотрели отражение поперечной волны, распространяющейся в шнуре с закреплённым концом.

Изгиб шнура, дойдя до точки закрепления, отразится. Отражённый импульс (изгиб шнура) будет распространяться по шнуру в обратном направлении (см. рис. 269).

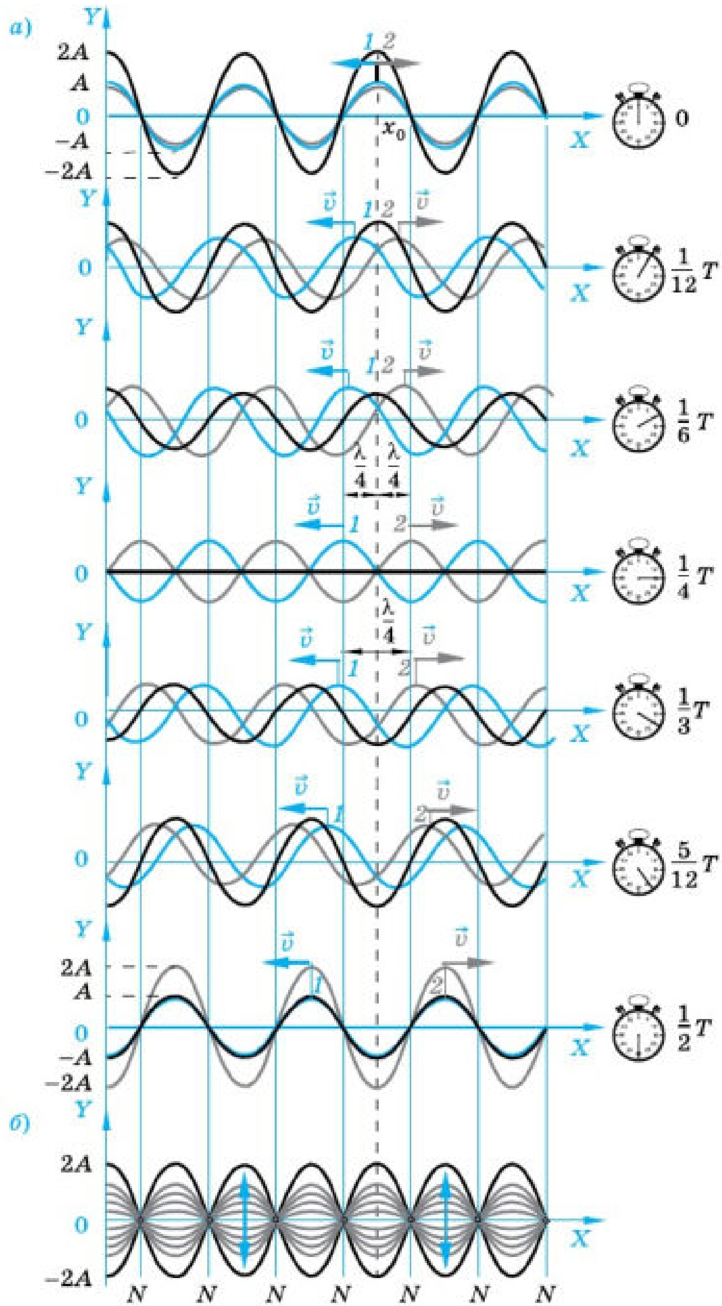
Гармоническая поперечная волна состоит как бы из последовательности положительных и отрицательных импульсов, распространяющихся в одном направлении (например, в положительном направлении оси X). Каждому из этих импульсов соответствует свой отражённый импульс, движущийся в противоположном направлении. Сложение падающего и отражённого импульсов определяет результирующую форму шнура в данной точке с координатой x. Суммарное поперечное отклонение, вызванное падающей и отражённой волной, может образовывать *стоячую волну*.

Стоячая волна — волна, образующаяся в результате наложения двух гармонических волн, распространяющихся навстречу друг другу и имеющих одинаковый период, амплитуду и поляризацию.

Отражение волны — простейший практический приём для получения стоячей волны. Возникновение стоячих волн возможно всегда, когда навстречу друг другу движутся две волны, имеющие одинаковую частоту и амплитуду.

Рассмотрим подробнее результат сложения двух гармонических поперечных волн (падающей и отражённой), имеющих период T (рис. 275, a).

Предположим, что падающая волна распространяется вправо со скоростью $\vec{v}$, а отражённая — влево с той же по модулю скоростью. В некоторый момент времени, принимаемый нами за начало отсчёта ($t = 0$), максимальные отклонения частицы *1* (в отражённой волне) и частицы *2*



275 ▶

Образование поперечных стоячих волн в шнуре, закреплённом на конце

(в падающей волне) возникают в точке с координатой $x = x_0$. В этот момент времени сложение двух синусоид с одинаковой амплитудой A даёт синусоиду с амплитудой $2A$. На рисунке 275 показано, как изменяется форма шнура через равные промежутки времени $T/12$, по мере того как максимумы падающей и отражённой волн «разъезжаются» в разные стороны. Через четверть периода колебаний ($t = T/4$) падающая и отражённая волны, «разъехавшись» на $\lambda/2$, полностью компенсируют друг друга. В результате в этот момент времени шнур оказывается натянутым горизонтально.

На рисунке 275, *б* приведён результат сложения падающей и отражённой волн для каждого рассмотренного на рисунке 275, *а* момента времени.

В образующейся в шнуре поперечной стоячей волне каждая точка:

- *совершает синхронно со всеми остальными его точками гармонические колебания*;
- *колеблется перпендикулярно покоящемуся шнуру* (оси X);
- *колеблется с периодом, равным периоду внешнего возмущения*;
- *имеет собственную амплитуду колебаний*.

Стоячая волна — волна, все точки которой колеблются с одинаковой фазой. Их амплитуды колебаний изменяются периодически от точки к точке.

Подобную волну называют стоячей, так как энергия не переносится вдоль шнура, а лишь трансформируется в поперечном направлении из потенциальной в кинетическую, и наоборот.

Пучности стоячей волны — положения точек, имеющих максимальную амплитуду колебаний.

Как видно из рисунка 275, на шнуре есть точки N, которые не перемещаются.

Узлы стоячей волны — неперемещающиеся точки волны, амплитуда колебаний которых равна нулю.

Расстояние между соседними узлами стоячей волны одинаково и равно половине длины волны внешнего гармонического воздействия.

Для шнура, закреплённого с одного конца, расстояние между узлами стоячей волны не зависит от длины шнура.

Моды колебаний. Если закреплены оба конца шнура (или струны), отражение волны происходит от обоих концов. В этом случае расстояние между узлами образующейся в шнуре (струне) стоячей волны не может быть произвольным и зависит лишь от длины шнура (струны).

Для объяснения этого эффекта рассмотрим распространение по струне длиной l внешнего воздействия, производимого вблизи её левого закреплённого конца. После отражения от правого конца струны волна, достигнув её левого конца и отразившись от него, вновь оказывается у правого конца. Такая дважды отражённая волна, распространяющаяся со скоростью v, может усилить первоначальное воздействие, если достигнет правого конца через промежуток времени $2l/v$, кратный периоду внешнего воздействия:

$$\frac{2l}{v} = Tn \quad (n = 1, 2, 3, \ldots).$$

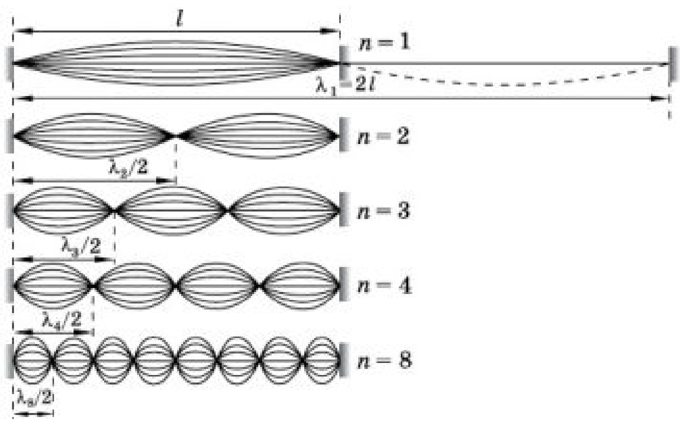
Следовательно, в струне будут поддерживаться только такие гармонические внешние воздействия, длина волны ($\lambda = vT$) которых связана с длиной струны соотношением

$$\boldsymbol{\frac{l}{\lambda/2} = n} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots). \qquad (202)$$

На длине струны, закреплённой на концах, укладывается целое число n полуволн поперечных стоячих волн.

Только такие волны, называемые *модами собственных колебаний*, могут длительно поддерживаться в струне (рис. 276).

Волны других частот (длин волн) не усиливают первоначальное воздействие при отражении от концов струны и поэтому быстро затухают в результате потерь энергии на трение.



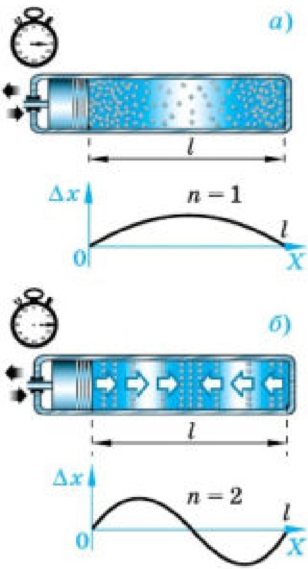
276

Моды собственных колебаний в струне, закреплённой на концах. На длине струны укладывается целое число полуволн собственных колебаний

Частота собственных колебаний струны ($\nu = 1/T = \upsilon/\lambda$), как следует из формулы (202), связана с длиной струны соотношением

$$\nu_n = \frac{\upsilon}{2l}n \quad (n = 1, 2, 3, \ldots). \qquad (203)$$

Моду колебаний, соответствующую $n = 1$, называют первой гармоникой собственных колебаний или основной модой.



277

Продольные собственные колебания газа в цилиндре:
а — первая гармоника;
б — вторая гармоника;
Δx — смещение молекул газа от положения равновесия в определённый момент времени

Для произвольного $n > 1$ соответствующую моду колебаний называют *n-й гармоникой* или *n-м обертоном*.

Напомним, что собственные колебания могут происходить в различных средах.

Например, в закрытом цилиндре, наполненном газом, возникают моды собственных продольных колебаний газа под действием перемещения поршня (рис. 277).

На рисунке 277 приведены первая и вторая гармоники отклонений молекул газа от положений равновесия, а также показаны области с повышенной концентрацией молекул (повышенным давлением газа). Стрелками отмечено направление движения молекул газа в данный момент времени.

В пучностях воздух колеблется сильнее всего, в узлах он неподвижен.

Рассмотренные нами собственные колебания струны характерны для струнных музыкальных инструментов, а колебания в ограниченном объёме газа — для духовых инструментов.

Сокращение или увеличение объёма полости музыкального инструмента приводит к изменению частоты возникающих акустических колебаний.

Например, в коротких трубах органа возникают колебания с высокими частотами, а в длинных — с низкими частотами (см. формулу (203)).

ВОПРОСЫ

1. Какую волну называют стоячей? Объясните процесс образования стоячей волны.
2. Охарактеризуйте особенности колебаний точки в поперечной стоячей волне.
3. Сформулируйте определение пучностей и узлов стоячей волны.
4. При каком условии в струне, закреплённой на концах, образуются стоячие волны?
5. Что такое первая гармоника собственных колебаний в струне и обертоны?

ЗАДАЧИ

1. Падающая гармоническая поперечная волна (см. рис. 273) описывается уравнением

$$y = A\cos\omega(t - x/v),$$

где A — амплитуда, ω — частота, v — скорость волны.
Уравнение отражённой волны имеет вид

$$y = A\cos\omega(t + x/v).$$

Изменение знака в скобках характеризует направление, противоположное скорости распространения отражённой волны. Получите уравнение стоячей волны как сумму падающей и отражённой волн.

2. Введите в полученное в задаче 1 уравнение стоячей волны период T и длину волны λ вместо ω и v.
3. С помощью полученного в задаче 2 уравнения стоячей волны получите положения узлов стоячей волны и пучностей.
4. Расстояние между первым и четвёртым узлами стоячей волны равно 60 см. Чему равна длина волны?
5. Определите частоту основной моды колебаний и обертонов у бронзовой струны длиной l = 0,5 м, закреплённой на концах. Скорость звука в бронзе v = 3500 м/с.

§ 74. Звуковые волны

Возникновение и восприятие звуковых волн. Звуки, воспринимаемые человеческим ухом, являются одним из важнейших источников информации об окружающем мире. Шум моря и ветра, пение птиц, голоса́ людей и крики животных, раскаты грома, звуки движущихся машин, воспринимаемые человеческим ухом, позволяют легче адаптироваться в изменяющихся внешних условиях.

Звук в широком смысле — колебательное движение частиц упругой среды, распространяющееся в виде волн.

Звуковые волны — упругие волны в среде, вызывающие у человека слуховые ощущения.

278

Возникновение и восприятие звуковых волн. Звуковые волны могут распространяться только в материальной среде

Рассмотрим процесс возникновения и восприятия звуковых волн.

Колебания источника звука (например, струны или голосовых связок) вызывают в воздухе волны сжатия и разрежения (рис. 278).

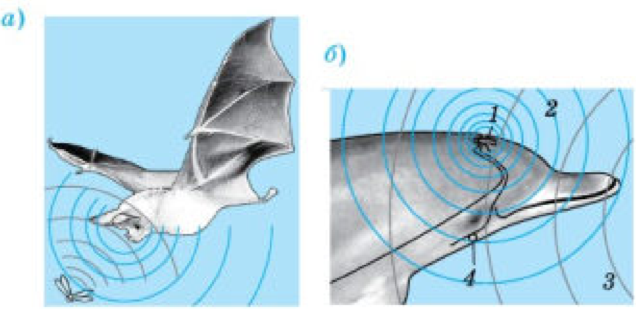
Достигнув человеческого уха, звуковые волны заставляют барабанную перепонку совершать вынужденные колебания с частотой, равной частоте колебаний источника. Свыше 20 000 нитевидных рецепторных окончаний, находящихся во внутреннем ухе, преобразуют механические колебания в электрические импульсы. При передаче импульсов по нервным волокнам в головной мозг у человека возникают определённые слуховые ощущения. Слуховые ощущения у человека вызывают звуковые волны с частотой колебаний, лежащей в пределах от 16 Гц до 20 кГц.

Изучению звука посвящена область физики — *акустика*.

Опыт показывает, что чем меньше размер источника, вызывающего колебания, тем выше их частота. *Инфразвуковые волны* ($\nu < 16$ Гц), имеющие малую частоту, вызываются источниками, размеры которых превышают расстояния, характерные для повседневного опыта человека. Такие волны возникают при землетрясении, извержении вулкана, грозовом разряде, взрыве ядерной бомбы.

Звуковые волны создаются источниками, имеющими размеры от нескольких миллиметров до десятков метров.

Миллиметровые источники могут генерировать *ультразвуковые волны* ($\nu > 20$ кГц), которые (так же как и инфразвук) не вызывают слуховых ощущений у человека. Ультразвук способны излучать и улавливать некоторые животные, например летучие мыши и дельфины (рис. 279). При



279

Ультразвуковая локация как способ ориентации в пространстве и поиска пищи:
а — летучей мыши;
б — дельфина.
1 — источник звука;
2 — испускаемый сигнал;
3 — отражённая волна;
4 — внутреннее ухо

крике летучей мыши генерируется ультразвуковая волна с частотой 100 кГц. Частота ультразвукового сигнала, испускаемого дельфином (порядка 1 МГц), позволяет обнаруживать дробинку диаметром 4 мм на расстоянии 30 м.

Анализ отражённых сигналов, полученных при ультразвуковой локации, помогает этим животным ориентироваться в пространстве в условиях слабой освещённости или отсутствия видимого света и находить пищу.

Распространение звуковых волн. Необходимое условие распространения звуковых волн — *наличие упругой среды.*

В вакууме звуковые волны не распространяются, так как там нет частиц, передающих взаимодействие от источника колебаний. Так, на Луне из-за отсутствия атмосферы царит полная тишина. Даже падение метеорита на её поверхность не слышно наблюдателю.

Скорость распространения звуковых волн определяется скоростью передачи взаимодействия между частицами.

В газе скорость звука $v_г$ оказывается порядка (точнее — несколько меньше) тепловой скорости $v_{ср.\ кв}$ молекул (см. (174)) и увеличивается с ростом температуры газа. В воздухе при температуре 20 °C $v_г = 343$ м/с = = 1235 км/ч.

Скорость звука в воздухе впервые была измерена в 1708 г. английским естествоиспытателем ***Уильямом Деремом.*** Стоя на крыше Апминстерской церкви в Эссексе, он наблюдал вспышку пороха в пушках в 19 км от церкви и измерял время, прошедшее между вспышкой и звуком выстрела.

Чем больше потенциальная энергия взаимодействия молекул вещества, тем больше скорость звука, поэтому скорость звука в твёрдом теле $v_{т.\ т}$, как правило, больше скорости звука в жидкости $v_ж$, которая, в свою очередь, превышает скорость звука в газе $v_г$:

$$v_{т.\ т} > v_ж > v_г.$$

Например, в морской воде скорость звука при 20 °C $v_ж = 1513$ м/с. В стали, где могут распространяться как поперечные, так и продольные волны, скорость их распространения различна. Поперечные волны распространяются со скоростью 3300 м/с, а продольные — со скоростью 5900 м/с.

ВОПРОСЫ

1. Какие волны называют звуковыми?
2. Опишите процесс возникновения и восприятия звуковых волн.
3. Охарактеризуйте частотный диапазон инфразвуковых, звуковых и ультразвуковых волн.
4. Укажите примерные размеры источников, генерирующих инфразвуковые, звуковые и ультразвуковые волны.
5. Что можно сказать о соотношении скорости звука в твёрдом теле, в жидкости и газе?

ЗАДАЧИ

1. Принимая скорость звука в воздухе при 20 °C равной 343 м/с, найдите диапазон длин волн, вызывающих у человека слуховые ощущения.
2. Звук выстрела и пуля, вылетающая из винтовки вертикально, одновременно достигают высоты 686 м. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите начальную скорость пули.
3. Определите длину волны сигналов, испускаемых летучими мышами и дельфинами.
4. Ультразвуковой сигнал, испускаемый вертикально вниз с рыболовецкого траулера в сторону косяка рыбы, возвращается к приёмнику излучения через 0,01 с. На какой глубине находится объект?
5. Наблюдатель, приложив ухо к рельсу, фиксирует звук приближающегося поезда на $\tau = 3$ с раньше, чем слышит его в воздухе. На каком расстоянии от наблюдателя находился поезд? Скорость звука в воздухе $\upsilon_1 = 343$ м/с, в стали $\upsilon_2 = 5900$ м/с.

§ 75. Высота звука. Эффект Доплера

Высота звука. Слуховые ощущения человека определяются физическими параметрами звуковой волны, воздействующей на орган слуха. Одной из важнейших характеристик воспринимаемого звука является *высота*. Выясним, какая физическая величина определяет эту характеристику звука.

Высота звука *определяется частотой источника звуковых колебаний. Чем больше частота колебаний, тем выше звук. Колебаниям малых частот соответствуют низкие звуки.*

Например, звук, который мы слышим при полёте комара, соответствует 500—600 взмахам его крыльев в секунду, жужжание шмеля — 220 взмахам.

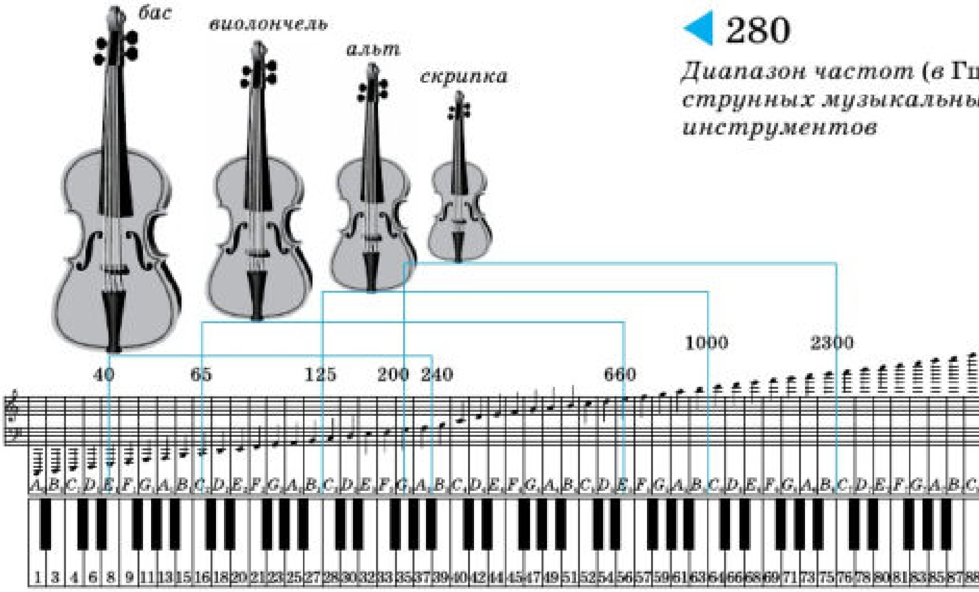
Колебания голосовых связок певцов могут создавать звуки в диапазоне от 80 до 1400 Гц (табл. 23) (хотя экспериментально зафиксированы рекордно низкая (44 Гц) и высокая (2350 Гц) частоты).

