



МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный педагогический
университет им. Л.Н. Толстого»

УТВЕРЖДЕНА
на заседании Ученого совета
университета
протокол № 4 от 31.03.2022 г.

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

Научная специальность:

**1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и
дискретная математика**

Тула – 2026

Программа вступительного испытания в аспирантуру состоит из двух частей. Общая часть является обязательной для всех поступающих в аспирантуру при кафедре по данной специальности. Вариативная специальная часть определяется тематикой предполагаемых научных исследований.

I. Общая часть

1. Непрерывность функции одной переменной. Свойства функции, непрерывной на отрезке.
2. Дифференцируемость функций одной переменной. Производная и дифференциал. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования.
3. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Достаточные условия дифференцируемости. Полный дифференциал.
4. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции.
5. Дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
6. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами: однородные и неоднородные.
7. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
8. Неявные функции. Существование, непрерывность и дифференцируемость неявных функций.
9. Линейные пространства, их подпространства. Базис и размерность векторного пространства.
10. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах, их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.
12. Линейные отображения и преобразования линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями.
13. Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Ортогональные преобразования, приведение квадратичной формы к главным осям ортогональным преобразованием.
14. Аффинная и метрическая классификации кривых и поверхностей второго порядка.
15. Линии в евклидовом пространстве. Сопровождающий трехгранник кривой.
16. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.
17. Понятие топологического пространства и топологического многообразия.
18. Формулы логики высказываний. Совершенная конъюнктивная и дизъюнктивная нормальные формы.
19. Сравнения. Основные свойства. Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма.

20. Алгебраические элементы над полем. Структура простого алгебраического расширения.

21. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.

22. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы.

23. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Нормальный делитель, фактор-группа. Теорема о гомоморфизмах.

II. Специальная часть

(для поступающих, тематика предполагаемых научных исследований, которых связана с теорией колец и модулей)

1. Кольца, идеалы и фактор-кольца. Теорема о гомоморфизме.
2. Модули. Неприводимые (простые) модули. Лемма Шура.
3. Проективные модули и их свойства.
4. Инъективные модули. Критерий Бэра.
5. Градуированные кольца. Основные определения и понятия.
6. Категория градуированных модулей

III. Специальная часть

(для поступающих, тематика предполагаемых научных исследований которых связана с теорией групп)

1. Свободные группы. Теорема Дика. Подгруппы свободных групп.
2. Прямые произведения групп.
3. Абелевы группы. Свободные абелевы группы. Абелевы группы с конечным числом образующих.
4. Свободные произведения групп. Определения свободного произведения, теорема Куроша.
5. Группы с конечным числом определяющих соотношений. Преобразования Титце, теорема Титце.
6. Теорема Силова.
7. Нильпотентные группы. Определение. Общие свойства.
8. Разрешимые группы. Общие свойства.

IV. Специальная часть

(для поступающих, тематика предполагаемых научных исследований которых связана с теорией чисел)

1. Теория делимости.
2. Важнейшие функции, встречающиеся в теории чисел.
3. Числовые сравнения. Полная и приведенная системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма.
4. Сравнения с одним неизвестным. Сравнения первой степени. Сравнения высших степеней по простому модулю. Сравнения по составному модулю.
5. Сравнения второй степени. Символ Лежандра. Символ Якоби.
6. Первообразные корни и индексы.

Общее количество баллов за вступительное испытание складывается из суммы баллов, полученной на экзамене (максимально - 60 баллов), и баллов за индивидуальные достижения (максимально – 40 баллов).

На экзамене по специальной дисциплине поступающий в аспирантуру должен набрать не менее 40 баллов.

Критерии оценки ответа на вступительном экзамене в аспирантуру:

55-60 баллов. Поступающий в аспирантуру полно и правильно отвечает на вопросы экзаменационного билета, демонстрирует прочное владение понятийным аппаратом, осмысленное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, глубокое знание актуальных теоретических проблем и программного материала по дисциплине, связанной с научной специальностью. При ответе на вопрос опирается на знание основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, может проанализировать и оценить различные научные позиции по концептуальным проблемам специальности, логично, аргументированно и осознанно высказывая собственную точку зрения. Умеет вести беседу, выстраивать диалог, полемику при отстаивании своей позиции.

