

	Факультет	Математики, физики и информатики	
	Кафедра	Алгебры, математического анализа и геометрии	
	Направление подготовки	02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии	
	Профиль	Открытые информационные системы	
		Линейная алгебра и многомерная геометрия	Б1.Б.23.2

Министерство образования и науки Российской Федерации
 Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
 высшего образования
 «Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого»
 ФГБОУ ВО «ТГПУ им. Л. Н. Толстого»

УТВЕРЖДЕНА

на заседании Ученого совета университета

Протокол № 2

«11» февраля 2016 г.

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра и многомерная геометрия»

Трудоемкость: 4 зачетные единицы

Квалификация (степень) выпускника: академический бакалавр

Форма обучения: очная

Рассмотрена на заседании кафедры алгебры, математического анализа и геометрии
 протокол № 5 от «1» декабря 2015 г.

Заведующий кафедрой  Добровольский Н.М.

Одобрена на заседании Ученого совета факультета
 математики, физики и информатики
 протокол № 5 от «17» декабря 2015 г.

Декан  Реброва И.Ю.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП.....	3
3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ.....	4
4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ, С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ.....	4
5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ.....	5
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И МНОГОМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ».....	5
6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	6
6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....	6
6.2. Описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	6
6.3. Типовые контрольные задания и иные материалы, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....	7
6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций	10
7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	12
7.1 Основная литература:	12
7.2 Дополнительная литература:.....	12
8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	12
9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ .	13
10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ.....	13
11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И МНОГОМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ».....	14
12. АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И МНОГОМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ».....	15
13. ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И МНОГОМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ».....	16

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Достижение планируемых результатов обучения, соотнесенных с общими целями и задачами ОПОП, является целью освоения дисциплины (модуля).

Планируемые результаты освоения образовательной программы (код и название компетенции)	Планируемые результаты обучения	Этапы формирования компетенции в процессе освоения образовательной программы
Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям (ОПК 3)	Выпускник знает: <ul style="list-style-type: none"> • основные понятия линейной алгебры; • основные понятия многомерной геометрии; умеет: <ul style="list-style-type: none"> • профессионально решать типовые задачи; владеет и (или) имеет опыт деятельности <ul style="list-style-type: none"> • математическим аппаратом линейной алгебры; • навыками практического использования математического аппарата для решения конкретных задач. 	1 этап из 4 (3 семестр)

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Линейная алгебра и многомерная геометрия» относится к дисциплинам базовой части образовательной программы бакалавриата. Для освоения дисциплины «Линейная алгебра и многомерная геометрия» используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплины «Аналитическая геометрия и введение в алгебру».

К началу изучения дисциплины студенты должны:

- знать способы задания уравнений плоскостей и прямых в трехмерном евклидовом пространстве;
- уметь решать системы неоднородных линейных уравнений;
- уметь составлять уравнения прямых и плоскостей в трехмерном евклидовом пространстве, определять их взаимное расположение;
- владеть навыками работы с матрицами и определителями.

Многомерная геометрия в настоящее время широко применяется в математике и физике для наглядного представления уравнений с несколькими неизвестными, функций нескольких переменных, систем с несколькими степенями свободы. Дисциплина «Линейная алгебра и многомерная геометрия» является необходимой основой для успешного изучения дисциплин «Многомерный анализ», «Методы оптимизации и исследование операций», «Компьютерная графика» и «Программная инженерия», а также для успешного ведения научно-исследовательской и производственно-технологической деятельности.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы	Объем часов/ зачетных единиц по формам обучения
	очная
Максимальная учебная нагрузка (всего)	144/4
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	54
в том числе:	
лекции	18
практические занятия	34
контрольные работы	2
Самостоятельная работа студента (всего)	90
в том числе:	
самостоятельное изучение отдельных тем, проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к практическим занятиям	32
выполнение индивидуальных домашних заданий	14
подготовка к контрольным и самостоятельным работам	8
Подготовка к экзамену	36
<i>Промежуточная аттестация в форме: экзамена</i>	

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ, С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

Наименование тем (разделов).	Количество академических или астрономических часов по видам учебных занятий			
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Другие виды учебных занятий	Самостоятельная работа обучающихся
Раздел 1. Линейная алгебра				
Тема 1.1. Линейные пространства	2	4		6
Тема 1.2. Линейные операторы	2	4		8
Тема 1.3. Квадратичные формы	4	8		10
Раздел 2. Многомерная геометрия	2			
Тема 2.1. Аффинное n -мерное пространство	2	6		10
Тема 2.2. Евклидово n -мерное пространство	2	4		10
Тема 2.3. Квадрики в аффинном и евклидовом пространствах	4	8		10
Контроль самостоятельной работы студентов			2	
Подготовка к экзамену				36
ИТОГО	18	34	2	90

Раздел 1. Линейная алгебра.