В телефоне для воспроизведения человеческой речи используется область частот от 300 до 2000 Гц.

Таблица 23

Диапазон частот, соответствующий голосу певца

Голос	Частота, Гц	Голос	Частота, Гц
Бас	80—400	Контральто	200—700
Баритон	110—400	Колоратурное сопрано	250—1400
Тенор	150—500		



280

Диапазон частот (в Гц) *струнных музыкальных инструментов*

На рисунке 280 приведён диапазон частот основных мод колебаний некоторых струнных инструментов.

Эффект Доплера. Как отмечалось ранее, высота звука определяется частотой источника звуковых колебаний. Однако сигнал одной и той же частоты может восприниматься наблюдателем (приёмником) по-разному в зависимости от того, движутся источник сигнала и наблюдатель относительно друг друга или нет. Например, звук сирены приближающегося автомобиля кажется наблюдателю более высоким, чем удаляющегося от него. Впервые подобный эффект был предсказан в 1842 г. австрийским физиком ***Кристианом Доплером***.

Эффект Доплера — зависимость частоты сигнала, фиксируемого приёмником, от скорости движения источника сигнала и приёмника.

Зависимость высоты звука от скорости движения источника. Рассмотрим сначала, как частота сигнала, воспринимаемого неподвижным наблюдателем, зависит от скорости движения источника. На рисунке 281, *а* показаны две ближайшие волны сжатия I и II, распространяющиеся с интервалом T_0 от неподвижного источника (T_0 — период колебаний, генерируемых источником звуковых волн). К наблюдателям *1* и *2* волна I попадает через время t от момента излучения, а волна II ещё через время

$$T_0 = \frac{\lambda_0}{v},$$

где λ_0 — длина волны, v — скорость распространения звуковой волны (скорость звука в среде).

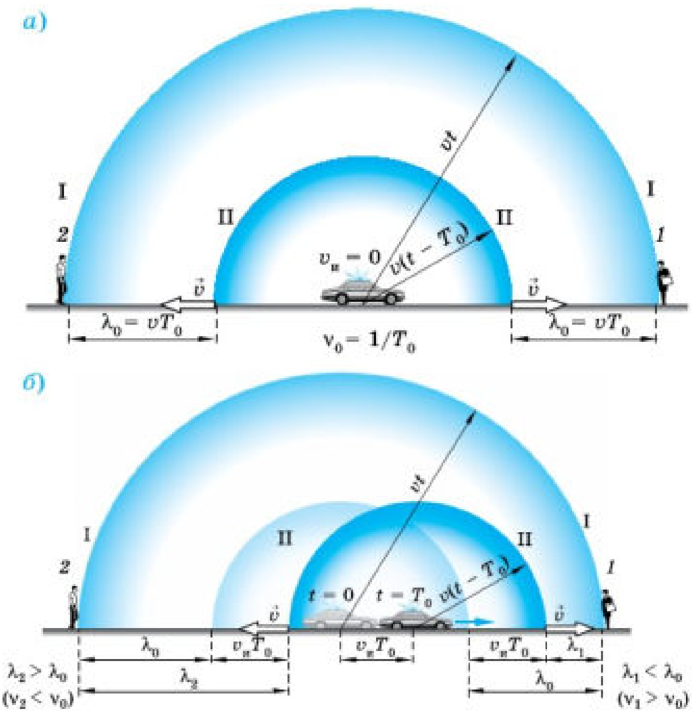
Оба наблюдателя будут воспринимать сигнал с частотой, равной частоте излучения источника

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0}.$$

Предположим теперь, что источник движется со скоростью $v_и$ в направлении наблюдателя *1* (рис. 281, *б*). Тогда расстояние между ближайшими волнами сжатия в этом направлении — длина волны

$$\lambda_1 = \lambda_0 - v_и T_0,$$

где $v_и T_0$ — расстояние, на которое сместился источник на момент излучения волны II.



281

Зависимость высоты звука от скорости движения источника сигнала:
а — неподвижный источник: часто́ты сигнала, воспринимаемого наблюдателями 1 и 2, совпадают с частотой ν_0 сигнала источника;
б — движущийся вправо источник: частота ν_1 звука, воспринимаемого наблюдателем 1, выше частоты ν_0 сигнала источника; частота ν_2 звука, воспринимаемого наблюдателем 2, ниже частоты ν_0

Волна II дойдёт до наблюдателя *1* через время

$$T_1 = \frac{\lambda_1}{v} = T_0\left(1 - \frac{v_и}{v}\right) \qquad (204)$$

после волны I, а до наблюдателя *2* — через время

$$T_2 = \frac{\lambda_2}{v} = T_0\left(1 + \frac{v_и}{v}\right). \qquad (205)$$

При получении формулы (205) мы учли, что

$$\lambda_2 = \lambda_0 + v_и T_0.$$

Соответственно частота сигнала, воспринимаемого наблюдателями *1* и *2*, как следует из формул (204) и (205), определяется следующим образом:

$$\nu_{и1} = \frac{1}{T_1} = \frac{\nu_0}{1 - \frac{v_и}{v}}, \qquad (206)$$

$$\nu_{и2} = \frac{1}{T_2} = \frac{\nu_0}{1 + \frac{v_и}{v}}. \qquad (207)$$

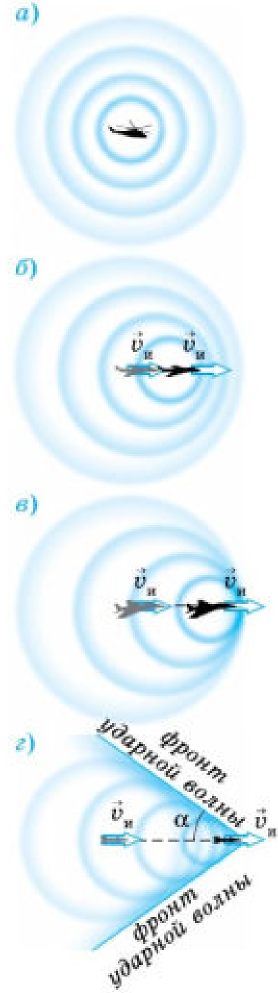
Это означает, что $\nu_{и1} > \nu_0$, а $\nu_{и2} < \nu_0$. Наблюдатель *1*, к которому приближается источник сигнала, слышит звук более высокой частоты, чем частота излучения. Наблюдатель *2*, от которого удаляется источник, слышит звук меньшей частоты, чем частота сигнала источника.

Формулы (206) и (207) можно представить в виде одной

$$\nu_{и1,\,2} = \frac{\nu_0}{1 \mp \frac{v_и}{v}}, \qquad (208)$$

где знак «минус» соответствует случаю приближения источника к приёмнику, а знак «плюс» — случаю удаления источника от приёмника.

С увеличением скорости источника расстояние между ближайшими волнами сжатия в направлении движения уменьшается (рис. 282).

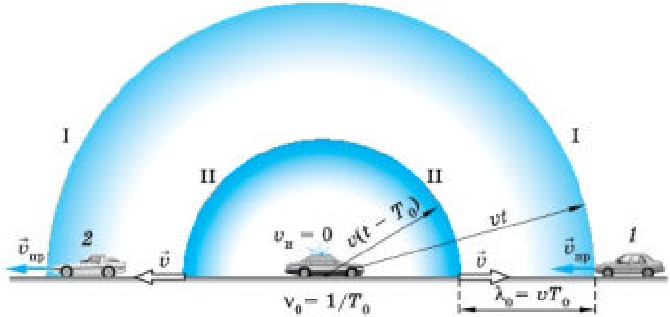


282

Звуковые волны сжатия при различной скорости движения источника:
а — $v_и = 0$;
б — $v_и < v$;
в — $v_и = v$;
г — $v_и > v$, $\sin\alpha = v/v_и$

▲ 283

Преодоление истребителем звукового барьера



▲ 284

Зависимость высоты звука от скорости движения источника: частота ν_1 звука, воспринимаемая наблюдателем 1, выше частоты ν_0 сигнала источника; частота ν_2 звука, воспринимаемого наблюдателем 2, ниже частоты ν_0

При $v_и = v$ волны сжатия накладываются друг на друга, резко увеличивая результирующее сжатие. Возникает ударная волна. При $v_и > v$ фронт ударной волны располагается под углом α к направлению движения источника (рис. 282, *г*).

На рисунке 283 показана волна уплотнения воздуха при преодолении истребителем звукового барьера.

Зависимость высоты звука от скорости движения приёмника. На рисунке 284 показаны две ближайшие волны сжатия I и II, распространяющиеся с интервалом T_0 от неподвижного источника, генерирующего звуковые колебания, период которых T_0. Наблюдатели *1* и *2* движутся влево с одинаковой скоростью $v_{пр}$. Наблюдатель *1*, движущийся в сторону источника звука навстречу волне II с относительной скоростью $(v + v_{пр})$, встретит её через время

$$T_1 = \frac{\lambda_0}{v + v_{пр}} = \frac{vT_0}{v + v_{пр}}. \qquad (209)$$

Волна II, догоняющая наблюдателя *2* (движущегося относительно источника звука) с относительной скоростью $(v - v_{пр})$, настигает его через время

$$T_2 = \frac{\lambda_0}{v - v_{пр}} = \frac{vT_0}{v - v_{пр}}. \qquad (210)$$

Соответственно частота сигнала, воспринимаемого наблюдателями *1* и *2*, как следует из формул (209) и (210), определяется следующим образом:

$$\nu_1 = \frac{1}{T_1} = \nu_0\left(1 + \frac{v_{пр}}{v}\right), \tag{211}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{T_2} = \nu_0\left(1 - \frac{v_{пр}}{v}\right). \tag{212}$$

Это означает, что $\nu_1 > \nu_0$, а $\nu_2 < \nu_0$.

Наблюдатель 1, сближающийся с неподвижным источником, слышит более высокий звук, т. е. до него доходит сигнал большей частоты ν_1, чем частота ν_0 излучения источника.

Наблюдатель 2, удаляющийся от источника, воспринимает сигнал частотой ν_2, меньшей, чем частота ν_0 сигнала источника.

Формулы (211) и (212) можно представить в виде одной

$$\nu_{1,\,2} = \nu_0\left(1 \pm \frac{v_{пр}}{v}\right), \tag{213}$$

где знак «плюс» соответствует случаю сближения приёмника с источником, знак «минус» — случаю удаления приёмника от источника.

Зависимость высоты звука от относительной скорости движения источника и приёмника. Зная частоту ν_0 и измеряя частоту $\nu_{1,\,2}$, можно найти относительную скорость $v_{отн}$ движения приёмника и источника, если $v_{пр} \ll v$ и $v_{и} \ll v$:

$$\nu_{1,\,2} = \nu_0\left(1 \pm \frac{v_{пр} + v_{и}}{v}\right) \tag{214}$$

или

$$\nu_{1,\,2} = \nu_0\left(1 \pm \frac{v_{отн}}{c}\right), \tag{215}$$

где $v_{отн} = v_{пр} + v_{и}$.

Знак «плюс» в этой формуле соответствует случаю сближения приёмника и источника, а знак «минус» — их удалению друг от друга.

Эффект Доплера наблюдается не только для звуковых, но и для электромагнитных волн, распространяющихся в пространстве со скоростью света. При таких скоростях последовательное описание эффекта Доплера возможно лишь в рамках релятивистской механики. Однако при скоростях источника и приёмника излучения много меньших скорости света результаты релятивистской механики должны переходить в результаты классической. Поэтому в приближении $v_{и}$, $v_{пр} \ll c$ частота электромагнитных волн, фиксируемых приёмником, движущимся со скоростью $v_{отн}$ относительно источника, задаётся подобно формуле (215)

$$\nu_{1,\,2} = \nu_0\left(1 \pm \frac{v_{отн}}{c}\right). \qquad (216)$$

Знак «плюс» в формуле (216) соответствует случаю сближения приёмника и источника, знак «минус» — их удалению друг от друга. Зная частоту ν_0 излучения неподвижного источника и измеряя частоту $\nu_{1,\,2}$, воспринимаемую приёмником, по формуле (216) можно оценить относительную скорость сближения (удаления) источника и приёмника.

С помощью эффекта Доплера находят скорость течения крови по кровеносным сосудам. Ультразвуковой сигнал частотой около 10 МГц рассеивается красными кровяными клетками. Изменение частоты отражённого сигнала по сравнению с падающим оказывается пропорциональным скорости кровотока.

С помощью эффекта Доплера определяют скорость движения отдалённых галактик. Фиксируемая частота электромагнитного излучения, приходящего от таких галактик, оказывается меньше излучаемой частоты. В этом случае говорят о «красном смещении» частоты, так как красный свет имеет минимальную частоту в видимом человеком спектре. «Красное смещение» частоты означает, что галактики удаляются друг от друга. Чем больше сдвиг фиксируемой частоты, тем больше скорость галактики. Измерения показывают, что быстрее всего удаляются наиболее отдалённые от нас галактики. Эти наблюдения подтвердили гипотезу о расширении Вселенной в результате Большого взрыва, вызвавшего рождение Вселенной около 14 млрд лет тому назад.

ВОПРОСЫ

1. Чем определяется высота звука?
2. Какой физический эффект называют эффектом Доплера?
3. Как зависит высота звука от скорости и направления движения источника звукового сигнала?
4. Охарактеризуйте зависимость высоты звука от скорости и направления движения приёмника.
5. Как оценивается скорость движения источника электромагнитных волн?

ЗАДАЧИ

1. Сирена поезда, идущего со скоростью 123,5 км/ч, генерирует звуковой сигнал частотой 660 Гц. Какой частоты сигнал будет воспринимать человек на перроне при приближении поезда; при его удалении? Скорость звука в воздухе 343 м/с.

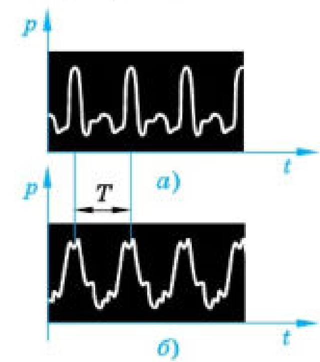
2. Шмель, зависший в воздухе, машет крыльями с частотой 220 Гц. Звук какой частоты будет воспринимать велосипедист, движущийся со скоростью 37 км/ч в направлении шмеля; от него?
3. Автомобиль, движущийся со скоростью 90 км/ч, подаёт звуковой сигнал частотой 500 Гц велосипедисту, движущемуся ему навстречу со скоростью 40 км/ч. Сигнал какой частоты услышит велосипедист?
4. Мотоциклист, движущийся со скоростью 200 км/ч, подаёт звуковой сигнал частотой 500 Гц при обгоне автомобиля, имеющего скорость 90 км/ч. Сигнал какой частоты услышит водитель автомобиля?
5. Электромагнитная волна, излучаемая радаром дорожно-патрульной службы в направлении приближающегося автомобиля, имеет частоту ν_0 = 3 ГГц. Частота сигнала, отражённого от автомобиля, отличается от ν_0 на 400 Гц. Рассчитайте скорость автомобиля.

§ 76. Тембр, громкость звука

Тембр звука. Звучание одной и той же ноты в исполнении различных музыкальных инструментов или голоса отличает **тембр**. Данной ноте соответствует определённый период колебаний. Форма колебаний (или зависимость давления воздуха, создаваемого источником колебаний от времени) отличается для разных инструментов (рис. 285).

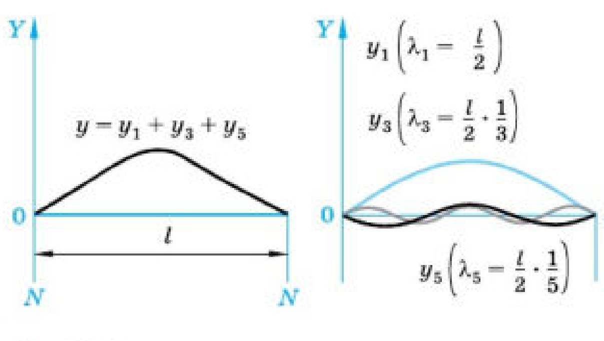
Это объясняется тем, что любое реальное колебание складывается из гармонических колебаний основной моды и обертонов (рис. 286).

Если колебание струны имеет форму, близкую к треугольной, то его можно представить как сумму трёх гармонических колебаний с частотами ν, 3ν, 5ν. Изменение относительной амплитуды колебаний основной



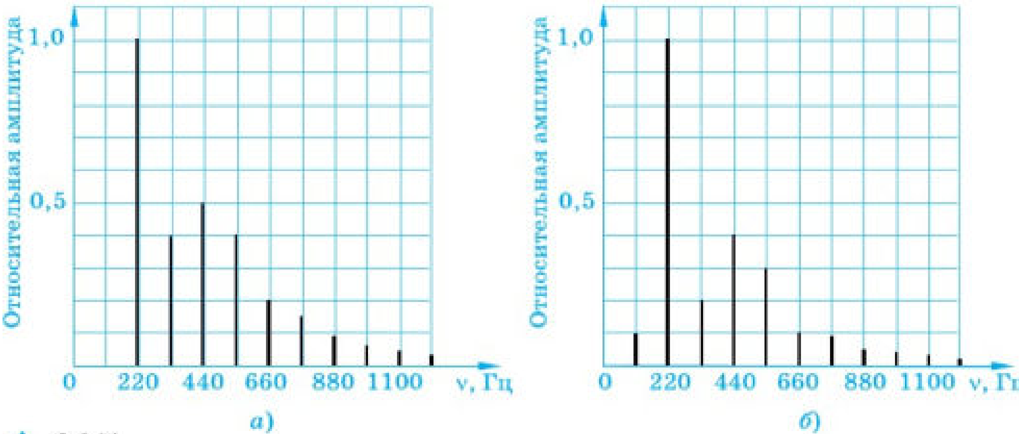
▲ 285

Нота «ля» малой октавы (A_3; 220 Гц) *в исполнении трубы* (*а*) *и скрипки* (*б*)



▲ 286

Реальное колебание, представленное в виде суммы трёх гармонических мод



287

Относительная амплитуда основной моды (220 Гц) *и обертонов при исполнении ноты «ля» малой октавы*: *а — на фортепиано*; *б — контральто*

моды и обертонов влияет на форму результирующего колебания и соответственно на его тембр (рис. 287).

Тембр звука *определяется формой звуковых колебаний. Различие формы колебаний, имеющих одинаковый период, связано с разной относительной амплитудой основной моды и обертонов.*

При воздействии на струну медиатором в ней возбуждается больше высших гармоник, чем когда её трогают пальцами. Высшие гармоники придают звукам балалайки звенящую окраску.

Следует иметь в виду, что чувствительность уха человека зависит от частоты звука. Ухо наиболее чувствительно к колебаниям с частотой порядка 3,5 кГц.

Громкость звука. Изменение давления в звуковой волне влияет на *громкость звука*.

Неполный чайник перед закипанием воды шумит сильнее, чем полный, так как воздушная полость в чайнике служит резонатором звуковых волн.

Громкость звука *зависит от амплитуды колебаний давления в звуковой волне.*

Минимальное изменение давления, которое может фиксироваться ухом человека, определяет *порог слышимости*.

При частоте 1 кГц порог слышимости составляет 10^{-5} Па, или 10^{-10} атм. Подобное изменение давления означает, что человеческое ухо фиксирует амплитуду колебаний молекул порядка 1 нм.

Максимальное изменение давления, которое ещё в состоянии фиксировать ухо человека, определяет *болевой порог*.

Болевой порог соответствует изменению давления 10^{-4} атм, или 10 Па.

Громкость звука характеризует субъективное звуковое восприятие акустических волн. Объективной энергетической характеристикой звуковых волн в акустике является *уровень интенсивности звука*.