46-54 баллов. Поступающий в аспирантуру демонстрирует понимание сущности рассматриваемых процессов и явлений, системные знания программного материала по дисциплине, соответствующей научной специальности. Теоретический материал излагается грамотно с привлечением опыта практической деятельности. В то же время при ответе на вопрос экзаменационного билета допускаются незначительные ошибки, неточности, погрешности, ответы на дополнительные вопросы отличаются недостаточной развернутостью. Поступающий умеет вести беседу, выстраивать диалог по актуальным проблемам в рамках научной специальности, при этом не всегда полно и аргументированно поясняет собственную позицию.

40 - 45 баллов. Поступающий в аспирантуру показывает общее понимание научных вопросов, демонстрирует поверхностные, неглубокие знания концептуальных проблем в рамках дисциплины, соответствующей научной специальности. Ответ на экзаменационный билет неполный, не содержит грубых ошибок, однако в нем могут встречаться неточности, представляет собой только констатацию теоретических фактов при отсутствии анализа и оценки актуальных проблем науки. Ответы на дополнительные вопросы отличаются фрагментарностью и слабой аргументацией, отсутствием выводов обобщающего характера, в большинстве случаев требуются уточняющие пояснения со стороны преподавателя. Поступающий редко использует терминологию, испытывает затруднения в процессе диалога по актуальным проблемам науки в рамках научной специальности.

0 – 39 баллов. Поступающий в аспирантуру демонстрирует недостаточные знания программного материала, непонимание концептуальных научных вопросов в рамках дисциплины, соответствующей научной специальности. Ответ на экзаменационный билет обнаруживает пробелы в знаниях, содержит грубые ошибки, неточности, отсутствует терминология, анализ, оценка актуальных проблем науки, рассматриваемых процессов и явлений. При ответе не используются аргументы, подтверждающие собственную точку зрения. Поступающий неправильно отвечает на поставленный вопрос, в том числе дополнительный, или затрудняется с ответом, не опирается на прочитанную литературу, не поддерживает диалог по значимым проблемам науки в рамках научной специальности.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Балюкевич Э. Л. Алгебра и теория чисел [Текст] : учебное пособие / Р. Л. Балюкевич, З. В. Алферова, А. Н. Романников. - М. : ЕАОИ, 2011. - 278 с. - ISBN 978-5-374-00535-6 : Б. ц. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=90645

2. Бухштаб, А. А. Теория чисел : учебное пособие / А. А. Бухштаб. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-5836-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/147139>

3. Виноградов, И. М. Основы теории чисел : учебное пособие / И. М. Виноградов. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 176 с. — ISBN 978-5-8114-5329-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/139285>

4. Нечаев В. И. Числовые системы. Пособие для студентов пед. ин-тов. М., «Просвещение», 1975 - 199 с.

5. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Текст]: учебное пособие / Ю. Н. Смолин. - 3-е изд., испр. - М. : Флинта, 2012. - 463 с. - ISBN 5-9765-0050-1 : Б. ц. URL: <http://rucont.ru/efd/246494>.

6. Курош А.Г. Теория групп, изд.: Физматлит, 2011, 808 с. - ISBN 978-5-9221-1349-6

7. Протасов Ю. М. Математический анализ : учебное пособие / Ю. М. Протасов. - М. : Флинта, 2012. - 165 с. - ISBN 978-5-9765-1234-4 : Б. ц.

URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=115118

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Игошин В. И. Математическая логика и теории алгоритмов [Текст] : учебн.пособ.для студ.вузов / В. И. Игошин. - [Б. м.] : Академия, 2004. - 448 с. - ISBN 5769513632

2. Степанов Н.А. Геометрия [Text] : учебное пособие для студентов педагогических вузов в 2 книгах / Н. А. Степанов, Т. Б. Жогова. - Нижний Новгород : Изд-во НГПУ. Кн.1. - 2007. - 299 с. - ISBN 9785852192212