

**МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого»**

**ПРОГРАММА  
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

**Научная специальность:**

**1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика**

**Тула – 2025**

Программа вступительного испытания в аспирантуру состоит из двух частей. Общая часть является обязательной для всех поступающих в аспирантуру при кафедре по данной специальности. Вариативная специальная часть определяется тематикой предполагаемых научных исследований.

## I. Общая часть

1. Непрерывность функции одной переменной. Свойства функции, непрерывной на отрезке.
2. Дифференцируемость функций одной переменной. Производная и дифференциал. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования.
3. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Достаточные условия дифференцируемости. Полный дифференциал.
4. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции.
5. Дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
6. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами: однородные и неоднородные.
7. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
8. Неявные функции. Существование, непрерывность и дифференцируемость неявных функций.
9. Линейные пространства, их подпространства. Базис и размерность векторного пространства.
10. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах, их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.
12. Линейные отображения и преобразования линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями.
13. Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Ортогональные преобразования, приведение квадратичной формы к главным осям ортогональным преобразованием.
14. Аффинная и метрическая классификации кривых и поверхностей второго порядка.
15. Линии в евклидовом пространстве. Сопровождающий трехгранник кривой.
16. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения.
17. Понятие топологического пространства и топологического многообразия.
18. Формулы логики высказываний. Совершенная конъюнктивная и дизъюнктивная нормальные формы.
19. Сравнения. Основные свойства. Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма.

20. Алгебраические элементы над полем. Строение простого алгебраического расширения.
21. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
22. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы.
23. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Нормальный делитель, фактор-группа. Теорема о гомоморфизмах.

## **II. Специальная часть**

**(для поступающих, тематика предполагаемых научных исследований, которых связана с теорией колец и модулей)**

1. Кольца, идеалы и фактор-кольца. Теорема о гомоморфизме.
2. Модули. Неприводимые (простые) модули. Лемма Шура.
3. Проективные модули и их свойства.
4. Инъективные модули. Критерий Бэра.
5. Градуированные кольца. Основные определения и понятия.
6. Категория градуированных модулей

## **III. Специальная часть**

**(для поступающих, тематика предполагаемых научных исследований которых связана с теорией групп)**

1. Свободные группы. Теорема Дика. Подгруппы свободных групп.
2. Прямые произведения групп.
3. Абелевы группы. Свободные абелевы группы. Абелевы группы с конечным числом образующих.
4. Свободные произведения групп. Определения свободного произведения, теорема Куроша.
5. Группы с конечным числом определяющих соотношений. Преобразования Тице, теорема Тице.
6. Теорема Силова.
7. Нильпотентные группы. Определение. Общие свойства.
8. Разрешимые группы. Общие свойства.

## **IV. Специальная часть**

**(для поступающих, тематика предполагаемых научных исследований которых связана с теорией чисел)**

1. Теория делимости.
2. Важнейшие функции, встречающиеся в теории чисел.
3. Числовые сравнения. Полная и приведенная системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма.
4. Сравнения с одним неизвестным. Сравнения первой степени. Сравнения высших степеней по простому модулю. Сравнения по составному модулю.
5. Сравнения второй степени. Символ Лежандра. Символ Якоби.
6. Первообразные корни и индексы.

### **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:**

1. Балюкович Э. Л. Алгебра и теория чисел [Текст] : учебное пособие / Р. Л. Балюкович, З. В. Алферова, А. Н. Романников. - М. : ЕАОИ, 2011. - 278 с. - ISBN 978-5-374-00535-6 : Б. ц. URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=90645](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=90645)
2. Бухштаб, А. А. Теория чисел : учебное пособие / А. А. Бухштаб. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-5836-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/147139>
3. Виноградов, И. М. Основы теории чисел : учебное пособие / И. М. Виноградов. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 176 с. — ISBN 978-5-8114-5329-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/139285>
4. Нечаев В. И. Числовые системы. Пособие для студентов пед. ин-тов. М., «Просвещение», 1975 - 199 с.
5. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Текст]: учебное пособие / Ю. Н. Смолин. - 3-е изд., испр. - М. : Флинта, 2012. - 463 с. - ISBN 5-9765-0050-1 : Б. ц. URL: [http://rucont.ru/efd/246494»](http://rucont.ru/efd/246494).
6. Курош А.Г. Теория групп, изд.: Физматлит, 2011, 808 с. - ISBN 978-5-9221-1349-6
7. Протасов Ю. М. Математический анализ : учебное пособие / Ю. М. Протасов. - М. : Флинта, 2012. - 165 с. - ISBN 978-5-9765-1234-4 : Б. ц. URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view&book\\_id=115118](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=115118)

### **ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:**

1. Игошин В. И. Математическая логика и теории алгоритмов [Текст] : учебн.пособ.для студ.вузов / В. И. Игошин. - [Б. м.] : Академия, 2004. - 448 с. - ISBN 5769513632
2. Степанов Н.А. Геометрия [Text] : учебное пособие для студентов педагогических вузов в 2 книгах / Н. А. Степанов, Т. Б. Жогова. - Нижний Новгород : Изд-во НГПУ. Кн.1. - 2007. - 299 с. - ISBN 9785852192212