Интенсивность звука — отношение падающей на поверхность звуковой мощности к площади этой поверхности.

Единица интенсивности звука — *ватт на квадратный метр* (Вт/м^2).

Порог слышимости соответствует интенсивности звука $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м^2; болевой порог $I_{\text{б. п}} = 1$ Вт/м^2.

Следовательно, *болевой порог отличается по интенсивности звука от порога слышимости на* 12 *порядков*. На столько же порядков отличается диаметр Земли от толщины человеческого волоса. Показатель степени k числа 10, характеризующий порядок величины, называется *десятичным логарифмом*:

$$k = \lg(10^k).$$

Уровень интенсивности звука — ***десятичный логарифм отношения двух интенсивностей звука*** (единица — *бел* (Б)):

$$k = \lg\frac{I}{I_0},$$

где I — интенсивность звука, I_0 — порог слышимости.

На практике в качестве уровня интенсивности звука принимается величина, в 10 раз большая:

$$\boldsymbol{\beta = 10\lg\frac{I}{I_0}}. \qquad (217)$$

Подобно тому как 5 м соответствуют 50 дм, за единицу уровня интенсивности звука принят 1 дБ (*децибел*). В таблице 24 приведён уровень интенсивности различных звуков. Увеличение интенсивности звука на 10 дБ примерно удваивает громкость.

Уровень интенсивности 120 дБ *является болевым порогом.*

Таблица 24

Уровень интенсивности различных звуков

Источник звука	Уровень интенсивности, дБ	Источник звука	Уровень интенсивности, дБ
Порог слышимости	0	Улица города	80
Шорох листьев	10	Громкий крик (на расст. 1,5 м)	100
Мурлыканье кошки	15	Проходящий поезд метро	100
Шёпот	20	Отбойный молоток	110
Комната в городе	40	Рок-концерт	120
Офис	50	Реактивный двигатель самолёта	140
Разговор (на расст. 1 м)	60	Космическая ракета (на расст. 1 км)	180
Кабина автомобиля	70		
Громкая музыка	80		

ВОПРОСЫ

1. Чем определяется отличие тембра звуков?
2. От какой физической величины зависит громкость звука?
3. Что такое порог слышимости? Какая интенсивность звука соответствует порогу слышимости?
4. Что такое болевой порог? Какая интенсивность звука соответствует болевому порогу?
5. Как оценивается уровень интенсивности звука? В каких единицах измеряется уровень интенсивности?

ЗАДАЧИ

1. Струна длиной 60 см издаёт звук с частотой основной моды 1 кГц. Какие обертоны может иметь звук? Чему равна скорость звука в струне?
2. Определите интенсивность звука в кабине автомобиля, если уровень интенсивности 67 дБ.
3. Какая интенсивность звука соответствует нулевому уровню интенсивности?
4. Отбойный молоток создаёт уровень интенсивности звука 110 дБ. Какой уровень интенсивности возникает от двух таких одинаковых источников звука?
5. Детектор звука площадью 10 см^2 фиксирует уровень интенсивности на улице города, равный 80 дБ. Какая энергия звука ежесекундно попадает на детектор?

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Подготовьте фотоальбом «Цунами». В каких регионах России существует вероятность возникновения цунами?
2. Каково происхождение словосочетания «мода колебаний»?

3. Составьте аудиоколлекцию различных тембров голоса (баритон, бас, тенор) советских и российских певцов.
4. Подготовьте дискуссию «Электронная музыка: новая эстетика музыкального искусства или продукт современных технологий».
5. Сделайте доклад «Акустические методы исследования в физике, геологии, биологии и медицине». Где (регион, страна, вуз) можно получить профессиональное образование по данным направлениям?

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **Волновой процесс** — процесс переноса энергии без переноса вещества.
- **Механическая волна** — возмущение, распространяющееся в упругой среде.
  Наличие упругой среды — необходимое условие распространения механических волн.
  Перенос энергии и импульса в среде происходит в результате взаимодействия между соседними частицами среды.
  Волны бывают продольные и поперечные.
- **Продольная механическая волна** — волна, в которой движение частиц среды происходит в направлении распространения волны.
  Продольные волны могут распространяться в любой среде.
- **Поперечная механическая волна** — волна, в которой частицы среды перемещаются перпендикулярно направлению распространения волны.
  Поперечные волны в газах и жидкостях не возникают, так как газы и жидкости не обладают упругостью формы.
- Периодическое внешнее воздействие вызывает гармонические волны, если оно изменяется по закону синуса или косинуса.
- **Гармоническая волна** — волна, порождаемая гармоническими колебаниями частиц среды.
- **Длина волны** — расстояние, на которое распространяется волна за период колебаний её источника:
  $$\lambda = vT,$$
  где v — скорость распространения волны.
- **Скорость механической волны** — скорость распространения возмущения в среде.
- **Поляризация** — пространственная упорядоченность направления колебаний частиц среды в поперечной волне.
- **Плоскость поляризации** — плоскость, в которой колеблются частицы среды в волне.
- **Линейно-поляризованная механическая волна** — поперечная волна, вызывающая колебания частиц среды вдоль определённого направления (линии).
- **Поляризатор** — устройство, выделяющее волну определённой поляризации.
- **Стоячая волна** — волна, образующаяся в результате наложения двух гармонических волн, распространяющихся навстречу друг другу и имеющих одинаковый период, амплитуду и поляризацию.

- **Пучности стоячей волны** — положения точек, имеющих максимальную амплитуду колебаний.

- **Узлы стоячей волны** — неперемещающиеся точки волны, амплитуда колебаний которых равна нулю.
  На длине l струны, закреплённой на концах, укладывается целое число n полуволн поперечных стоячих волн:
  $$\frac{l}{\lambda/2} = n \quad (n = 1, 2, 3, \ldots).$$
  Такие волны называют *модами колебаний*.
  Моду колебаний для произвольного целого числа $n > 1$ называют *n-й гармоникой* или *n-м обертоном*.
  Моду колебаний для $n = 1$ называют *первой гармоникой* или *основной модой колебаний*.

- **Звуковые волны** — упругие волны в среде, вызывающие у человека слуховые ощущения.
  Частота колебаний, соответствующих звуковым волнам, лежит в пределах от 16 Гц до 20 кГц.
  Скорость распространения звуковых волн определяется скоростью передачи взаимодействия между частицами. Скорость звука в твёрдом теле $\upsilon_{\text{т. т}}$, как правило, больше скорости звука в жидкости $\upsilon_{\text{ж}}$, которая, в свою очередь, превышает скорость звука в газе $\upsilon_{\text{г}}$:
  $$\upsilon_{\text{т. т}} > \upsilon_{\text{ж}} > \upsilon_{\text{г}}.$$
  Звуковые сигналы классифицируют по высоте, тембру и громкости.

- **Высота звука** определяется частотой источника звуковых колебаний.
  Чем больше частота колебаний, тем выше звук; колебаниям малых частот соответствуют низкие звуки.

- **Эффект Доплера** — зависимость частоты сигнала, фиксируемого приёмником, от скорости движения источника сигнала и приёмника.

- При сближении приёмника и источника частота сигнала ν_1, фиксируемого приёмником, оказывается больше частоты сигнала ν_0, генерируемого источником. При удалении приёмника и источника друг от друга частота сигнала ν_2, фиксируемого приёмником, оказывается меньше частоты сигнала ν_0, генерируемого источником:
  $$\nu_{1,\,2} = \nu_0\left(1 \pm \frac{\upsilon_{\text{пр}} + \upsilon_{\text{и}}}{\upsilon}\right),$$
  где υ — скорость звука, $\upsilon_{\text{пр}}$, $\upsilon_{\text{и}}$ — скорость приёмника и источника относительно неподвижной среды, причём $\upsilon_{\text{пр}}, \upsilon_{\text{и}} \ll \upsilon$.
  Знак «плюс» соответствует случаю сближения приёмника с источником, знак «минус» — случаю удаления приёмника от источника.

- Частота электромагнитных волн, фиксируемых приёмником, движущимся со скоростью $\upsilon_{\text{отн}}$ относительно источника, определяется формулой
  $$\nu_{1,\,2} = \nu_0\left(1 \pm \frac{\upsilon_{\text{отн}}}{c}\right).$$
  Знак «плюс» соответствует случаю сближения приёмника и источника, знак «минус» — случаю их удаления друг от друга.

- **Тембр звука** определяется формой звуковых колебаний. Различчие формы колебаний, имеющих одинаковый период, связано с разной относительной амплитудой основной моды и обертонов.

- **Громкость звука** зависит от амплитуды колебаний давления в звуковой волне.
- **Порог слышимости** — минимальное изменение давления, которое может фиксироваться ухом человека.
- **Интенсивность звука** — отношение падающей на поверхность звуковой мощности к площади этой поверхности.
  Единица интенсивности звука — *ватт на квадратный метр* (Вт/м^2).
- Уровень интенсивности звука

$$\beta = 10 \lg \frac{I}{I_0},$$

где I — интенсивность звука, I_0 = = 10^{-12} Вт/м^2 — интенсивность, соответствующая порогу слышимости.
Единица уровня интенсивности — *децибел* (дБ).

14 Силы электромагнитного взаимодействия неподвижных зарядов

§ 77. Электрический заряд. Квантование заряда

Электродинамика и электростатика. Структура Вселенной формируется гравитационным притяжением тел. Однако наличие лишь сил притяжения привело бы к неограниченному гравитационному их сжатию. Для существования тел стабильных размеров должны действовать силы отталкивания между частицами тела. Такими силами являются силы электромагнитного взаимодействия. Они могут вызывать как отталкивание частиц, так и их притяжение. Силы электромагнитного взаимодействия частиц тела на много порядков превосходят гравитационные силы, поэтому структура тел определяется электромагнитным взаимодействием.

Гравитационное притяжение испытывают все частицы, обладающие массой. Электромагнитное притяжение и отталкивание возникает лишь между заряженными частицами.

Электродинамика изучает электромагнитное взаимодействие заряженных частиц.
Электростатика — раздел электродинамики, изучающий взаимодействие неподвижных (статических) электрических зарядов.

Электрический заряд. Способность частиц (или тел) к электромагнитному взаимодействию характеризует *электрический заряд.*

Электрический заряд — физическая величина, определяющая силу электромагнитного взаимодействия.

Единица электрического заряда — *кулон* (Кл).

В СИ единица заряда является не основной, а производной. Кулон определяют с помощью *ампера* (основной единицы силы тока).

Кулон — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за 1 с.

Единица силы тока — ампер — вводится при рассмотрении магнитного взаимодействия токов.

Существует два вида электрических зарядов — *положительные* и *отрицательные* (рис. 288).

Выбор названия этих зарядов был исторической случайностью. Заряд, который назвали положительным, с тем же успехом можно было назвать и отрицательным. Носителями зарядов могут быть элементарные частицы, атомы, молекулы, макроскопические тела.

Экспериментально было установлено, что существует минимальное значение электрического заряда, одинаковое по модулю для положительных и отрицательных зарядов. Отделить часть этого заряда невозможно. Наименьший электрический заряд имеют элементарные частицы: *протон* обладает минимальным положительным зарядом ($+e$), *электрон* — минимальным отрицательным зарядом ($-e$).

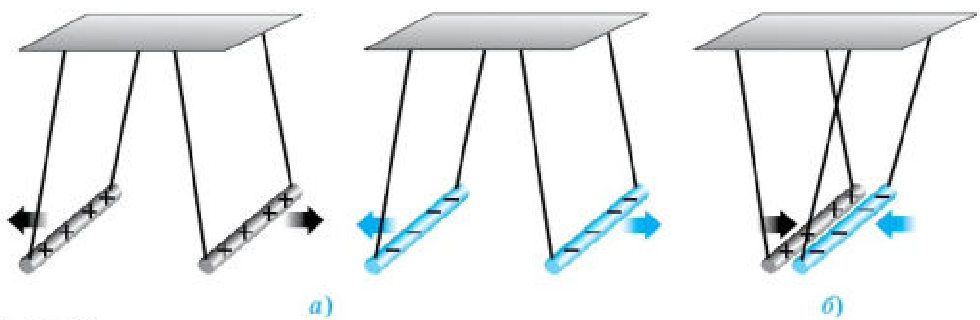
Квантование заряда. Результирующий заряд атома или молекулы складывается из зарядов протонов и электронов, входящих в их состав:

$$Q = ne,$$

где n — целое число, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

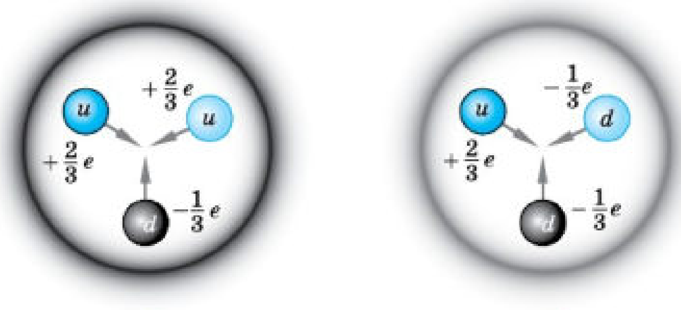
Суммарный заряд пропорционален величине минимального заряда.

Электрический заряд дискретен (*квантован*). Минимальное различие модулей любых зарядов равно e.



288

Взаимодействие электрических зарядов: а — одноимённые заряды отталкиваются; б — разноимённые заряды притягиваются



а) б)

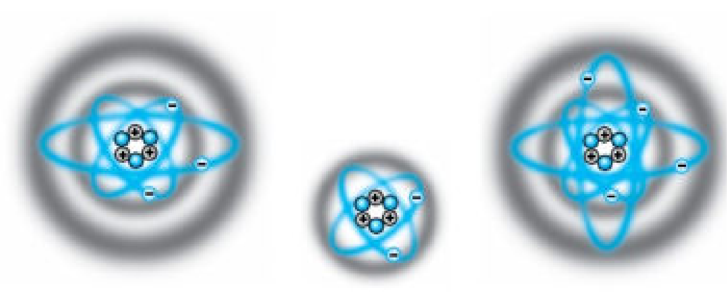
289
Кварковая модель протона и нейтрона: а — протон; б — нейтрон

Согласно современной квантовой теории протон и нейтрон являются комбинацией других элементарных частиц — *кварков u* и *d* с зарядом $+\frac{2}{3}e$ и $-\frac{1}{3}e$ соответственно (рис. 289). Гипотеза существования кварков подтверждена многочисленными экспериментами, в том числе и факт существования дробных зарядов. Однако даже если будет обнаружен заряд, в 3 раза меньший заряда электрона, то и это не нарушит принцип квантования заряда — изменится лишь значение минимального заряда.

Полный заряд электронейтрального атома равен нулю, так как число протонов в ядре равно числу электронов в атоме (рис. 290, *а*).

Макроскопические тела, состоящие из нейтральных атомов, электронейтральны.

Суммарный положительный заряд протонов всего тела уравновешивается отрицательным зарядом всех электронов. Чтобы зарядить тело, надо нарушить этот баланс. Нарушение этого баланса возможно при удалении электронов из электронных оболочек атомов и при присоединении электронов к электронным оболочкам. Например, при удалении одного



а) б) в)

290
Планетарные модели атома и ионов лития: а — атом Li *(3 протона, 3 электрона); б — положительный ион* Li^+ *(3 протона, 2 электрона); в — отрицательный ион* Li^- *(3 протона, 4 электрона)*

электрона с электронной оболочки атома Li образуется однозарядный положительный ион Li^+ с суммарным зарядом $(+e)$ (рис. 290, *б*). При присоединении дополнительного электрона на внешнюю электронную оболочку Li образуется однозарядный отрицательный ион Li^- с результирующим зарядом $(-e)$ (рис. 290, *в*).

При удалении электронов (ионизации атомов) тело заряжается положительно. Например, тело, заряд которого $q = +7e$, отличается от нейтрального тела отсутствием семи электронов.

Зарядить тело отрицательно можно, добавив избыточные электроны. Обычно результирующий (избыточный) заряд тела много меньше полного заряда протонов и электронов в отдельности, так как удаётся ионизовать лишь незначительную часть атомов образца.

ВОПРОСЫ

1. Какие силы определяют взаимодействие заряженных частиц?
2. Что характеризует электрический заряд?
3. Какой минимальный заряд известен в настоящее время?
4. Как квантуется электрический заряд?
5. Почему экспериментальное обнаружение кварков не нарушает принцип квантования заряда?

§ 78. Электризация тел. Закон сохранения заряда

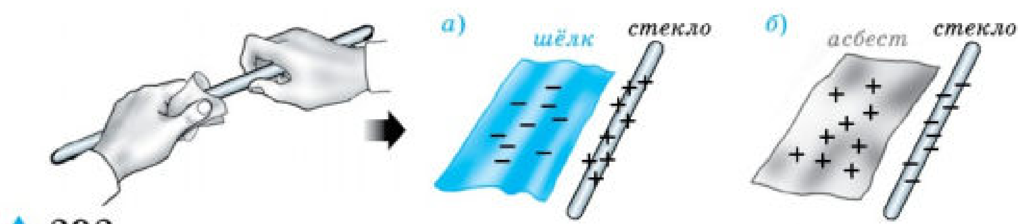
Электризация трением. Первые наблюдения притяжения и отталкивания тел в результате взаимного трения отмечались ещё в VI в. до н. э. в Греции. После полировки янтарь притягивал кусочки бумаги, волосы, лёгкие предметы (рис. 291). Взаимодействие тел в результате трения было названо *электрическим* (от *греч.* elektron — янтарь).

Электризация — процесс возникновения электрических зарядов на макроскопических телах (или их частях) при внешних воздействиях.

Степень электризации тел в результате взаимного трения характеризуется значением и знаком электрического заряда, полученного телом. Каучук, натёртый о мех, оказывается отрицательно заряженным, а стекло, потёртое о шёлк, положительно заряженным. При этом мех заряжается положительно, а шёлк — отрицательно.

▲ 291

Электрическое действие натёртого янтаря



292
Электризация трением

В результате трения стекла о шёлк стекло заряжается положительно, а шёлк отрицательно (рис. 292, *а*).

При трении стекла об асбест стекло заряжается отрицательно, а асбест — положительно (рис. 292, *б*).

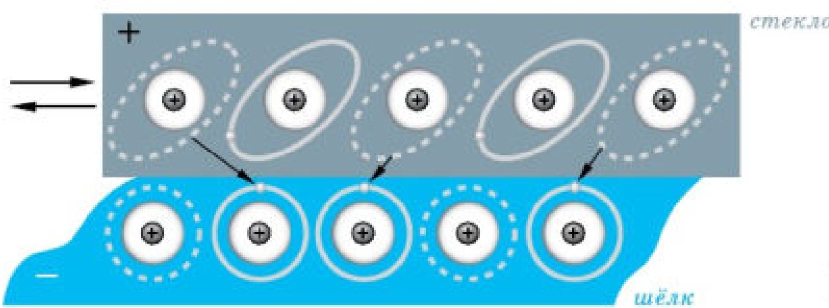
Это означает, что *одно и то же вещество при трении с различными веществами может получать заряд разного знака.*

Знак заряда тел в результате электризации определяется тем, что одни вещества при трении отдают электроны, а другие их присоединяют. *Причина этого явления — в различии энергии связи электрона с атомом в этих веществах.*

В атомах тех веществ, где электрон находится далеко от ядра и слабо с ним связан (например, в стекле), энергия связи электрона с атомом мала. Электрон может легко оторваться от атома. Атом при этом превращается в *положительный ион*, а вещество заряжается положительно.

В других веществах (например, в шёлке) ядро атома сильно удерживает электрон так, что энергия связи электрона с атомом велика. Атом может присоединить дополнительный электрон, образуя *отрицательный ион*. Вещество при этом заряжается отрицательно. При трении стекла о шёлк часть электронов от атомов стекла, имеющих малую энергию связи, переходит к атомам шёлка, которые эти электроны присоединяют (рис. 293).

Масса стекла незначительно уменьшается, а масса шёлка возрастает на такую же величину.



293
Электризация трением

На этой странице приведён ряд веществ, записанных в порядке возрастания энергии связи электрона с атомами (или молекулами). В асбесте энергия связи электрона минимальна, поэтому при контакте с другими веществами электроны легко покидают асбест, и он заряжается положительно. У каучука энергия связи электрона максимальна, поэтому при трении каучук заряжается отрицательно.

С помощью приведённого ряда легко установить знаки зарядов двух веществ, полученные ими в результате взаимного трения. Вещество, находящееся в списке выше, заряжается положительно, а ниже — отрицательно. Заряды взаимодействующих веществ оказываются равными по модулю.