Тема 1.1. Линейные пространства. Определение и примеры линейных пространств. Подпространства линейного пространства. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе и их свойства. Формулы преобразования координат при замене базиса. Евклидовы пространства. Скалярное произведение. Неравенство Коши-Буняковского. Модуль вектора, угол между векторами. Ортонормированные базисы.

Тема 1.2. Линейные операторы. Линейные операторы и действия над ними. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при замене базиса. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен.

Тема 1.3. Квадратичные формы. Билинейные и квадратичные формы от n переменных. Матрица квадратичной формы. Преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду. Закон инерции квадратичных форм. Преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису ортогональным преобразованием.

Раздел 2. Многомерная геометрия.

Тема 2.1. Аффинное n -мерное пространство. Определение аффинного n -мерного пространства. Аффинная система координат. Формулы преобразования координат. k -мерные плоскости в n -мерном аффинном пространстве. Параметрические уравнения плоскости. Плоскость как множество решений системы неоднородных линейных уравнений. Уравнение плоскости, проходящей через k точек. Взаимное расположение k -мерных плоскостей.

Тема 2.2. Евклидово n -мерное пространство. Евклидовы n -мерные пространства, расстояние между точками. Расстояние от точки до k -мерной плоскости, перпендикуляр, опущенный из точки на плоскость. Общий перпендикуляр двух плоскостей, расстояние между плоскостями.

Тема 2.3. Квадрики в аффинном и евклидовом пространствах. Определение квадрики в n -мерном пространстве. Приведение уравнения квадрики в аффинном пространстве к нормальному виду. Понятие о классификации квадрик. Аффинная классификация квадрик в двумерном и трехмерном пространствах. Алгоритм приведения квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием в евклидовом пространстве. Классификации квадрик в двумерном и трехмерном евклидовых пространствах.

**5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И МНОГОМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»**

1. Методическая система, используемая автором программы, базируется на оптимальном сочетании активных форм и методов организации учебной деятельности студентов и самостоятельной работы студентов.
2. В системе LMS MOODLE представлены для студентов методические материалы: списки основной и дополнительной литературы, индивидуальные задания, вопросы к экзамену, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов.
3. Для активизации работы студентов в течение семестра и лучшего усвоения дисциплины предусмотрена балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов.
4. Промежуточная аттестация принимается в форме экзамена, представляющего собой письменный ответ по выбранному билету, включающему один теоретический вопрос и 3 задачи, одна из которых непосредственно связана с теоретическим вопросом, и индивидуальную беседу преподавателя и студента по письменному ответу.

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы представлен в таблице пункта 1 рабочей программы.

Формирование компетенции «Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям» (ОПК 3) осуществляется в течение четырех этапов освоения основной профессиональной образовательной программы.

Первый этап формирования компетенции осуществляется в процессе освоения дисциплины «Линейная алгебра и многомерная геометрия». Второй этап формирования компетенции осуществляется в процессе освоения дисциплины «Основные алгебраические структуры». Третий этап формирования компетенции осуществляется в процессе освоения дисциплины «Теория чисел и элементы криптографии». Четвертый этап формирования компетенции осуществляется в процессе освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного и функциональный анализ».

6.2. Описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Дескриптор компетенций	Показатели оценивания	Критерии оценивания
Знания	основные понятия линейной алгебры и многомерной геометрии	Оценка «отлично» выставляется, если студент в целом за семестр набрал от 81 до 100 баллов (при условии, что на экзамене набрано не менее 20 баллов). Оценка «хорошо» выставляется, если студент в целом за семестр набрал от 61 до 80 баллов (при условии, что на экзамене набрано не менее 15 баллов). Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент в целом за семестр набрал от 41 до 60 баллов (при условии, что на экзамене набрано не менее 10 баллов). Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент в целом за семестр набрал менее 41
Умения	профессионально решать типовые задачи	
Навыки и опыт деятельности	владеет математическим аппаратом линейной алгебры, навыками практического использования математического аппарата для решения конкретных задач.	

Критерии оценивания компетенций формируются на основе балльно-рейтинговой системы с помощью всего комплекса методических материалов, определяющих процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих данный этап формирования компетенций.

Баллы, набранные студентом в течение семестра	Баллы за промежуточную аттестацию (зачет)	Общая сумма баллов за модуль в семестр	Отметка
11 – 70	20 – 30	81 – 100	Отлично
11 – 70	15 – 30	61 – 80	Хорошо
11 – 70	10 – 30	41 – 60	Удовлетворительно
0 – 20	0 – 20	0 – 40	Неудовлетворительно

Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих данный этап формирования компетенций, происходит по шкале с оценками: «отлично»; «хорошо»; «удовлетворительно»; «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал по дисциплине, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материалы рекомендованной литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.