Явление электризации лежит в основе одного из методов получения дактилоскопических отпечатков, так как при соприкосновении пальцев, например, с купюрой на ней остаются мельчайшие положительно заряженные частицы белка (рис. 294).

Трение — лишь один из многих способов электризации вещества. Тело может заряжаться вследствие соприкосновения с заряженным телом, в результате нагревания, светового облучения и т. д. Электризация при облучении используется, например, в светокопировальном аппарате (рис. 295).

Положительно заряженный алюминиевый цилиндр светокопировального аппарата покрыт сульфидом селена, электризующимся отрицательно под действием света. Области цилиндра, освещаемые светом, становятся электронейтральными. Части цилиндра, на которые свет не попадает, остаются положительно заряженными и притягивают отрицательно заряженный чёрный порошок. Порошок фиксируется нагретыми роликами на положительно заряженной бумаге.

Отметим, что сульфид селена в современных копировальных аппаратах не применяют из-за токсичности, вместо него используют другие светочувствительные составы.

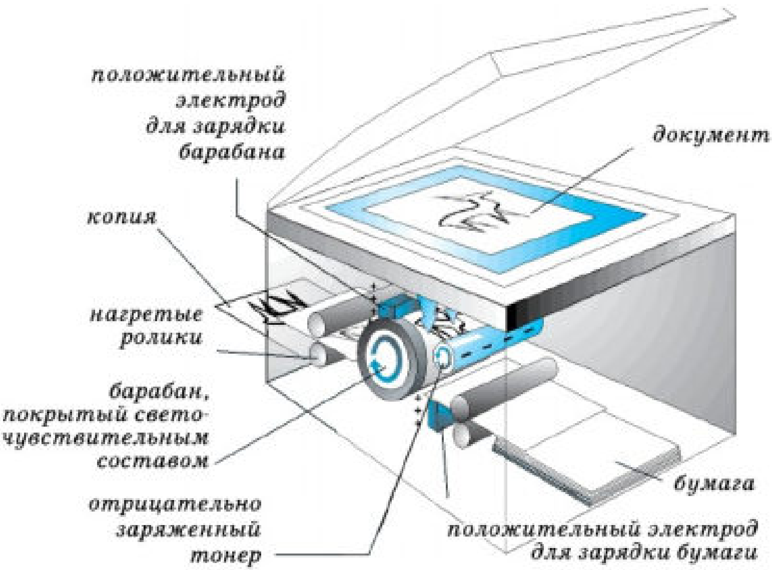
Энергия связи электрона с атомами вещества ↓

Вещество

Асбест
Мех (кролика)
Стекло
Слюда
Шерсть
Кварц
Мех (кошки)
Шёлк
Кожа человека, алюминий
Хлопок
Дерево
Янтарь
Медь, латунь
Резина
Сера
Целлулоид
Каучук

▲ 294

Дактилоскопические отпечатки, полученные с помощью явления электризации. Положительно заряженные частицы белка притягивают отрицательно заряженные частицы золотой пыли, наносимой на купюру, создавая видимые отпечатки



295

Электризация при облучении

Закон сохранения электрического заряда. В результате взаимного трения электронейтральных тел, образующих электрически изолированную систему, заряды перераспределяются между телами.

Электрически изолированная система тел — система тел, через границу которой не проникают заряды.

Уменьшение числа электронов в одном теле изолированной системы равно увеличению их числа в другом.

Облака состоят из мельчайших капель воды или льдинок, приобретающих при движении и столкновении статические электрические заряды. Верхняя часть облака оказывается заряженной положительно, а его нижние слои — отрицательно. Полный заряд такой системы не изменяется, оставаясь равным нулю.

Закон сохранения электрического заряда

Алгебраическая сумма зарядов электрически изолированной системы постоянна:

$$Q_1 + Q_2 + ... + Q_n = \text{const},$$

где n — число зарядов в системе.

В соответствии с законом сохранения заряда *разноимённые заряды рождаются или исчезают попарно: сколько родилось (исчезло) положительных зарядов, столько родилось (исчезло) и отрицательных.* Закон сохранения заряда выполняется и в том случае, если электрически изолированную систему образуют заряженные тела.

ВОПРОСЫ

1. Почему при электризации трением заряжаются оба трущихся тела?
2. Определите знак избыточных зарядов на дереве после того, как об него потрётся кошка. Какие по знаку заряды остаются на шерсти кошки?
3. Остаётся ли неизменной масса тела при его электризации?
4. Какой заряд (одноимённый или разноимённый) приобретают волосинки при расчёсывании?
5. Сформулируйте закон сохранения электрического заряда.

ЗАДАЧИ

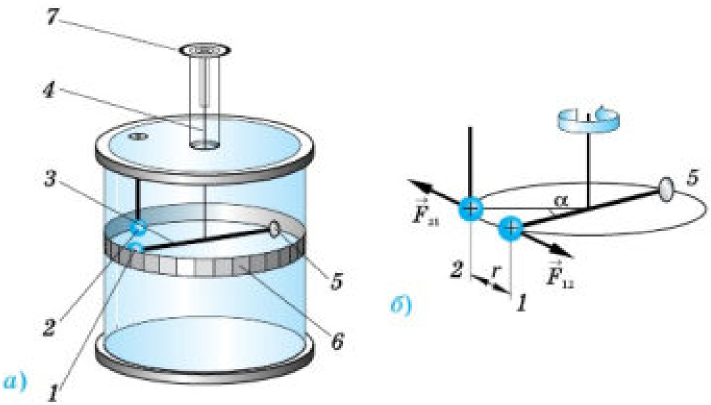
1. Можно ли при электризации янтарной палочки о шерсть сообщить ей заряд $-1{,}6 \cdot 10^{-21}$ Кл?
2. Какой положительный и какой отрицательный заряды содержатся в атоме изотопа урана $^{235}_{92}\mathrm{U}$?
3. Какой положительный и какой отрицательный заряды находятся в капле воды объёмом $V = 9$ мм^3? Масса молекулы воды $m_0 = 3 \cdot 10^{-26}$ кг.
4. При электризации эбонитовой палочки о шерсть ей сообщили заряд $-4{,}8 \cdot 10^{-13}$ Кл. Какое число электронов перешло при этом из шерсти в эбонит?
5. Стекло, натёртое о шерсть, получило заряд $8 \cdot 10^{-12}$ Кл. Какой заряд остался на шерсти? Сколько электронов и в какое вещество перешло?

§ 79. Закон Кулона

Измерение силы взаимодействия зарядов с помощью крутильных весов. Первые количественные результаты по измерению силы взаимодействия зарядов были получены в 1785 г. французским учёным ***Шарлем Огюстеном Кулоном***.

Кулон для измерения этой силы использовал крутильные весы. Их основным элементом был лёгкий изолирующий стержень (коромысло) *3*, подвешенный за середину на серебряной упругой нити *4* (рис. 296).

Маленький незаряженный позолоченный шарик из ягоды бузины *1* на одном конце коромысла уравновешивался бумажным диском *5* на другом конце. Поворотом коромысла он приводился в контакт с таким же неподвижным заряженным шариком *2*, в результате чего заряд делился поровну между шариками. Диаметр D шариков выбирался много меньше, чем расстояние между шариками ($D \ll r$), чтобы исключить влияние размеров и формы заряженного тела на результаты измерений.



296

Определение силы взаимодействия зарядов с помощью крутильных весов (1785 г.):
а — схема установки;
б — силы взаимодействия зарядов
$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$
(*по третьему закону Ньютона*)

Точечный заряд — заряженное тело, размер которого много меньше расстояния от него до других заряженных тел.

Шарики, имеющие одноимённые заряды, начинали отталкиваться, закручивая упругую нить. Максимальный угол α поворота коромысла, фиксируемый по наружной шкале *6*, был пропорционален силе, действующей на шарик *1*.

Кулон определял силу взаимодействия заряженных шариков по углу поворота коромысла.

Разряжая шарик *1* после измерения силы и соединяя его вновь с неподвижным шариком, Кулон уменьшал заряд на взаимодействующих шариках в 2, 4, 8, ... раз. Установка позволяла также изменять расстояние между заряженными шариками поворотом коромысла с помощью градуировочной шкалы *7*.

Закон Кулона. В результате многочисленных измерений силы взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов в вакууме Кулон установил закон, названный впоследствии его именем.

Закон Кулона

Сила взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, прямо пропорциональна произведению модулей зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена по прямой, соединяющей заряды:

$$F_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}, \qquad (218)$$

где q_1, q_2 — модули зарядов, r — расстояние между зарядами, k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Силу F_{12} называют *силой Кулона*.

В пределах точности проведённого эксперимента Кулон мог получить и зависимость $r^{2 \pm 0,001}$ в знаменателе. Однако он предпочёл обратную квадратичную зависимость, полагая, что гармонию окружающего мира отражают простые числа. В настоящее время косвенные эксперименты показывают, что отличие показателя степени в знаменателе от двойки не превышает $3 \cdot 10^{-16}$.

В СИ коэффициент пропорциональности в законе Кулона равен

$$k = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

Часто его записывают в виде

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0},$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н $\cdot$ м^2) — *электрическая постоянная*.

Согласно закону Кулона два точечных заряда по 1 Кл, расположенных в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, взаимодействуют с силой

$$F = 9 \cdot 10^9 \ \text{Н},$$

примерно равной весу египетских пирамид.

Из этой оценки ясно, что кулон — очень большая единица заряда. На практике поэтому обычно пользуются дольными единицами кулона:

$$1 \ \text{мкКл} = 10^{-6} \ \text{Кл},$$
$$1 \ \text{мКл} = 10^{-3} \ \text{Кл}.$$

1 Кл содержит $6 \cdot 10^{18}$ зарядов электрона.

Сравнение электростатических и гравитационных сил. Зная закон Кулона, можно сравнить электростатическую и гравитационную силы, действующие между электроном и протоном в атоме водорода. Протон составляет ядро атома водорода. Электрон вращается вокруг ядра по орбите радиусом $r = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ м (см. рис. 181).

Согласно современным физическим представлениям, электрон в атоме водорода, имея минимальную энергию, может находиться и на другом расстоянии от ядра. Однако его пребывание на расстоянии $r = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ м от ядра наиболее вероятно.

По закону Кулона сила электростатического взаимодействия (притяжения) электрона и протона равна

$$F_{\text{эл}} = k\frac{e^2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{(0{,}53 \cdot 10^{-10})^2} \ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \ \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^2} = 8{,}2 \cdot 10^{-8} \ \text{Н}.$$

Из закона всемирного тяготения гравитационная сила притяжения электрона и протона равна

$$F_g = G\frac{m_e m_p}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}}{(0{,}53 \cdot 10^{-10})^2} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \frac{\text{кг}^2}{\text{м}^2} = 3{,}6 \cdot 10^{-47}\,\text{Н}.$$

Тогда

$$\frac{F_{\text{эл}}}{F_g} = 2{,}3 \cdot 10^{39},$$

т. е. *электростатическая сила взаимодействия частиц больше гравитационной на 39 порядков*. Примерно во столько же раз масса Галактики превышает массу человека.

Почему же в таком случае гравитационное взаимодействие (самое слабое из всех фундаментальных взаимодействий) формирует структуру Вселенной?

Это происходит потому, что макроскопические тела во Вселенной содержат огромное число частиц. Все эти частицы испытывают силы гравитационного притяжения. Чем больше частиц в теле, т. е. чем больше масса тела, тем больше гравитационное притяжение между телами.

В то же время макроскопические тела электронейтральны, так как огромный положительный заряд протонов в теле точно компенсирован суммарным отрицательным зарядом электронов. Электростатические силы взаимодействия макроскопических тел определяются лишь малыми избыточными зарядами, находящимися на них, и поэтому невелики по сравнению с гравитационными силами. Если бы удалось довести долю избыточных электронов в теле человека до 1% , то, например, сила отталкивания двух учеников, сидящих за одной партой, превысила бы силу гравитационного притяжения Земли к Солнцу.

ВОПРОСЫ

1. Опишите эксперимент Кулона с крутильными весами.
2. Сформулируйте закон Кулона. Для взаимодействия каких зарядов он справедлив? В чём заключается физический смысл коэффициента k в законе Кулона?
3. Во сколько раз кулоновская сила отталкивания протонов больше силы их гравитационного притяжения?
4. Почему при описании механического движения не учитываются гигантские электрические силы?
5. Каков порядок кулоновской силы взаимодействия двух учеников, сидящих за одной партой, если доля избыточных электронов в их телах составляет 1% от полного заряда тела?

ЗАДАЧИ

1. Определите силу взаимодействия двух одинаковых точечных зарядов по 1 мкКл, находящихся на расстоянии 30 см друг от друга.
2. Сила взаимодействия двух одинаковых точечных зарядов, находящихся на расстоянии 0,5 м, равна 3,6 Н. Найдите значения этих зарядов.
3. Два одинаковых шарика массой 44,1 г подвешены на нитях длиной 0,5 м в одной точке. При сообщении шарикам одинаковых избыточных зарядов они оттолкнулись друг от друга так, что угол между нитями стал равным 90°. Найдите значения избыточных зарядов на шариках.
4. Согласно классической модели атома водорода, электрон вращается вокруг протона по круговой орбите радиусом $r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м. Найдите период обращения электрона, его угловую и линейную скорости. Масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.
5. Два водяных шара массой 6 кг каждый находятся на некотором расстоянии друг от друга. Сравните электростатическую и гравитационную силы их взаимодействия, если каждый содержит 1% ионизованных молекул.

§ 80. Равновесие статических зарядов

Возможно ли равновесие статических электрических зарядов? Для ответа на этот вопрос рассмотрим систему, состоящую из двух зарядов. Предположим, что это два положительных точечных заряда q_1 и q_2 ($q_1 > q_2$), находятся на расстоянии l один от другого. Найдём, в какую точку следует поместить третий заряд, чтобы он находился в равновесии, а также определим значение и знак этого заряда.

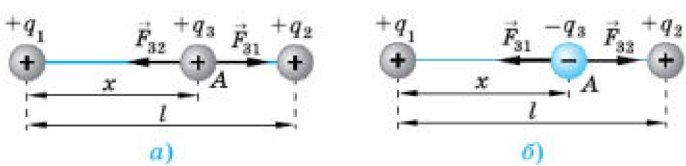
Статическое равновесие возникает тогда, когда геометрическая (векторная) сумма сил, действующих на тело, равна нулю.

Единственная точка, в которой силы, действующие на третий заряд, могут компенсировать друг друга, находится на прямой между зарядами (ближе к меньшему q_2) на расстоянии x от заряда q_1 (рис. 297).

При этом заряд q_3 может быть как положительным (рис. 297, *а*), так и отрицательным (рис. 297, *б*).

В первом случае компенсируются силы отталкивания $\vec{F}_{31}$ и $\vec{F}_{32}$, во втором — силы притяжения:

$$F_{31} = F_{32}.$$



297 *Заряд q_3 в равновесии: а — положительный; б — отрицательный*

Учитывая закон Кулона, перепишем это условие:

$$k\frac{q_3q_1}{x^2}=k\frac{q_3q_2}{(l-x)^2}.$$

Существенно, что q_3 сокращается.

Это означает, что *равновесие заряда q_3 не зависит ни от его модуля, ни от его знака*. Этот заряд может быть любым. При увеличении q_3 в равной степени увеличиваются и силы отталкивания (если q_3 положительный), и силы притяжения (если q_3 отрицательный) со стороны зарядов q_1 и q_2.

Для решения квадратного уравнения относительно x перепишем его иначе:

$$(\sqrt{q_2}\,x)^2-(\sqrt{q_1}\,)^2(l-x)^2=0.$$

Разложим разность квадратов на множители

$$(\sqrt{q_2}\,x-\sqrt{q_1}\,(l-x))\,(\sqrt{q_2}\,x+\sqrt{q_1}\,(l-x))=0$$

и, приравнивая к нулю каждый сомножитель, получим:

$$x_1=l\frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2}},\quad x_2=l\frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1}-\sqrt{q_2}}.$$

Оба корня положительны ($q_1>q_2$ по условию), но это ещё не означает, что они оба подходят. Так как $\frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2}}<1$, то $x_1<l$. В то же время $\frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1}-\sqrt{q_2}}>1$, т. е. $x_2>l$.

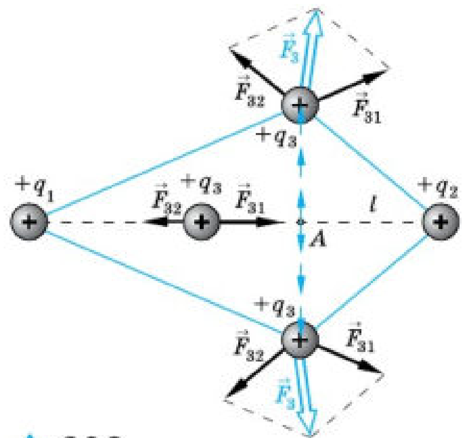
Равновесие возможно между зарядами лишь при $x<l$, поэтому подходит корень x_1. Следовательно, в точке A на расстоянии $x_1=l\frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2}}$ от заряда q_1 заряд любого знака и любого значения будет находиться в равновесии.

Выбрать подходящий корень уравнения можно и иначе, рассмотрев известный частный случай. Пусть, например, $q_1=q_2$. При этом очевидно, что третий заряд будет находиться в равновесии при $x=l/2$. В этом случае $x_1=l/2$; $x_2=\infty$. Следовательно, подходит только корень x_1.

Неустойчивость равновесия статических зарядов. Выясним, устойчивым или неустойчивым будет равновесие третьего заряда.

При устойчивом равновесии тело, выведенное из положения равновесия, возвращается к нему, при неустойчивом — удаляется от него.

Определим тип равновесия положительного заряда q_3, помещённого в точке A между положительными зарядами q_1 и q_2 (рис. 298).



298

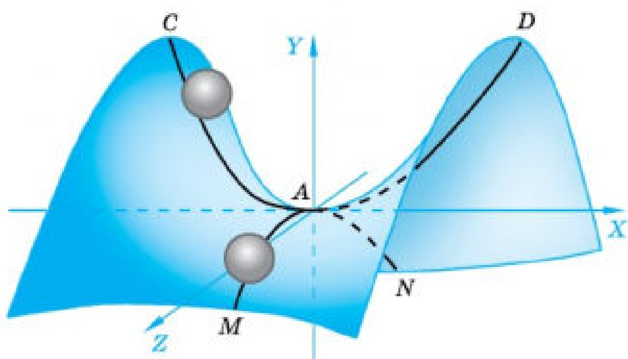
Неустойчивое равновесие положительного заряда в точке A

При смещении заряда q_3 в сторону q_1 расстояние между этими зарядами уменьшается и сила отталкивания $\vec{F}_{31}$ становится по модулю больше $\vec{F}_{32}$. Заряд возвращается к положению равновесия. При смещении третьего заряда ко второму второй заряд отталкивает третий к положению равновесия сильнее, чем первый. Заряд q_3 возвращается к точке A. Таким образом, при горизонтальном смещении равновесие заряда q_3 устойчивое.

При смещении заряда q_3 вертикально вверх равнодействующая сил $\vec{F}_{31}$ и $\vec{F}_{32}$ выталкивает его от положения равновесия вверх (см. рис. 298). При смещении заряда q_3 вниз относительно горизонтальной линии, соединяющей заряды q_1 и q_2, третий заряд выталкивается вниз.

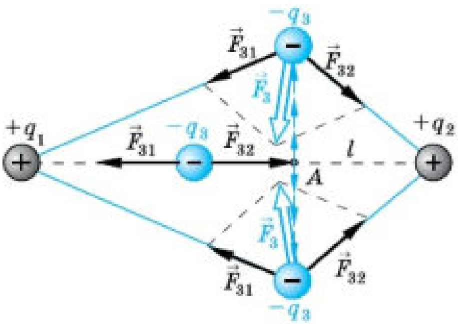
Таким образом, при вертикальном смещении равновесие заряда q_3 неустойчивое. Каким же в целом оказывается равновесие заряда q_3? Для ответа на этот вопрос воспользуемся механической аналогией. В подобном состоянии равновесия находится в точке A шарик на седле (рис. 299).

Его равновесие устойчивое в направлении CAD и неустойчивое вдоль MAN. Смещение шарика возможно по любым направлениям. Если ша-



299

Механическая аналогия неустойчивого равновесия заряда в точке A: равновесие устойчиво вдоль направления CAD; вдоль MAN равновесие неустойчиво



▲ 300

Неустойчивое равновесие отрицательного заряда в точке A

рик начнёт двигаться вдоль MAN, то он упадёт с седла. Значит, его равновесие неустойчиво.

Равновесие отрицательного заряда ($-q_3$) в точке A (рис. 300) устойчивое для вертикального смещения, но неустойчивое для горизонтального. Следовательно, в целом равновесие неустойчивое.

Рассмотренный пример иллюстрирует общую закономерность: *система статических зарядов не может быть устойчивой*.

По этой причине стабильное вещество может строиться лишь из движущихся зарядов.

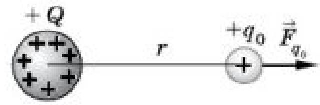
ВОПРОСЫ

1. Почему равновесие третьего заряда возможно лишь между двумя положительными зарядами?
2. Почему равновесие третьего заряда не зависит от его знака?
3. Почему равновесие третьего заряда не зависит от его значения?
4. Докажите, что равновесие отрицательного заряда в точке A будет неустойчивым (см. рис. 300).
5. Объясните, почему равновесие статических зарядов неустойчиво.

ЗАДАЧИ

1. Заряженные шарики, находящиеся на расстоянии l = 0,5 м друг от друга, отталкиваются с силой F = 0,576 Н. Суммарный заряд шариков Q = 10 мкКл. Найдите заряд каждого шарика.
2. Точечные заряды q и $2q$ находятся на расстоянии l друг от друга. В какой точке следует поместить третий заряд, чтобы система находилась в равновесии? Определите значение и знак этого заряда.
3. Три одинаковых положительных точечных заряда находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной l = 30 см. Сила, действующая на каждый заряд, F = 17,3 Н. Найдите значения зарядов.
4. Три одинаковых точечных отрицательных заряда q = –10 мкКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы вся система зарядов находилась в равновесии?
5. В вершинах квадрата находятся четыре одинаковых положительных точечных заряда q. Какой заряд следует поместить в центр квадрата, чтобы вся система зарядов находилась в равновесии?

§ 81. Напряжённость электростатического поля



301

Зондирование пробным зарядом электростатического поля, созданного зарядом $+Q$

Заряд — источник электромагнитного поля. Скорость распространения электромагнитного взаимодействия (поля) конечна и равна скорости света c, поэтому сила Кулона между заряженными частицами начинает действовать не мгновенно.

Предположим, что в результате трения создаётся заряд $+Q$ в момент времени $t = 0$. Тогда заряд $+q$, находящийся от него на расстоянии r, начинает отталкиваться от заряда $+Q$ через промежуток времени $t = \frac{r}{c}$.

Если заряд q находится на Луне, а заряд Q на Земле, то $r = 380\,000$ км. Отталкивание зарядов начнётся через 1,3 с (скорость света равна 300 000 км/с).

Заряд является источником электромагнитного взаимодействия, или *источником электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве со скоростью света.*

Силовая характеристика электростатического поля. Рассмотрим электростатическое поле, созданное точечным положительным зарядом Q. Это поле в любой точке можно характеризовать силой, действующей на пробный заряд, помещённый в эту точку (рис. 301).

Пробный заряд должен быть настолько мал, чтобы его внесение в исследуемое поле не изменяло поле, т. е. не вызывало перераспределение заряда Q. Пробный заряд выбирают положительным по знаку.

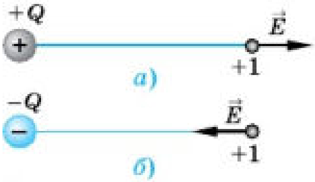
По закону Кулона сила отталкивания, действующая на пробный заряд $+q_0$, равна

$$F_{q_0} = k\frac{Qq_0}{r^2}. \qquad (219)$$

Как видно, сила F_{q_0} зависит не только от заряда Q, создающего поле, но и от пробного заряда q_0. В то же время отношение силы, действующей на пробный заряд q_0, к величине этого заряда не зависит от его модуля и определяет *напряжённость электростатического поля.*

Напряжённость электростатического поля — векторная физическая величина, равная отношению силы Кулона, с которой поле действует на пробный положительный заряд, помещённый в данную точку поля, к этому заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{q_0}}{q_0}. \qquad (220)$$



302

Направление вектора напряжённости:
а — в случае положительного точечного заряда +Q;
б — в случае отрицательного точечного заряда −Q

Напряжённость поля — *силовая характеристика электростатического поля.*

С учётом формулы (219) напряжённость поля, созданного точечным положительным зарядом Q, в точке, находящейся на расстоянии r от него, равна

$$E = k\frac{Q}{r^2}. \qquad (221)$$

Напряжённость электростатического поля в данной точке пространства численно равна силе Кулона, с которой поле действует на пробный единичный положительный заряд, помещённый в этой точке.

Единица напряжённости — *ньютон на кулон* (Н/Кл).

Направление вектора напряжённости совпадает с направлением силы Кулона, действующей на единичный положительный заряд, помещённый в данную точку поля (рис. 302).

Зная напряжённость поля в какой-либо точке пространства, можно найти силу, действующую на заряд q, помещённый в эту точку:

$$\vec{F}_q = q\vec{E}. \qquad (222)$$

Примеры значений напряжённости электромагнитного поля в природе даны в таблице 25.

Таблица 25

Характерные значения напряжённости электромагнитного поля

Источник электромагнитного поля	Напряжённость поля, Н/Кл	Источник электромагнитного поля	Напряжённость поля, Н/Кл
Фоновое излучение космического пространства	$3 \cdot 10^{-6}$	Солнечный свет	10^3
Электропроводка	10^{-2}	Гроза	10^4
Радиоволны	10^{-1}	Пробой воздуха	$3 \cdot 10^6$
Электрические часы	1,5	Мембрана клетки	10^7
Стереосистема	10	Импульсный лазер	$5 \cdot 10^{11}$
Гелий-неоновый лазер	100	Протон в атоме водорода	$6 \cdot 10^{11}$
Атмосфера (ясная погода)	150	Поверхность пульсара	10^{14}
Брызги воды в душе	800	Поверхность ядра урана	$2 \cdot 10^{21}$

ВОПРОСЫ

1. Предложите способ обнаружения в пространстве электростатического поля.
2. Сформулируйте определение напряжённости электростатического поля. Какова единица напряжённости?
3. Как напряжённость поля, созданного точечным зарядом, зависит от расстояния?
4. Какую поверхность образует геометрическое место точек с одинаковым модулем напряжённости электростатического поля точечного заряда?
5. Что из себя представляет геометрическое место точек с одинаковым по направлению вектором напряжённости электростатического поля точечного заряда?

ЗАДАЧИ

1. Напряжённость поля в точке A направлена на восток и равна $2 \cdot 10^5$ Н/Кл. Какая сила и в каком направлении будет действовать на заряд –3 мкКл?
2. Определите напряжённость поля, созданного протоном на расстоянии $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м от него. Какая сила действует на электрон, находящийся в этой точке?
3. Определите ускорение электрона в точке B, если напряжённость поля в этой точке равна $1{,}3 \cdot 10^{11}$ Н/Кл.
4. На точечный заряд q = 2 мкКл действует сила F = 9 Н со стороны другого точечного заряда Q. Найдите напряжённость электростатического поля, созданного зарядом Q, в точке, находящейся посередине расстояния между зарядами Q и q.
5. Точечный заряд, помещённый в начале координат, создаёт напряжённость поля в точках *1* и *2*, находящихся на положительной полуоси оси OX, равную соответственно $E_1 = 3{,}6 \cdot 10^{-5}$ Н/Кл и $E_2 = 1{,}6 \cdot 10^{-5}$ Н/Кл. Определите напряжённость поля в точке C, лежащей посередине между точками *1* и *2*.

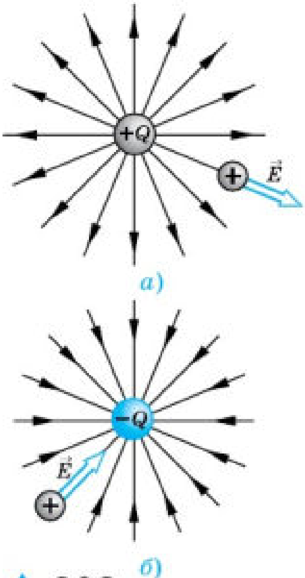
§ 82. Линии напряжённости электростатического поля

Графическое изображение электростатического поля. Для того чтобы составить представление о распределении электростатического поля в пространстве, можно показать векторы напряжённости в некоторых точках.

Для большей наглядности электростатическое поле представляют непрерывными *линиями напряжённости*.

Линии напряжённости — линии, касательные к которым в каждой точке поля совпадают с направлением вектора напряжённости электростатического поля в данной точке.

Линии напряжённости поля не пересекаются (в противном случае напряжённость электростатического поля не имела бы определённого направления в данной точке).



▲ **303**

Линии напряжённости поля точечного заряда:
а — положительный заряд;
б — отрицательный заряд

Линии напряжённости электростатического поля, созданного точечным положительным зарядом, направлены радиально от заряда, так как пробный заряд в любой точке отталкивается от него.

Положительный заряд является *источником линий напряжённости.*

Линии напряжённости выходят из изолированного положительного заряда и уходят в бесконечность (рис. 303, *а*).

Линии напряжённости электростатического поля, созданного точечным отрицательным зарядом, направлены радиально к заряду, так как пробный заряд в любой точке притягивается к нему.

Отрицательный заряд является *стоком линий напряжённости.*

Линии напряжённости входят в изолированный отрицательный заряд из бесконечности (рис. 303, *б*).

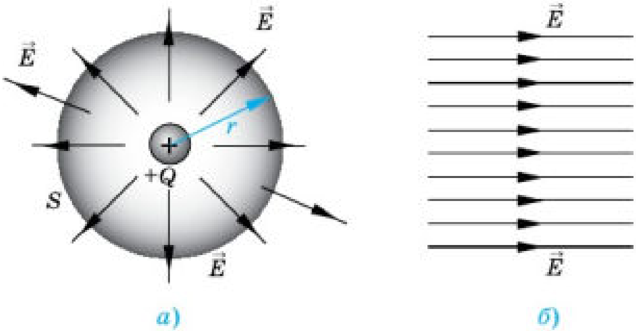
Степень сгущения линий напряжённости. По изменению числа линий, пронизывающих единицу площади, можно судить о модуле напряжённости поля при переходе от одной точки к другой.

Проследим это на самом простом примере — поле точечного заряда. Линии напряжённости поля точечного положительного заряда $+Q$ пронизывают сферическую поверхность радиусом r (площадь сферы $S = 4\pi r^2$). Сквозь единицу поверхности сферы проходит $\frac{N}{S} = \frac{N}{4\pi r^2}$ линий напряжённости (N — число линий, пронизывающих поверхность сферы S) (рис. 304, *а*), поэтому степень сгущения

$$\frac{N}{S} \sim \frac{1}{r^2}.$$

Однако напряжённость E поля на расстоянии r, созданная зарядом Q, также пропорциональна $\frac{1}{r^2}$ (см. формулу (221)). Следовательно,

$$E \sim \frac{N}{S}.$$



304 *Пропорциональность модуля напряжённости электростатического поля степени сгущения линий напряжённости:*
а — поле точечного заряда;
б — однородное поле

Модуль напряжённости поля пропорционален степени сгущения линий напряжённости электростатического поля. Это значит, что в области сгущения линий напряжённость поля больше, а в области разрежения — меньше. Если расстояние между линиями напряжённости в некоторой области пространства одинаково (линии параллельны), то одинакова и напряжённость поля в этой области (рис. 304, *б*).

Электростатическое поле, векторы напряжённости которого одинаковы во всех точках пространства, называют однородным.

Подобное поле наблюдается между пластинами плоского конденсатора.

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение линий напряжённости электростатического поля.
2. Почему линии напряжённости для точечных зарядов направлены радиально?
3. Где начинаются и где заканчиваются линии напряжённости электростатического поля? Почему они не пересекаются?
4. Почему модуль напряжённости поля пропорционален степени сгущения линий напряжённости электростатического поля?
5. Какой главный отличительный признак однородного электростатического поля?

§ 83. Принцип суперпозиции электростатических полей

Напряжённость поля системы зарядов. Силы, действующие на единичный положительный заряд в данной точке со стороны других зарядов, не зависят друг от друга. Согласно принципу суперпозиции сил (см. формулу (53)), результирующая сила, действующая, например, на единичный положительный заряд, равна векторной сумме сил, с которыми на него действует каждый заряд. Учитывая определение напряжённости поля, можно сформулировать *принцип суперпозиции электростатических полей* (по аналогии с принципом суперпозиции сил).

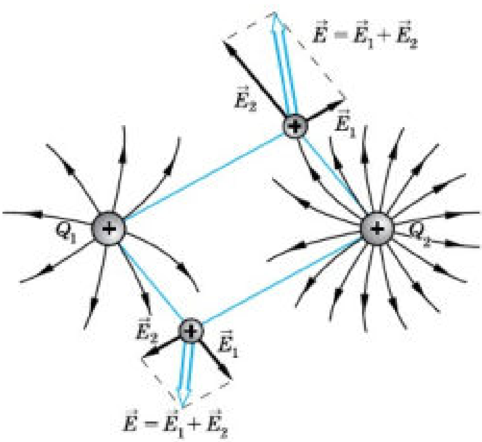
Принцип суперпозиции электростатических полей

Напряжённость поля системы зарядов в данной точке равна геометрической (векторной) сумме напряжённостей полей, созданных в этой точке каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n. \qquad (223)$$

Благодаря принципу суперпозиции задача о нахождении напряжённости электростатического поля, создаваемого любой системой заряженных частиц, сводится к суммированию напряжённостей полей точечных зарядов.

Например, напряжённость электростатического поля, созданного двумя точечными положительными зарядами, равна сумме напряжённостей в каждой точке пространства (рис. 305).



305

Использование принципа суперпозиции для построения линий напряжённости системы двух положительных зарядов

Систему зарядов с суммарным зарядом $Q \neq 0$ на расстоянии r от неё, много большем размера системы l ($r \gg l$), можно рассматривать как точечный заряд. Напряжённость поля, создаваемого такой системой, совпадает с напряжённостью поля точечного заряда

$$E \approx \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Для системы зарядов, суммарный заряд которой равен нулю ($Q = 0$), напряжённость поля на расстоянии, много большем размеров системы, не равна нулю. Покажем это.

Электростатическое поле диполя. Простейшей системой с нулевым суммарным зарядом является электрический диполь (два полюса).

Электрический диполь — система, состоящая из двух равных по модулю разноимённых точечных зарядов.
Плечо диполя — отрезок прямой длиной l, соединяющий заряды.

В качестве диполя можно рассматривать любую полярную молекулу — HCl, $CuCl_2$ и др.

Найдём напряжённость поля, созданного диполем в точке A, находящейся на одинаковом расстоянии R от зарядов (рис. 306, *а*).

Известны заряды $+Q$, $-Q$, плечо диполя l, а также расстояние $OA = r$. Это расстояние измеряется по перпендикуляру, проведённому из середины плеча диполя.

Напряжённость $\vec{E}_1$ поля в точке A, созданного положительным зарядом, направлена радиально от него. Напряжённость $\vec{E}_2$ поля, созданного отрицательным зарядом в этой точке, направлена радиально к нему.

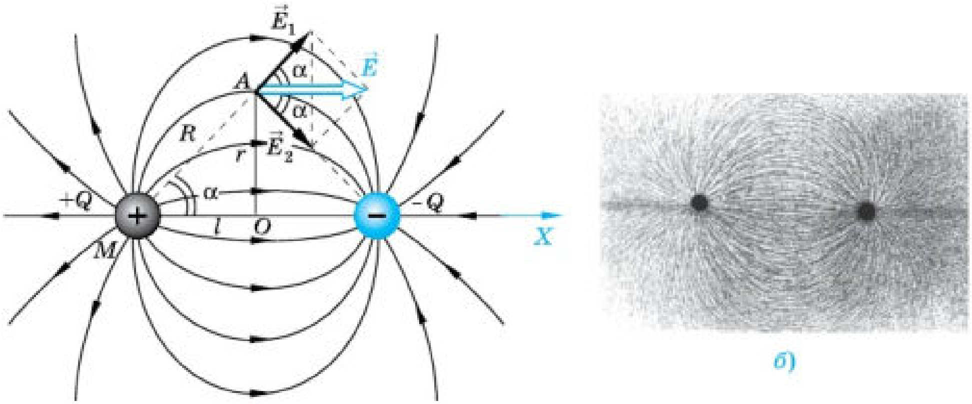
Напряжённости E_1 и E_2 равны друг другу:

$$E_1 = E_2 = \frac{kQ}{R^2},$$

где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.

По теореме Пифагора

$$R^2 = r^2 + (l/2)^2.$$



306

Электростатическое поле диполя: а — суперпозиция электростатических полей; б — кусочки шёлка в масле выстраиваются вдоль линий напряжённости диполя

Тогда

$$E_1 = E_2 = \frac{kQ}{[r^2 + (l/2)^2]}. \tag{224}$$

По принципу суперпозиции

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Суммарная напряжённость поля направлена параллельно оси диполя по оси X:

$$E_x = E_{1x} + E_{2x}, \tag{225}$$

где E_{1x}, E_{2x} — проекции напряжённостей на ось X.

Из рисунка 304, *а* видно, что

$$E_{1x} = E_{2x} = E_1 \cos\alpha. \tag{226}$$

Из $\triangle MAO$ находим

$$\cos\alpha = \frac{l/2}{R} = \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + (l/2)^2}}. \tag{227}$$

Подставляя выражения (224) и (227) сначала в (226) и затем в (225), находим напряжённость поля диполя:

$$E = k\frac{Ql}{(r^2 + (l/2)^2)^{3/2}}. \tag{228}$$

Так как $r \gg l$, то в знаменателе формулы (228) можно пренебречь l по сравнению с r. Тогда на большом расстоянии от диполя

$$E \approx k\frac{Ql}{r^3}.$$

Чем меньше расстояние l между зарядами, образующими диполь, тем меньше напряжённость электростатического поля, созданного диполем.

Напряжённость электронейтрального диполя не равна нулю, поэтому полученное выражение можно переписать в виде

$$E \approx \left[k\frac{Q}{r^2}\right]\left(\frac{l}{r}\right),$$

где kQ/r^2 — напряжённость поля, созданного точечным зарядом Q. Множитель l/r характеризует малость результирующей напряжённости диполя по сравнению с напряжённостью поля точечного заряда.

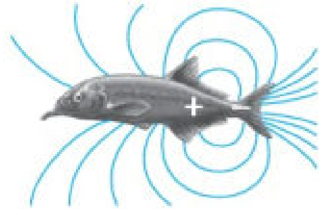
Поле диполя мало из-за компенсации полей разноимённых зарядов. На большом расстоянии от диполя напряжённость убывает по закону $1/r^3$, т. е. гораздо быстрее, чем по закону $1/r^2$, справедливому для точечного заряда.

В поле диполя кусочки шёлка в масле выстраиваются вдоль линий напряжённости (рис. 306, *б*).

Электростатическое поле, подобное полю диполя, создаёт вокруг себя нильский слоник (рис. 307).

Он обнаруживает окружающие объекты по изменению напряжённости созданного им поля.

Электрический диполь является важной физической моделью, так как электронейтральные макроскопические тела можно рассматривать как совокупность диполей. Электростатическое поле, созданное такими телами, оказывается короткодействующим, т. е. быстро убывающим с расстоянием. *Электростатическое поле сосредоточено внутри макроскопического тела и вблизи его поверхности.*



307

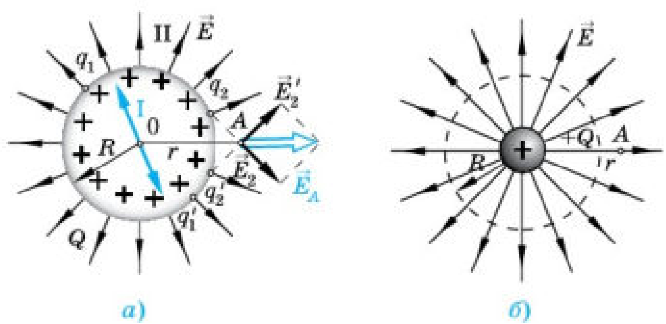
Электростатическое поле нильского слоника

Электростатическое поле заряженной сферы. Принцип суперпозиции позволяет рассчитать напряжённость электростатического поля, созданного заряженными телами конечных размеров. Такие тела нельзя рассматривать как точечные заряды. Поле, созданное заряженными телами конечных размеров, можно рассматривать как суперпозицию полей отдельных точечных зарядов.