6.3. Типовые контрольные задания и иные материалы, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Теоретические вопросы к экзамену

1. Линейные (векторные) пространства. Определение и примеры.
2. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе.
3. Замена базиса. Формулы преобразования координат. Изменение координат вектора при переходе к новому базису
4. Евклидово векторное пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Модуль вектора. Угол между векторами. Ортонормированные базисы.
5. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
6. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристическое уравнение.
7. Квадратичная форма от n переменных, матрица квадратичной формы. Изменение матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.
8. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду.
9. Закон инерции квадратичных форм.
10. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

11. Преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису ортогональным преобразованием.
12. Алгоритм приведения квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием
13. Аффинное n -мерное пространство. Определения и основные свойства.
14. Евклидово n -мерное пространство. Расстояние между точками, угол между векторами.
15. Плоскости в n -мерном аффинном пространстве. Параметрические уравнения плоскости.
16. Плоскость как множество решений системы неоднородных линейных уравнений. Уравнение плоскости, проходящей через k точек.
17. Квадрики в n -мерном аффинном пространстве.
18. Приведение уравнения квадрики к нормальному виду.
19. Понятие о классификации квадрик в n -мерном аффинном пространстве.
20. Приведение уравнение квадрики к каноническому виду в n -мерном евклидовом пространстве.
21. Классификации квадрик в двумерном и трехмерном евклидовых пространствах.

**Примерный вариант индивидуального задания
по теме «Линейные пространства и линейные операторы»**

Вариант 0.

1. Образуют ли линейное пространство множество всех многочленов третьей степени от одной переменной, в котором сумма двух многочленов и умножение многочлена на число определено обычным образом?
2. Исследовать на линейную зависимость систему векторов $\vec{a}(5, 4, 3), \vec{b}(3, 3, 2), \vec{c}(8, 1, 3)$.
3. Найти базис и определить размерность пространства решений однородной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

4. Найти координаты вектора \vec{x} в базисе $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$, если он задан в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$, где $\vec{x}(6, -1, 3)$ и

$$\begin{cases} \vec{e}'_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \\ \vec{e}'_2 = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \\ \vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3. \end{cases}$$

5. Пусть $\vec{x}(x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными следующие преобразования:

а) $A\vec{x} = (5x_1 - 4x_2 - 3, x_1 + x_2 - x_3, 0)$;

б) $B\vec{x} = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, x_1 + x_2 - 2x_3, 0)$;

в) $C\vec{x} = (5x_1 - 4x_2 - x_3^3, x_1 + x_2 - 2x_3, 0)$?

6. Пусть $\vec{x}(x_1, x_2, x_3)$, $A\vec{x} = (x_2 - x_1, x_1, x_2 + x_3)$, $B\vec{x} = (x_2, 3x_3, x_1)$. Найти: $(A + BA - 3B)x$.

7. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$, если она задана в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \vec{e}'_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \\ \vec{e}'_2 = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \\ \vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3. \end{cases}$$

8. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Примерный вариант индивидуального задания
по теме «Квадратичные формы и квадрики»**

Вариант 0.

1. Приведите квадратичную форму $F(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - x_2^2 + 6x_1x_2 - 3x_2x_3 + 2x_1x_3$ к нормальному виду методом Лагранжа, запишите формулы преобразования координат, определите сигнатуру.
2. Приведите квадратичную форму $F(x_1, x_2, x_3) = 6x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$
 - а) к нормальному виду методом Лагранжа, запишите формулы преобразования координат, определите сигнатуру квадратичной формы;
 - б) к каноническому виду методом ортогонального преобразования, запишите соответствующее ортогональное преобразование.
 - в) определите тип квадратичной формы (по каноническому виду квадратичной формы, по собственным значениям, по критерию Сильвестра).
3. Приведите к нормальному виду уравнение квадрики $x_1^2 + 5x_2^2 - 3x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 1 = 0$ в трехмерном аффинном пространстве, установите вид квадрики, запишите формулы преобразования координат.
4. Приведите общее уравнение кривой второго порядка $x^2 + 24xy + 19y^2 - 90x - 80y = 0$ к каноническому виду, приведя соответствующую квадратичную форму кривой при помощи ортогонального преобразования к каноническому виду. Постройте кривую.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Вариант 0.

1. Является ли линейным следующее преобразование $Ax = \{x_1^3 + x_3, 2x_1 + 3x_2, 0\}$?
2. Записать матрицу линейного оператора $Ax = \{2x_1 + x_2 - x_3, -x_1 + 2x_3, 3x_1 + x_2\}$.
3. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Записать квадратичную форму по ее матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

5. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа $F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 - 4x_1x_2 + 2x_2x_3$ и записать формулы преобразования координат.

Контрольная работа №2

Вариант 0.