Вычисление напряжённости электростатического поля в определённой точке, созданного заряженными телами конечных размеров, проводится в следующей последовательности:

- тело мысленно разбивается на точечные заряды;
- находится напряжённость поля, созданного в этой точке одним из таких зарядов;
- напряжённость поля, созданного заряженным телом, получается суммированием напряжённостей полей, созданных всеми точечными зарядами, в соответствии с принципом суперпозиции.

Найдём напряжённость электростатического поля, созданного положительным зарядом Q, равномерно распределённым на поверхности сферы радиусом R (рис. 308, *а*).



308

Тождественность линий напряжённости вне заряженной сферы (а) линиям напряжённости точечного заряда (б)

В центре сферы напряжённость поля равна нулю, так как напряжённости поля, созданного любыми диаметрально противоположными зарядами q_1 и q_1', одинаковы по модулю и противоположны по направлению. Вычисления показывают, что напряжённости полей, созданных такими зарядами, в любой точке внутри сферы (область I) компенсируют друг друга.

Внутри заряженной сферы электростатическое поле отсутствует, т. е. напряжённость поля равна нулю.

Найдём напряжённость поля в произвольной точке A (вне сферы, область II), находящейся на расстоянии r от центра сферы. Мысленно разделим сферу на пары одинаковых точечных зарядов q_2 и q_2', симметричных относительно отрезка OA или оси r. Любая такая пара зарядов создаёт напряжённость вдоль оси r, поэтому напряжённость вне заряженной сферы направлена радиально, от сферы.

Электростатическое поле, созданное заряженной сферой, сосредоточено в определённой области пространства — вне сферы.

Линии напряжённости поля, созданного заряженной сферой в этой области, совпадают с линиями напряжённости точечного положительного заряда $+Q$, помещённого в центр сферы (рис. 308, *б*).

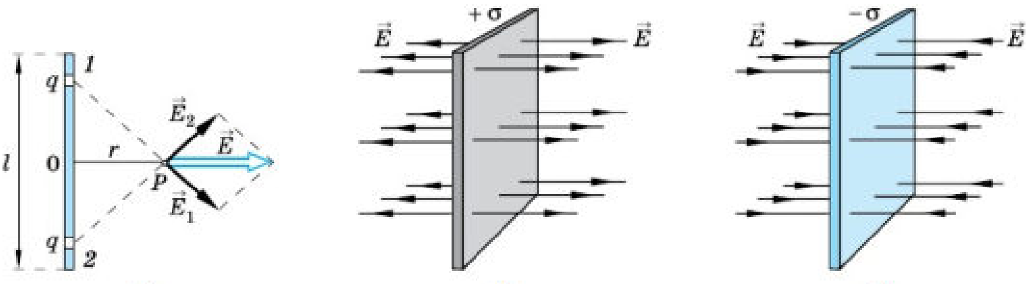
Как уже отмечалось, напряжённость поля, созданного любым телом (а следовательно, и сферой) с зарядом Q на большом расстоянии r от него, равна напряжённости поля точечного заряда.

Совпадение линий напряжённости поля, созданного заряженной сферой и точечным зарядом вне сферы, а также равенство их электростатических полей на большом расстоянии от зарядов позволяет найти напряжённость электростатического поля вне сферы на расстоянии r от её центра ($r \geqslant R$):

$$\boldsymbol{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \qquad (229)$$

Напряжённость электростатического поля вне равномерно заряженной сферы совпадает с напряжённостью поля точечного заряда, равного заряду сферы и помещённого в её центре.

Электростатическое поле заряженной плоскости. Вычислим напряжённость электростатического поля в непосредственной близости от заряженной плоскости, т. е. на расстоянии r, значительно меньшем, чем линейный размер плоскости l ($r \ll l$). На этом расстоянии в точке P (рис. 309, *а*) плоскость можно считать бесконечной.



309

Линии напряжённости бесконечной заряженной плоскости:
а — принцип суперпозиции; б — положительно заряженная плоскость;
в — отрицательно заряженная плоскость

Так, бесконечным кажется невысокий дом, если смотреть на него с очень близкого расстояния.

Предположим, что положительный заряд Q равномерно распределён по плоскости площадью S. Характеристикой его распределения по плоскости является *поверхностная плотность заряда*.

Поверхностная плотность заряда — физическая величина, равная отношению заряда, равномерно распределённого по поверхности площадью S, к площади:

$$\sigma = \frac{Q}{S}. \qquad (230)$$

Единица поверхностной плотности заряда — *кулон на квадратный метр* (Кл/м^2). Поверхностная плотность заряда численно равна заряду, находящемуся на 1 м^2 поверхности.

Разобьём мысленно положительно заряженную плоскость на пары одинаковых зарядов q, симметричных относительно точки O. В произвольной точке P каждый заряд создаёт электростатическое поле напряжённостями $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$.

Результирующая напряжённость поля в точке P от этой пары зарядов направлена перпендикулярно плоскости от неё. Аналогичным будет направление напряжённости поля, созданного другими симметричными парами зарядов в точке P.

Так как плоскость бесконечна, то можно утверждать, что напряжённость поля в любой точке направлена аналогично.

Линии напряжённости поля положительно заряженной бесконечной плоскости направлены от неё перпендикулярно её поверхности (рис. 309, *б*).

Линии напряжённости поля отрицательно заряженной бесконечной плоскости направлены к ней перпендикулярно её поверхности (рис. 309, *в*), так как единичный положительный заряд притягивается к плоскости.

Линии напряжённости электростатического поля параллельны лишь в случае однородного поля. Это означает, что напряжённость поля, созданного бесконечной заряженной плоскостью, постоянна (одинакова на любом расстоянии от плоскости) и зависит только от поверхностной плотности заряда σ.

Модуль напряжённости поля вблизи заряженной плоскости пропорционален степени сгущения линий напряжённости $E \sim \frac{N}{2S}$, где N — число линий напряжённости, пронизывающих обе стороны плоскости (см. рис. 307, *б*). На большом расстоянии r ($r \gg 1$) от плоскости электростатическое поле плоскости подобно полю точечного заряда: $E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \sim \frac{N}{4\pi r^2}$.

Отношение E/E_r даёт

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \tag{231}$$

Полученное выражение справедливо лишь на малых (по сравнению с размерами плоскости) расстояниях от плоскости.

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте принцип суперпозиции электростатических полей.
2. Какую напряжённость поля создаёт на большом расстоянии от себя любая система, суммарный заряд которой отличен от нуля?
3. Как зависит от расстояния напряжённость поля, созданного диполем?
4. Как зависит от расстояния напряжённость поля, созданного заряженной сферой? Почему внутри сферы напряжённость поля равна нулю?
5. Почему заряженная плоскость создаёт однородное поле, напряжённость которого направлена перпендикулярно плоскости? Чему равна напряжённость этого поля?

ЗАДАЧИ

1. Два одинаковых точечных положительных заряда q = 10 мкКл находятся на расстоянии l = 12 см один от другого. Найдите напряжённость поля в точке A, находящейся посередине расстояния между зарядами. Определите напряжённость

поля, созданного зарядами, в точке B, лежащей на перпендикуляре, восставленном из точки A, если $AB = x = 8$ см.

2. Диполь образован двумя зарядами $|q| = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл, находящимися на расстоянии $l = 10^{-9}$ м друг от друга. Найдите напряжённость поля, созданного диполем в точке A, находящейся на расстоянии $a = 2{,}5 \cdot 10^{-10}$ м от отрицательного заряда (вне диполя на его оси).

3. Расстояние между зарядами $q_1 = +2$ нКл и $q_2 = -2$ нКл равно $l = 10$ см. Определите напряжённость поля, созданного диполем в точке A, находящейся на расстоянии $l_1 = 6$ см от положительного заряда и на расстоянии $l_2 = 8$ см от отрицательного.

4. Электростатическое поле создано двумя равномерно заряженными концентрическими сферами, радиусы которых $R_1 = 2$ см и $R_2 = 4$ см. Заряд сфер соответственно равен $Q_1 = 1$ нКл и $Q_2 = -3$ нКл. Определите напряжённость поля в точках, лежащих от центра сфер на расстоянии: 1 см; 3 см; 5 см.

5. Электростатическое поле создаётся двумя бесконечными параллельными плоскостями, равномерно заряженными разноимёнными зарядами с поверхностной плотностью $-\sigma$ и $+2\sigma$, расположенными на расстоянии d друг от друга. Найдите напряжённость электростатического поля между плоскостями и за их пределами. Постройте график изменения напряжённости вдоль оси X, перпендикулярной плоскостям.

ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Что в жизнедеятельности человека можно описать с помощью термина «квантование»?

2. Каков механизм появления дактилоскопических отпечатков, полученных с помощью явления электризации?

3. Перечислите источники электростатического поля в вашей квартире.

4. Подготовьте дискуссию «Поле человека: миф или реальность».

5. Попробуйте сформулировать определение понятия «дружба» через термин «суперпозиция». Ответ аргументируйте.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

■ **Электрический заряд** — физическая величина, определяющая силу электромагнитного взаимодействия.

Существует два вида электрических зарядов — положительные и отрицательные.

Минимальным положительным зарядом ($+e$) обладает протон, минимальным отрицательным зарядом ($-e$) — электрон.

Электрический заряд дискретен: суммарный положительный заряд тела кратен заряду протона, суммарный отрицательный — заряду электрона.

Суммарный заряд электронейтральных тел равен нулю.

- **Электризация** — процесс возникновения электрических зарядов на макроскопических телах (или на их частях) при внешних воздействиях.
  Заряды одинакового знака отталкиваются, а противоположных знаков притягиваются друг к другу.
- **Закон сохранения электрического заряда:** *алгебраическая сумма зарядов электрически изолированной системы постоянна.*
- Сила электростатического взаимодействия двух точечных зарядов в вакууме определяется **законом Кулона:**

$$F_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где q_1 и q_2 — модули зарядов, r — расстояние между ними,

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2,$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2).$$

- Система статических зарядов не может быть устойчивой.
- Взаимодействие между зарядами передаётся электромагнитным полем, источником которого является заряд. Электромагнитное поле распространяется в пространстве со скоростью света.
- Электростатическое поле в данной точке характеризуется напряжённостью поля.

  Напряжённость электростатического поля — векторная физическая величина, равная отношению силы Кулона, с которой поле действует на пробный положительный заряд q_0, помещённый в данную точку поля, к этому заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{q_0}}{q_0}.$$

Единица напряжённости — *ньютон на кулон* (1 Н/Кл).

- Напряжённость электростатического поля, созданного точечным положительным зарядом Q в точке, находящейся на расстоянии r от него,

$$E = k\frac{Q}{r^2}.$$

- Сила, действующая на точечный заряд, помещённый в электростатическое поле, напряжённость которого $\vec{E}$,

$$\vec{F}_q = q\vec{E}.$$

- **Линии напряжённости** — линии, касательные к которым в каждой точке поля совпадают с направлением вектора напряжённости электростатического поля в данной точке.
  Модуль напряжённости электростатического поля пропорционален степени сгущения линий напряжённости поля.
- **Принцип суперпозиции электростатических полей:** *напряжённость поля системы зарядов в данной точке равна геометрической (векторной) сумме напряжённостей полей, созданных в этой точке каждым зарядом в отдельности:*

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n.$$

- Внутри заряженной сферы напряжённость электростатического поля равна нулю.

Вне равномерно заряженной сферы напряжённость электростатического поля совпадает с напряжённостью поля точечного заряда, равного заряду сферы и помещённого в её центре.

- Напряжённость поля, созданного бесконечной заряженной плоскостью:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

где $\sigma = \frac{Q}{S}$. — поверхностная плотность заряда.

15 Энергия электромагнитного взаимодействия неподвижных зарядов

§ 84. Работа сил электростатического поля

Аналогия движения частиц в электростатическом и гравитационном полях. Физические величины, введённые в механике (перемещение, сила, работа силы, потенциальная энергия), используются при описании любого фундаментального взаимодействия, включая электромагнитное.

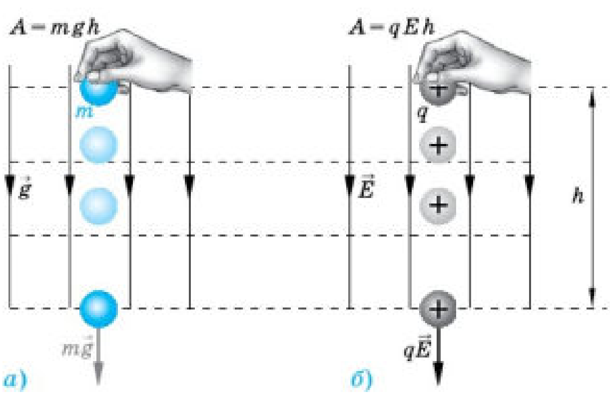
Работа, совершаемая силой тяжести в однородном (g = const) гравитационном поле Земли (рис. 310, *а*) при перемещении частицы на расстояние h вдоль $\vec{g}$, равна

$$A_g = mgh. \tag{232}$$

При перемещении положительного заряда $+q$ на расстояние h вдоль линии напряжённости однородного ($\vec{E}$ = const) электростатического поля (рис. 310, *б*) (созданного, например, заряженной плоскостью) совершается работа

$$A_q = F_{эл}h = qEh. \tag{233}$$

В зависимости от рассматриваемого вида взаимодействия в выражении работы фигурирует либо гравитационная сила mg, либо кулоновская qE. Движение заряженной частицы в однородном электростатиче-



310
Аналогия движения частиц:
а — в гравитационном поле;
б — в однородном электростатическом поле

ском поле аналогично её движению в однородном гравитационном поле, если

$$qE = mg. \tag{234}$$

При напряжённости электростатического поля $E = mg/q$ ускорения частиц, движущихся в гравитационном и электростатическом полях, совпадают.

Силы гравитационного и электростатического взаимодействия одинаково зависят от расстояния между телами и направлены по прямой, соединяющей тела. Поэтому, так же как и в случае гравитационного поля, *работа сил электростатического поля при перемещении заряженной частицы из одной точки в другую не зависит от формы траектории, а зависит лишь от начального и конечного положений частицы.* Это означает, что *электростатическое поле потенциально.*

Потенциальность электростатического поля. Работа электростатической силы (как и любой потенциальной силы) равна разности потенциальной энергии заряженной частицы в её начальном и конечном положениях (см. формулу (90)):

$$A = W_1 - W_2.$$

В этом разделе мы будем обозначать потенциальную энергию буквой W (чтобы не путать с обозначением напряжённости поля E).

Нуль потенциальной энергии электростатического поля выбирается произвольно.

Если электростатическое поле совершает положительную работу, то энергия заряженного тела уменьшается ($W_2 < W_1$). При этом его кинетическая энергия возрастает. Подобным образом увеличивают свою скорость заряженные частицы в ускорителях, электронных трубках.

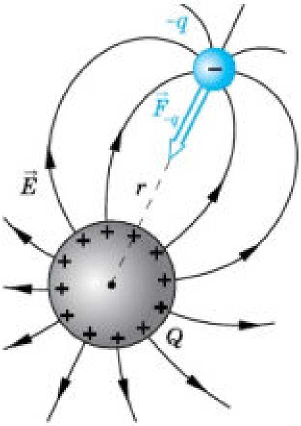
Потенциальная энергия взаимодействия точечных зарядов. Потенциальную энергию взаимодействия точечных зарядов можно найти, используя аналогию между электромагнитным и гравитационным взаимодействиями. Это возможно, так как сила всемирного тяготения и сила Кулона зависят от расстояния по одному и тому же закону: $\sim \frac{1}{r^2}$.

Тело массой m притягивается к Земле гравитационной силой

$$F_g = G\frac{mM_\oplus}{r},$$

а отрицательный заряд $-q$ притягивается к положительному заряду Q силой Кулона (рис. 311)

$$F_{-q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r}.$$



▲ 311

Аналогия электрического притяжения разноимённых зарядов и гравитационного притяжения

Потенциальная энергия гравитационного притяжения зависит от расстояния между телом и Землёй по закону (см. формулу (95))

$$E_p = W = -G\frac{mM_{\oplus}}{r}.$$

Заменив $GmM_{\oplus}$ на $\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}$ в этом выражении, получим потенциальную энергию заряда $-q$ в поле заряда $+Q$:

$$W_{-q} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r}. \qquad (235)$$

Знак «минус» в выражении для потенциальной энергии означает, что между зарядами действует сила притяжения.

Потенциальная энергия положительного заряда $+q$, находящегося на расстоянии r от неподвижного заряда $+Q$, равна

$$\boldsymbol{W_{+q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r}}. \qquad (236)$$

Знак «плюс» в выражении для потенциальной энергии означает, что между зарядами действует сила отталкивания.

Нуль потенциальной энергии в формулах (235) и (236) выбран на бесконечно большом расстоянии, где заряды практически не взаимодействуют друг с другом.

Чем ближе друг к другу расположены заряды $+Q$ и $+q$, тем большей энергией обладает система положительных зарядов.

ВОПРОСЫ

1. В чём прослеживается аналогия движения заряда в однородном электростатическом поле и движения тела в гравитационном поле?
2. Зависит ли работа сил электростатического поля от формы траектории заряженной частицы?
3. Докажите, что электростатическое поле потенциально.
4. Почему электростатическое притяжение разноимённых зарядов подобно гравитационному притяжению?
5. Чему равна потенциальная энергия двух зарядов, находящихся на некотором расстоянии друг от друга?

ЗАДАЧИ

1. Во время грозы между облаками возникает электростатическое поле напряжённостью $E = 3 \cdot 10^6$ Н/Кл. Найдите изменение кинетической энергии электрона под действием электростатического поля на расстоянии $l = 3 \cdot 10^{-9}$ м.
2. Электростатическое поле создаётся двумя бесконечными параллельными пластинами, равномерно заряженными разноимёнными зарядами с поверхностной плотностью $-\sigma$ и $+\sigma$. Расстояние между пластинами d. Какую работу совершает электростатическое поле над электроном при его перемещении из точки A в точку B? Какую скорость приобретает в точке B электрон, если в точке A он покоился?
3. Какая работа совершается электростатическим полем протона атома водорода над электроном, вращающимся вокруг протона по круговой орбите радиусом $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м?
4. Система, состоящая из двух положительных точечных зарядов, обладает потенциальной энергией $W_1 = 6 \cdot 10^{-4}$ Дж. Какой потенциальной энергией будет обладать эта система зарядов, если расстояние между ними увеличить втрое по сравнению с первоначальным? Какую работу совершат силы электростатического поля при удалении зарядов друг от друга на расстояние, втрое большее первоначального?
5. Точечный заряд q = 1 мкКл перемещается в поле отрицательного заряда q по некоторой траектории. Первоначальное расстояние между зарядами r_1 = 5 см, конечное r_2 = 9 см. Работа, совершаемая силой электростатического поля над зарядом q, равна A = –0,4 Дж. Найдите заряд Q.

§ 85. Потенциал электростатического поля

Потенциал — энергетическая характеристика поля. Мы уже говорили о том, что для характеристики электрических полей необходимо ввести какие-то физические величины, с помощью которых можно поля изучать, сравнивать. Ранее была определена силовая характеристика поля — напряжённость. Подобно напряжённости, характеризующей силу, действующую на единичный положительный заряд, вводится скалярная величина, характеризующая потенциальную энергию единичного положительного заряда, — *потенциал*.

Потенциальная энергия пробного заряда q_0, находящегося в электростатическом поле заряда Q, пропорциональна произведению модулей этих зарядов. Очевидно, что энергетическая характеристика поля, созданного зарядом Q, не должна зависеть от значения пробного заряда, внесённого в это поле. Из формул (235) и (236) видно, что от величины пробного заряда не зависит отношение потенциальной энергии к заряду q_0.

Потенциал электростатического поля в данной точке — скалярная физическая величина, равная отношению потенциальной энергии, которой обладает пробный положительный заряд, помещённый в данную точку поля, к значению этого заряда:

$$\varphi = \frac{W_{q_0}}{q_0}. \qquad (237)$$

Пробный заряд должен быть достаточно малым, чтобы не перераспределять заряды, создающие поле.

Единицей потенциала является *вольт* (В): 1 В = 1 Дж/Кл.

Вольт равен потенциалу точки поля, в которой заряд 1 Кл *обладает потенциальной энергией* 1 Дж.

Зная потенциал, с помощью формулы (237) легко найти потенциальную энергию заряда q:

$$W_q = q\varphi.$$

Выражение для потенциала электростатического поля, созданного точечным зарядом $+Q$ (см. формулы (235) и (236)), имеет вид

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (238)$$

(Потенциал электростатического поля вне заряженной сферы определяется такой же формулой.)

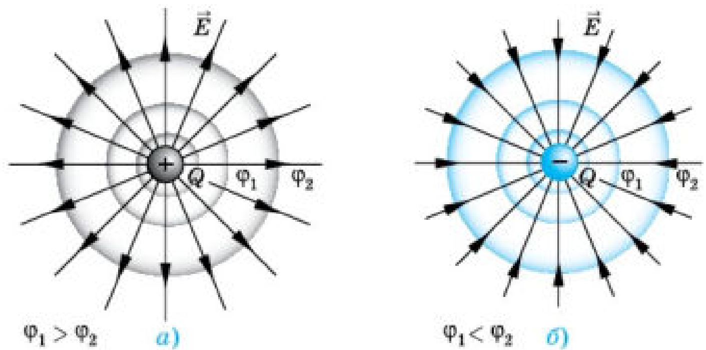
Эквипотенциальные поверхности. На одинаковом расстоянии r от заряда Q, т. е. на поверхности сферы радиусом r, потенциал одинаков.

Эквипотенциальная поверхность — поверхность, во всех точках которой потенциал имеет одно и то же значение.

Для точечного заряда эквипотенциальными поверхностями являются сферы, в центре которых расположен заряд (рис. 312).

При удалении от положительного заряда $+Q$ потенциал уменьшается, а при удалении от отрицательного заряда $-Q$ потенциал возрастает.

Линии напряжённости электростатического поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям и направлены от поверхности с бо́льшим потенциалом к поверхности с меньшим.



312

Эквипотенциальные поверхности и линии напряжённости для положительного и отрицательного точечных зарядов

На рисунке 313 показаны эквипотенциальные поверхности и линии напряжённости параллельных, разноимённо заряженных пластин и электрического поля вблизи Земли.

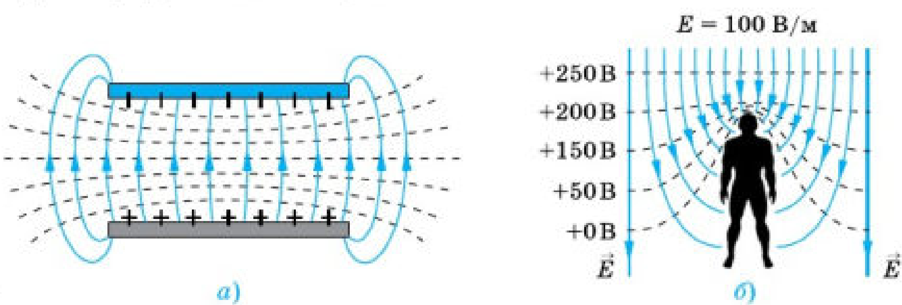
Разность потенциалов. Найдём работу, совершаемую силами электростатического поля при перемещении заряда q из точки *1* в точку *2*. Подставляя в формулу работы выражение для потенциальной энергии, получаем

$$A_q = q(\varphi_1 - \varphi_2), \tag{239}$$

где φ_1, φ_2 — потенциал в точках *1* и *2*.

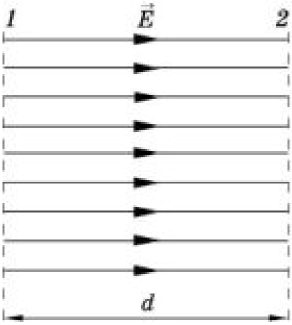
Работа силы электростатического поля равна произведению модуля перемещаемого заряда и разности потенциалов в начальной и конечной точках.

Если потенциал конечной точки принят за нуль, т. е. $\varphi_2 = 0$, то можно дать ещё одно определение потенциала.



313

Эквипотенциальные поверхности:
а — линии напряжённости и эквипотенциали параллельных пластин;
б — эквипотенциали и линии напряжённости вокруг человека, стоящего на Земле



$U = \varphi_1 - \varphi_2 = Ed$

314

Разность потенциалов в однородном поле

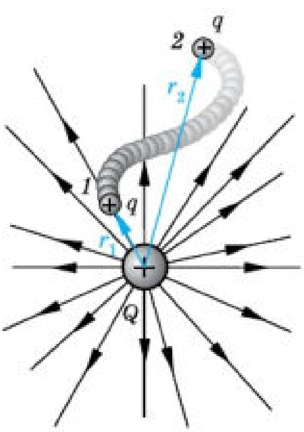
Потенциал в данной точке численно равен работе сил электростатического поля по перемещению единичного положительного заряда из этой точки в точку, принятую за нуль потенциала.

Разность потенциалов называют также *напряжением* и обозначают U. Тогда работа

$$A_q = qU.$$

Следовательно, 1 В — *разность потенциалов между двумя точками электростатического поля, при перемещении между которыми заряда* 1 Кл *поле совершает работу* 1 Дж. Работа по перемещению единичного положительного заряда между двумя точками численно равна разности потенциалов между этими точками.

Разность потенциалов (напряжение) между двумя точками численно равна работе сил электростатического поля при перемещении единичного положительного заряда из начальной точки в конечную.



315

Потенциальность электростатических сил. Разность потенциалов не зависит от формы траектории заряда между точками 1 и 2

С помощью последних выражений можно найти разность потенциалов между двумя точками, находящимися на расстоянии d друг от друга в однородном электростатическом поле вдоль линии напряжённости (рис. 314):

$$A_{+1} = F_{+1}d,$$

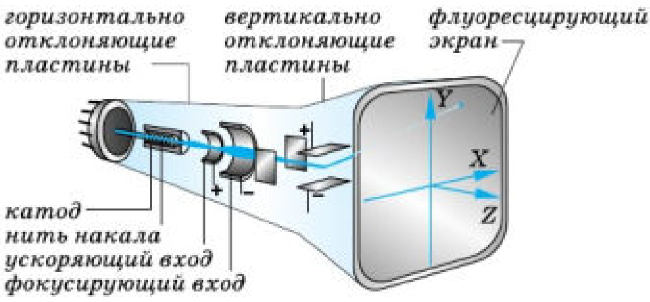
где F_{+1} — сила, действующая на единичный положительный заряд, численно равная E. Следовательно,

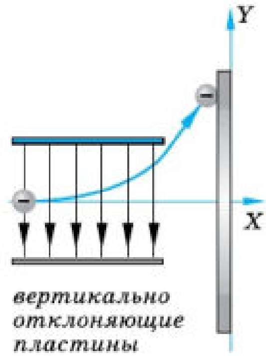
$$U = Ed. \qquad (240)$$

Из формулы (240) следует, что единица напряжённости поля — *вольт на метр* (В/м).

Разность потенциалов между точками *1* и *2* (рис. 315), находящимися на расстоянии r_1 и r_2 от точечного заряда $+Q$, равна

$$U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$





316

Движение электронов в электронно-лучевой трубке

При получении этой разности потенциалов мы воспользовались формулой для потенциала, созданного точечным зарядом $+Q$.

Значительная разность потенциалов ($\sim 10^4$ В) используется для формирования электронного пучка в электронно-лучевой трубке (рис. 316, *а*). На рисунке 316, *б* показана траектория движения электрона между вертикально отклоняющими пластинами (параболическая) и перед попаданием электрона на флуоресцирующий экран (практически прямолинейная).

ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте определение потенциала. Какова его единица в СИ?
2. Потенциал поля, созданного точечным зарядом, зависит от расстояния от точки поля до заряда. По какому закону?
3. Какая поверхностность называется эквипотенциальной?
4. Как линии напряжённости направлены относительно эквипотенциальных поверхностей?
5. Сформулируйте определение разности потенциалов. Чему равна разность потенциалов в однородном поле?

ЗАДАЧИ

1. Найдите потенциал электростатического поля, созданного протоном на расстоянии $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м от него. Какой потенциальной энергией будет обладать электрон, движущийся в атоме водорода вокруг протона по круговой орбите такого радиуса?

2. Определите разность потенциалов между двумя параллельными пластинами, равномерно заряженными с поверхностной плотностью σ и $-\sigma$, расположенными на расстоянии d друг от друга.
3. Электрический заряд перемещается из точки с потенциалом 125 В в точку с потенциалом 75 В. При этом силы электростатического поля совершают работу 1 мДж. Определите заряд q.
4. Разность потенциалов между катодом и ускоряющим анодом в электронно-лучевой трубке телевизора (см. рис. 314) U = 10 кВ. Какую скорость приобретает электрон, пройдя такую разность потенциалов? Начальную скорость электрона примите равной нулю.
5. В пространство между вертикально отклоняющими пластинами кинескопа телевизора влетает электрон со скоростью $v_0 = 6 \cdot 10^7$ м/с, направленной параллельно пластинам (см. рис. 314). На какое расстояние по вертикали сместится электрон за время его движения между пластинами? Длина пластины l = 5 см, расстояние между ними d = 2 см, разность потенциалов между пластинами U = 650 В.

§ 86. Электрическое поле в веществе

Свободные и связанные заряды. На силу взаимодействия между заряженными частицами существенно влияет среда, в которой они находятся. В среде сила взаимодействия заряженных частиц всегда меньше, чем в вакууме. Любая среда ослабляет напряжённость поля. Степень уменьшения напряжённости зависит от свойств среды.

Электрические характеристики электронейтральной среды определяются концентрацией заряженных частиц в ней и их подвижностью, которые зависят от строения атомов вещества и их взаимного расположения.

В металлах валентные электроны находятся за пределами «своего» атома из-за притяжения к соседним атомам. Электроны, потерявшие связь со своим атомом, могут *свободно*, независимо от положительных зарядов перемещаться по металлу.

Положительно заряженные ионы оказываются окружёнными отрицательно заряженными коллективизированными валентными электронами. Электронный газ, заполняя промежутки между ионами, стягивает их кулоновскими силами.

Свободные заряды — нескомпенсированные макроскопические заряды, способные перемещаться под действием электрического поля.

В растворе солей свободными зарядами являются положительные и отрицательные ионы. Свободными также могут быть избыточные заряды, сообщённые веществу извне.

Свободные заряды не могут возникнуть, если энергия связи электрона со своим атомом велика по сравнению с энергией его взаимодействия с соседними атомами вещества. В таком веществе электроны *связаны* с ядром атома (или молекулы).

Связанные заряды — разноимённые заряды, входящие в состав атомов (или молекул), которые не могут перемещаться под действием электрического поля независимо друг от друга.

Проводники, диэлектрики, полупроводники. Все вещества по концентрации и степени подвижности заряженных частиц делят на три группы: *проводники*, *диэлектрики*, *полупроводники*.

Проводник — вещество, в котором свободные заряды могут перемещаться по всему объёму.

К проводникам относят металлы, растворы солей, щелочей, кислот, плазму, тело человека.

В отсутствие свободных зарядов и при наличии связанных вещество относят к *диэлектрикам*.

Диэлектрик — вещество, содержащее только связанные заряды.

Свободные заряды в диэлектрике отсутствуют, поэтому диэлектрик практически не проводит электрический ток, являясь хорошим изолятором.

К диэлектрикам относят газы, некоторые жидкости (дистиллированную воду, бензол, масла и др.) и твёрдые тела (стекло, фарфор, слюду и др.).

В *полупроводнике* энергия связи электрона с атомом соизмерима с энергией его взаимодействия с соседним атомом. Свободные электроны могут образоваться в полупроводнике лишь при получении ими дополнительной энергии (в результате нагревания или под действием электрического поля).

Полупроводник — вещество, в котором количество свободных зарядов зависит от внешних условий (температура, напряжённость электрического поля).

К полупроводникам относят вещества, составляющие 80% массы земной коры: минералы, оксиды, сульфиды, теллуриды, германий, кремний, селен и др.

ВОПРОСЫ

1. На какие группы по степени подвижности электрических зарядов делят все вещества? Чем определяется подвижность заряженных частиц в среде?
2. Какие заряды называют свободными? Какие вещества называют проводниками? Приведите примеры проводников.
3. Какие заряды называют связанными? Какие вещества называют диэлектриками? Приведите примеры диэлектриков.
4. Какие вещества называют полупроводниками? Приведите примеры полупроводников.
5. Сопоставьте энергии связи электрона с атомом проводника, полупроводника, диэлектрика.

§ 87. Диэлектрики в электростатическом поле

Полярные и неполярные диэлектрики. Разноимённые связанные заряды, входящие в состав молекул диэлектрика, не могут перемещаться независимо друг от друга. Их расположение в молекуле влияет на результирующее электрическое поле в диэлектрике. Молекулы по структуре распределения в них электрического заряда делят на два вида: *полярные* и *неполярные*.

В полярных молекулах (таких как H_2O, NH_3, SO_2, CO) центры связанных зарядов (ядер, электронных оболочек) находятся на некотором расстоянии друг от друга. Моделью такой электронейтральной молекулы может служить электрический диполь.

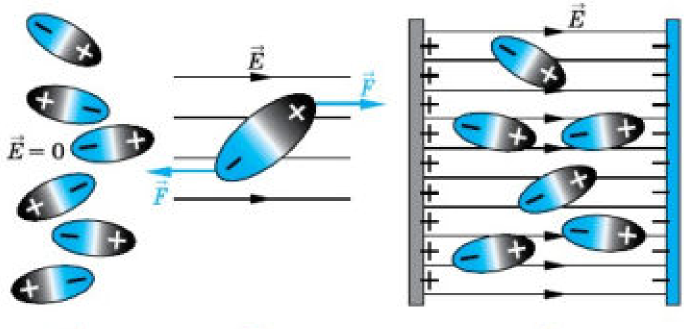
В неполярных молекулах (таких как H_2, N_2, O_2), имеющих симметричное строение, центры положительных и отрицательных связанных зарядов совпадают.

Диэлектрики, в соответствии со структурой их молекул, упрощённо делят на два вида: *полярные* и *неполярные*.

Полярный диэлектрик состоит из полярных молекул, а неполярный — из неполярных.

317 ▶

Полярный диэлектрик в электростатическом поле:
а — полярные молекулы в отсутствие поля;
б — поворот молекулы вдоль линий напряжённости;
в — ориентация полярных молекул в электростатическом поле

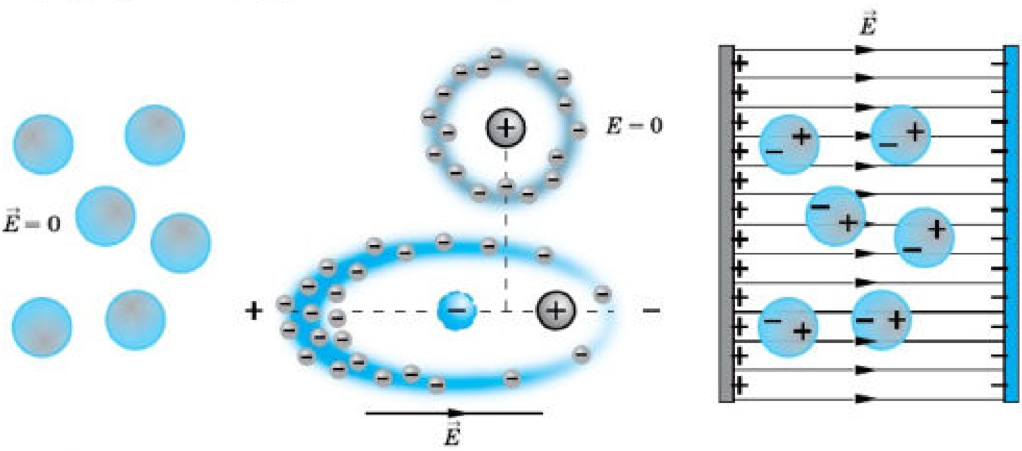


а) *б)* *в)*

Внутри диэлектрика, помещённого во внешнее электростатическое поле, происходит пространственное перераспределение зарядов.

В полярных диэлектриках электростатическое поле ориентирует хаотически расположенные молекулы, поворачивая их вдоль напряжённости внешнего поля (рис. 317).

В неполярных диэлектриках электростатическое поле поляризует молекулы, растягивая в разные стороны положительные и отрицательные заряды (рис. 318), вдоль линии напряжённости поля.



а) *б)* *в)*

▲ 318

Неполярный диэлектрик в электростатическом поле:
а — неполярные молекулы в отсутствие поля; б — механизм поляризации молекулы; в — поляризация неполярных молекул в электростатическом поле

Поляризация диэлектрика — пространственное разделение разноимённых зарядов, входящих в состав атомов (молекул) вещества, под действием внешнего электрического поля.

Явлением поляризации объясняется притяжение наэлектризованным телом лёгких кусочков бумаги. В электрическом поле тела электронейтральные кусочки бумаги поляризуются. На поверхности, ближайшей к заряженному телу, появляется противоположный заряд, что приводит к притяжению бумаги к наэлектризованному телу.

Относительная диэлектрическая проницаемость. Напряжённость суммарного поля связанных зарядов направлена противоположно напряжённости внешнего поля (рис. 319).

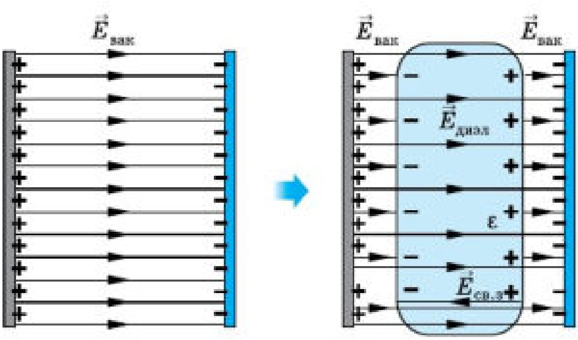
Вследствие этого поле в диэлектрике ослабляется. Уменьшение напряжённости электростатического поля в среде по сравнению с вакуумом характеризуется *относительной диэлектрической проницаемостью среды*.

Относительная диэлектрическая проницаемость среды — число, показывающее, во сколько раз напряжённость электростатического поля в однородном диэлектрике меньше, чем напряжённость в вакууме:

$$\varepsilon = \frac{E_{вак}}{E}.$$

Следовательно, напряжённость поля в диэлектрике

$$E = \frac{E_{вак}}{\varepsilon}. \qquad (241)$$



319

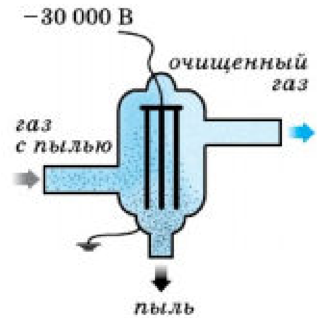
Электростатическое поле в диэлектрике. Поле связанных зарядов, направленное противоположно напряжённости внешнего электростатического поля, уменьшает напряжённость в ε раз

Уменьшение напряжённости электростатического поля в диэлектрике приводит к тому, что сила взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся в диэлектрике на расстоянии r друг от друга, уменьшается в ε раз:

$$F_{12} = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}.$$

Соответственно напряжённость поля, созданного точечным зарядом, диполем, заряженной сферой и плоскостью, в диэлектрике уменьшается в ε раз. Аналогичным будет уменьшение потенциалов и разности потенциалов для этих и других конфигураций зарядов.

Поляризация частиц в сильном электростатическом поле используется в электрических фильтрах для очистки газа от угольной пыли (рис. 320).



▲ 320

Очистка газа от угольной пыли с помощью электростатического фильтра

Поляризованные частицы угольной пыли притягиваются к вертикальным электродам.

Когда сила тяжести частиц, задержанных фильтром, становится больше их силы притяжения к электродам, пыль оседает на дно фильтра. Для очистки фильтра пыль со дна периодически удаляется.

ВОПРОСЫ

1. На какие два типа делят молекулы веществ по характеру пространственного распределения в них зарядов?
2. В чём проявляется действие внешнего электростатического поля на молекулы полярного диэлектрика?
3. Как действует внешнее электростатическое поле на молекулы неполярного диэлектрика?
4. Почему диэлектрик ослабляет электростатическое поле? Что показывает относительная диэлектрическая проницаемость среды?
5. Как используется поляризация частиц для очистки газа?

ЗАДАЧИ

1. Земной шар обладает отрицательным зарядом порядка $Q = -5{,}7 \cdot 10^5$ Кл. Оцените напряжённость электростатического поля, создаваемого этим зарядом вблизи поверхности Земли в воздухе и в водоёмах, принимая $R = 6400$ км. Относительная диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon = 80$.
2. Разность потенциалов между двумя заряженными плоскопараллельными пластинами в воздухе 200 В. После их погружения в жидкий аммиак разность потен-

циалов оказалась равной 8 В. Чему равна относительная диэлектрическая проницаемость аммиака?

3. Свинцовый шарик плотностью ρ_1 = 11,3 · 10^3 кг/м^3 помещён в глицерин плотностью ρ_2 = 1,26 · 10^3 кг/м^3. Найдите заряд шарика, если в однородном электростатическом поле с напряжённостью E = 400 кВ/м, направленной вверх, шарик оказался взвешенным в глицерине. Диаметр шарика D = 0,5 см.

4. Две плоскопараллельные пластины, имеющие заряды Q = +1 мкКл, погружены в керосин с относительной диэлектрической проницаемостью ε = 2. Определите силу взаимодействия пластин. Площадь каждой пластины S = 25 см^2.

5. Два одинаково заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин, плотность которого ρ = 0,8 г/см^3, а относительная диэлектрическая проницаемость ε = 2. Найдите плотность материала шариков, если угол расхождения нитей в воздухе и в керосине один и тот же.

§ 88. Проводники в электростатическом поле

Распределение зарядов. В незаряженном проводнике суммарный заряд электронов и протонов равен нулю.

Выясним сначала, как пространственно распределяются электрические заряды в металлическом проводнике в отсутствие внешнего электростатического поля.

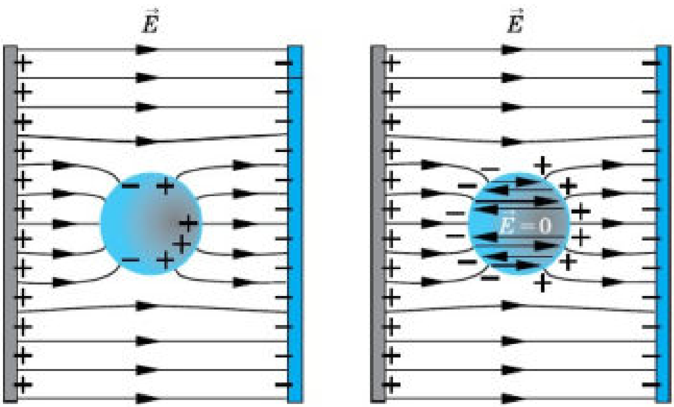
Отрицательно заряженный проводник содержит избыточное число электронов. Электроны из-за взаимного отталкивания расходятся на максимальное расстояние друг от друга, распределяясь по поверхности проводника. При этом внутри проводника существует баланс положительных и отрицательных зарядов.

В положительно заряженном проводнике электронов меньше, чем протонов. Свободные электроны втягиваются внутрь проводника избыточным положительным зарядом. Из-за ухода электронов с поверхности проводника на ней остаётся избыточный положительный заряд.

Таким образом, *заряды, сообщённые проводнику, распределяются по его поверхности.*

Электростатическая индукция. На поверхности электронейтрального проводника, помещённого во внешнее электростатическое поле, происходит перераспределение зарядов, называемое *электростатической индукцией*. Предположим, что внешнее электрическое поле создаётся двумя разноимёнными пластинами (рис. 321, *а*).

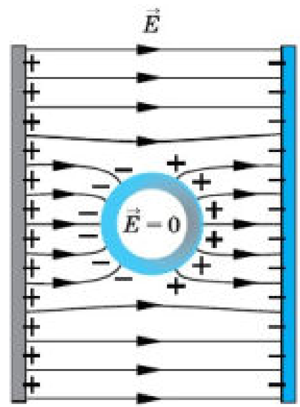
Отрицательные заряды проводника притягиваются к положительной пластине, а положительные заряды — к отрицательной. Эти заряды называются *индуцированными* (или *наведёнными*). Разделение зарядов прекращается при установлении равновесия, когда сила притяжения за-



а) *б)*

▲ 321

Проводник в электростатическом поле:
а — заряды располагаются на внешней поверхности проводника;
б — напряжённость поля внутри проводника равна нулю



▲ 322

Электростатическая защита. Электростатическое поле не проникает внутрь проводника

рядов к пластинам будет равна силе притяжения между индуцированными зарядами (рис. 321, *б*).

В равновесии движение свободных зарядов прекращается, что свидетельствует об отсутствии электростатического поля внутри проводника.

Если в диэлектрике напряжённость поля связанных зарядов лишь уменьшает напряжённость внешнего поля, то в проводнике поле индуцированных (наведённых) зарядов полностью его компенсирует.

Напряжённость поля внутри проводника, помещённого в электростатическое поле, равна нулю.

Заряды, сообщённые проводнику, располагаются на его поверхности.

Суммарный заряд внутренней области проводника равен нулю и не влияет на распределение зарядов на поверхности и на напряжённость поля внутри проводника.

Следовательно, напряжённость электростатического поля в полости проводника будет такой же, как и в сплошном проводнике (рис. 322). Внутри пустой полости в проводящей оболочке напряжённость поля равна нулю.

Это означает, что *электростатическое поле внутрь проводника не проникает.*

Это свойство проводников используется при электростатической защите, когда проводящие оболочки защищают различные измерительные приборы от воздействия электростатических полей.

Экранирование электростатического поля возможно, так как наряду с силами притяжения между зарядами действуют силы отталкивания между ними. Экранирование гравитационного поля невозможно, так как тела могут лишь притягиваться друг к другу гравитационными силами.

Напряжённость поля в проводнике равна нулю, следовательно, равна нулю и работа по перемещению заряда в металле. При таком перемещении заряда (см. формулу (239)) потенциал во всех точках металла одинаков ($\varphi_1 = \varphi_2$).

Следовательно, *поверхность металла — эквипотенциальная поверхность.*

Линии напряжённости электростатического поля перпендикулярны поверхности металла (см. рис. 321, 322).

ВОПРОСЫ

1. Чему равен суммарный заряд незаряженного проводника?
2. Как размещается избыточный заряд на изолированном проводнике в отсутствие внешнего электростатического поля?
3. Чему равна напряжённость поля внутри проводника, помещённого в электростатическое поле?
4. Почему электростатическое поле не проникает внутрь проводника? Что называют электростатической защитой?
5. Почему электронейтральная металлическая сфера притягивает как положительные, так и отрицательные заряды, находящиеся на малых расстояниях от неё?

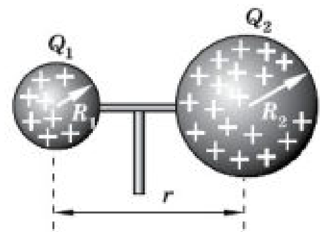
§ 89. Распределение зарядов по поверхности проводника

Условия равновесия зарядов. По сферической поверхности проводника избыточные заряды распределяются равномерно в отсутствие внешнего поля. Чтобы получить представление о том, как распределяются заряды по произвольной поверхности в отсутствие внешнего поля, рассмотрим следующую модельную задачу.

Две сферы, радиусы которых R_1 и $R_2 > R_1$, имеют заряды Q_1 и Q_2 и расположены на расстоянии $r \gg R_2$ друг от друга (рис. 323). При соединении сфер металлической перемычкой заряды перераспределяются по поверхности сфер.

Предположение о том, что $r \gg R_2$, позволяет пренебречь потенциалом поля, созданного на каждой из сфер зарядом другой сферы.

Найдём заряд, который будет находиться на каждой сфере в результате перераспределения зарядов между ними.



▲ 323

Заряд на сферах перераспределяется пропорционально радиусу сфер

Равновесие зарядов установится тогда, когда сила, действующая на заряды в перемычке, будет равна нулю, т. е. будет равна нулю и напряжённость поля в ней. При этом разность потенциалов между сферами равна нулю. Это означает, что потенциалы сфер равны друг другу. Перераспределение зарядов заканчивается тогда, когда

$$\varphi_1 = \varphi_2.$$

Распределение зарядов на проводящих сферах. Согласно определению потенциала (238) равенство потенциалов можно записать в виде

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}, \qquad (242)$$

где q_1, q_2 — заряды на первой и второй сферах после их соединения.

Суммарный заряд сфер после их соединения $(q_1 + q_2)$ по закону сохранения заряда остаётся тем же, что и до их соединения:

$$Q_1 + Q_2 = q_1 + q_2. \qquad (243)$$

Найдём заряды q_1 и q_2 из системы уравнений (242), (243). Для этого выразим заряд q_2 через q_1 из уравнения (242):

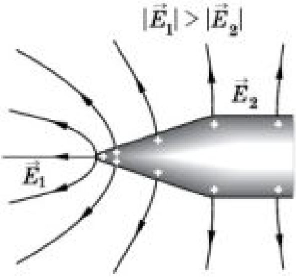
$$q_2 = q_1 \frac{R_2}{R_1}. \qquad (244)$$

Подставим q_2 в закон сохранения заряда (243):

$$Q_1 + Q_2 = q_1\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right).$$

Тогда

$$q_1 = \frac{Q_1 + Q_2}{R_1 + R_2} R_1. \qquad (245)$$



▲ 324
Напряжённость поля, созданного заряженным проводником, наибольшая вблизи области с малым радиусом кривизны

Подставляя (245) в (244), получаем

$$q_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{R_1 + R_2} R_2. \qquad (246)$$

Заряд на сфере пропорционален её радиусу.

Напряжённость поля в непосредственной близости от сферы обратно пропорциональна её радиусу (см. формулы (229), (245), (246)):

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 (R_1 + R_2)} \frac{1}{R_1},$$

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 (R_1 + R_2)} \frac{1}{R_2}.$$

Таким образом, можно сделать вывод, что чем меньше радиус кривизны поверхности, тем больше напряжённость поля вблизи неё.

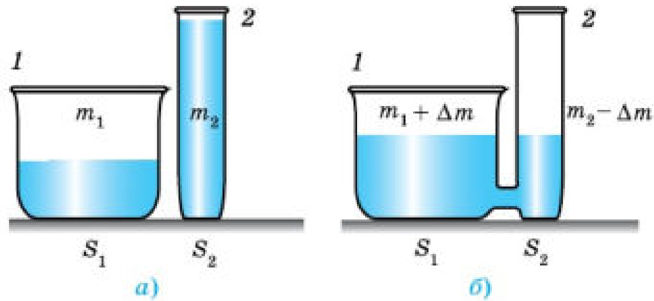
Получается, что вблизи острия металлического заряженного тела напряжённость поля наибольшая (рис. 324).

ВОПРОСЫ

1. Почему электронейтральный проводник заряжается при контакте с заряженным проводником?
2. Почему при соединении заряженного проводника с землёй (при заземлении) проводник становится электронейтральным?
3. Почему поверхность проводника является эквипотенциальной?
4. Три одинаковые металлические сферы, одна из которых имеет заряд Q, а две другие нейтральны, приводятся в контакт. Какие заряды будут на каждой из сфер после их разъединения друг от друга?
5. Имеются три одинаковые сферы, одна из которых заряжена, а две другие нейтральны. Как зарядить нейтральные сферы, не приводя их в контакт с заряженной сферой?

§ 90. Электроёмкость уединённого проводника

Гидростатическая аналогия. Рассмотрим более детально распределение зарядов по поверхности металлических проводников. Для простоты в качестве проводников рассмотрим две заряженные металлические сферы разного радиуса (см. рис. 323). При соединении их проводящей перемычкой электрический заряд между сферами перераспределяется подобно массам жидкости в сообщающихся сосудах. В этом смысле масса жидко-



325 *Гидростатическая аналогия распределения электрических зарядов на соединённых металлических сферах. Масса жидкости в сообщающихся сосудах пропорциональна их ёмкости*

сти в гидростатике — аналог электрического заряда в электростатике. А закон сохранения заряда аналогичен закону сохранения массы.

При соединении двух сообщающихся сосудов, площадь поперечного сечения которых S_1 и S_2 (рис. 325), жидкость перетекает из сосуда *2* (с большей высотой столба) в сосуд *1*. Равновесие установится, когда уровни жидкости в сосудах станут одинаковыми (при этом давление жидкости является аналогом потенциала). Масса жидкости в каждом сосуде различна и пропорциональна площади поперечного сечения сосуда или его объёму (ёмкости). Ёмкость сосуда не зависит от массы жидкости, налитой в него. Суммарная масса жидкости в сообщающихся сосудах сохраняется (подобно суммарному заряду на сферах, соединяемых металлической перемычкой).

Электроёмкость. Определим электроёмкость произвольного уединённого проводника, на электростатическое поле которого не влияют другие заряженные тела.

Электрическая ёмкость (электроёмкость) уединённого проводника — физическая величина, равная отношению заряда проводника к потенциалу этого проводника:

$$\mathbf{C = \frac{Q}{\varphi}}. \qquad \mathbf{(247)}$$

Единицей электроёмкости является *фарад* (Ф): 1 Ф = 1 Кл/В.

Покажем, что *величиной, характеризующей электрическую ёмкость сферы, является её радиус*.

Найдём электроёмкость уединённой сферы радиусом R. Потенциал на её поверхности (см. формулу (238))

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

поэтому

$$C = \frac{Q}{Q/(4\pi\varepsilon_0 R)} = 4\pi\varepsilon_0 R. \quad (248)$$

Следовательно, электроёмкость сферы зависит от её радиуса и не зависит от заряда на её поверхности.

Электроёмкость уединённого проводника в вакууме является геометрической характеристикой, так же как ёмкость сосуда.

Электроёмкость 1 Ф очень большая. Такой электроёмкостью обладает, например, сфера радиусом

$$R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м} = 9 \cdot 10^6 \text{ км},$$

что в 13 раз превышает радиус Солнца. На практике используют дольные единицы фарада.

Электроёмкость земного шара достаточно велика и составляет 0,7 мФ. Поэтому при соединении заряженных тел проводником с землёй, т. е. при заземлении, практически весь заряд тела переходит на землю. Чем больше электроёмкость проводника, тем больший максимальный заряд может находиться на проводнике.

ВОПРОСЫ

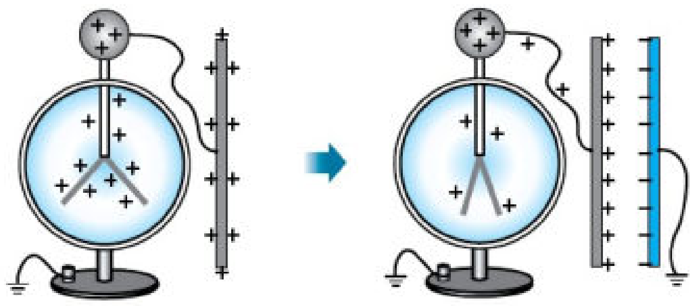
1. Проведите аналогию между массой жидкости в гидростатике и зарядом в электростатике.
2. Почему давление жидкости в гидростатике аналогично потенциалу в электростатике?
3. Сформулируйте определение электрической ёмкости уединённого проводника. Запишите единицу электроёмкости.
4. Почему электроёмкость сферы не зависит от заряда на её поверхности?
5. Почему большой заряд не удерживается на сфере малого радиуса?

§ 91. Электроёмкость конденсатора

Способ увеличения электроёмкости проводника. Электроёмкость уединённого проводника определяется его геометрическими размерами. Однако существуют способы, позволяющие увеличить максимальный заряд, который может находиться на проводнике определённого размера, и тем самым увеличить его электроёмкость.

Присоединим положительно заряженную пластину к электроскопу. При этом положительный заряд перераспределится между ними (рис. 326, *а*).

Придвинем теперь к заряженной пластине нейтральную заземлённую пластину (рис. 326, *б*). На ближайшей к положительной пластине сторо-



326 *Перераспределение заряда в проводниках. Система двух пластин обладает большей электроёмкостью, чем одна пластина*

не в результате действия сил электростатического притяжения начинают скапливаться отрицательные заряды. В то же время с отдалённой стороны пластины положительные заряды стекают на землю, имеющую значительную электрическую ёмкость.

Отрицательные заряды на заземлённой пластине притягивают дополнительные положительные заряды к положительной пластине от электроскопа. Таким образом, введение дополнительного проводника (заземлённой пластины) увеличивает способность системы накапливать заряды, т. е. увеличивает электроёмкость системы.

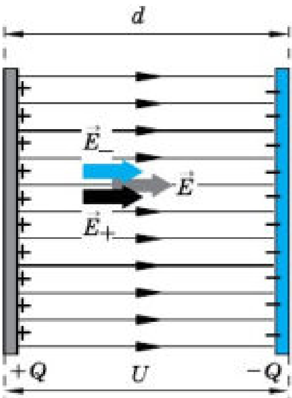
Для вычисления электрической ёмкости системы заряженных проводников нельзя воспользоваться определением электроёмкости уединённого проводника. Дело в том, что в этом определении фигурирует только потенциал проводника, в то время как потенциалы разных заряженных проводников могут быть различны. Система заряженных проводников образует *конденсатор*.

Конденсатор — система двух проводников с равными по величине и противоположными по знаку зарядами.

В конденсаторе накапливается электрический заряд и соответственно энергия электростатического поля. Способность конденсатора к накоплению заряда характеризуется его *электрической ёмкостью*.

Электрическая ёмкость конденсатора — физическая величина, равная отношению заряда одного из проводников к разности потенциалов между этим проводником и соседним:

$$C = \frac{Q}{U}. \qquad (249)$$



327

Плоский конденсатор. Конденсатор сосредоточивает электростатическое поле в пространстве между пластинами

Электроёмкость плоского конденсатора. Найдём электроёмкость плоского конденсатора (система двух плоскопараллельных пластин площадью S, находящихся на расстоянии d друг от друга) (рис. 327).

Будем считать, что пространство между пластинами заполнено воздухом, для которого $\varepsilon \approx 1$.

Вычисление электроёмкости сводится к расчёту разности потенциалов U между пластинами. Напряжённость однородного электростатического поля внутри конденсатора складывается (по принципу суперпозиции) из напряжённостей полей, созданных положительной E_+ и отрицательной E_- пластинами. Согласно формуле (232)

$$E_+ = E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \qquad (250)$$

Вне пластин поле отсутствует, так как напряжённости E_+ и E_- полей компенсируют друг друга. Таким образом, *электростатическое поле конденсатора сосредоточено между его пластинами*.

Зная результирующую напряжённость поля в конденсаторе

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \qquad (251)$$

найдём разность потенциалов между пластинами (см. формулу (240)):

$$U = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}d, \qquad (252)$$

где $\sigma = Q/S$. Подставляя U в формулу (249), находим *электроёмкость плоского воздушного конденсатора*:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}. \qquad (253)$$

Электроёмкость плоского воздушного конденсатора зависит только от его геометрических характеристик: площади пластин и расстояния между ними.

Зависимость электроёмкости конденсатора от расстояния между его пластинами используется в схемах кодирования клавиатуры персонального компьютера. Под каждой клавишей находится конденсатор, электроёмкость которого изменяется при нажатии на клавишу (рис. 328).

328 ▶

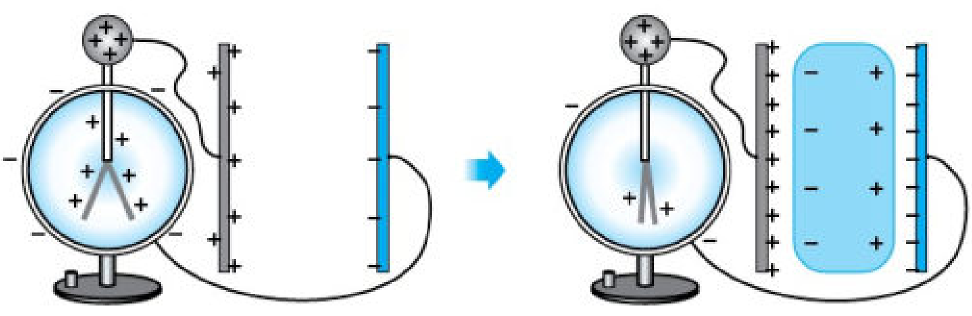
Принцип работы клавиатуры компьютера. При нажатии на клавишу изменяется электроёмкость под клавишей и создаётся определённый электрический сигнал

Микросхема, подключённая к каждой клавише, при изменении электроёмкости выдаёт кодированный сигнал, соответствующий данной букве.

Напряжённость поля в заряженном конденсаторе, отключённом от источника поля, и разность потенциалов между пластинами уменьшаются в ε раз по сравнению с их значениями в вакууме. Если между пластинами конденсатора поместить диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью ε, то электроёмкость конденсатора с диэлектриком возрастает в ε раз по сравнению с электроёмкостью воздушного конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\,. \qquad (254)$$

В результате введения диэлектрика в пространство между пластинами конденсатора связанные заряды диэлектрика притягивают дополнительные положительные заряды с электроскопа на обкладки конденсатора, увеличивая его электроёмкость (рис. 329).



▲ 329

Распределение зарядов в системе электроскоп — пластины: а — до введения диэлектрика; б — после введения диэлектрика