1. Найти координаты нескольких точек, принадлежащих плоскости:
 $x_1 = 2 + t_1 + t_2, x_2 = 2t_1 - t_2, x_3 = t_1, x_4 = 3 - t_1 + 5t_2$
2. Составить уравнение плоскости наименьшей размерности, содержащей две прямые
 $x_1 = 1 + 2t, x_2 = t, x_3 = 0, x_4 = -5 - t$ и $x_1 = 3 + 2t, x_2 = -4t, x_3 = 1, x_4 = -t$.
3. Определить взаимное расположение плоскостей
 $\pi_1 : x_1 = t_2, x_2 = 1 + t_2, x_3 = 1 + t_1 + 2t_2, x_4 = 1, x_5 = t_1$ и $\pi_2 : \begin{cases} x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 - x_1 - x_4 = 0 \end{cases}$
4. Привести к нормальному виду уравнение квадрики в трехмерном аффинном пространстве, установить вид квадрики $x_2^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3 - 4x_1 - 2x_2 = 0$

6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий и контрольных работ. Для активизации работы студентов в течение семестра и лучшего усвоения дисциплины предусмотрена балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов

Балльно-рейтинговая система оценки успеваемости студентов по дисциплине «Линейная алгебра и многомерная геометрия»

Максимальное количество (100 баллов) распределяется по следующей схеме:

- максимальное число баллов, набранных студентом в течение семестра, составляет – 70;
- максимальное число баллов за промежуточную аттестацию (экзамен) – 30.

Шкала диапазона отметки на промежуточной аттестации:

Отметка на промежуточной аттестации	Отметка на промежуточной аттестации	Количество баллов, набранных на экзамене
81- 100	5	не менее 20
61- 80	4	не менее 15
41- 60	3	не менее 10
0-40	2	0 – 9

В течение семестра баллы распределяются следующим образом:

1. *Посещаемость занятий (до 10 баллов):* количество баллов равно целой части $10n/54$, где n – число посещенных лекционных и практических занятий (в часах); студент, пропустивший занятия по уважительной причине, имеет право отчитаться по пропущенным темам.

2. *Работа в семестре (до 60 баллов):*

- выполнение индивидуального задания №1 «Линейные пространства и линейные операторы» (до 20 баллов);
- выполнение индивидуального задания №2 «Квадратичные формы и квадрики» (до 10 баллов);
- 2 аудиторные контрольные работы (до 10 баллов каждая);
- бонусы за работу на занятиях (до 10 баллов).

Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям (ОПК 3)

Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания с весовым коэффициентом	Показатели оценивания		
		1	2	3
Выпускник знает основные понятия линейной алгебры	когнитивный – 0,2	Знает определения линейного пространства, линейного оператора, квадратичной формы.	Знает, как меняются координаты вектора, матрица линейного оператора и квадратичной формы при переходе к новому базису	Знает определение собственных значений и собственных векторов линейного оператора
Выпускник знает основные понятия многомерной геометрии	когнитивный – 0,2	Знает определения аффинного и евклидова n-мерного пространства, определения плоскостей и расстояния между плоскостями	Знает способы задания плоскостей в n-мерном аффинном пространстве	Знает, как определить взаимное расположение плоскостей и расстояние между плоскостями
Выпускник умеет профессионально решать типовые задачи	деятельностный – 0,2	Знает типы уравнений плоскостей, может определить общие точки двух данных плоскостей	Умеет составлять уравнения плоскости, зная точки и векторы ей принадлежащие, может находить расстояние от точки до плоскости	Умеет составлять уравнения плоскости, содержащей две заданные плоскости, определять взаимное расположение двух плоскостей в n-мерном аффинном пространстве, находить расстояние между двумя плоскостями
Выпускник владеет математическим аппаратом линейной алгебры	деятельностный – 0,2	Может привести данную квадратичную форму к нормальному виду методом Лагранжа	Может привести данную квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа и ортогональным преобразованием	Может привести квадратичную форму к каноническому виду и найти базис, в котором она имеет канонический вид
Выпускник владеет навыками практического использования математического аппарата для решения конкретных задач	деятельностный – 0,2	Умеет приводить уравнение квадрики к каноническому виду в аффинном и евклидовом двумерном пространстве	Умеет приводить уравнение квадрики к нормальному виду и определять тип квадрики в n-мерном аффинном пространстве	Умеет приводить уравнение квадрики к каноническому виду и определять каноническую систему координат в аффинном и евклидовом пространстве.

7. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Основная литература:

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для Вузов / Д.В. Беклемишев. – 12-е изд. испр. – М.: Физматлит, 2009. – 309 с. Доступ по ссылке: URL: http://www.biblioclub.ru/83040_Kurs_analiticheskoi_geometrii_i_lineinoi_algebry_Uchebnik_dlya_Vuzov.html
2. Туганбаев, А. А. Линейная алгебра: учебное пособие / А. А. Туганбаев. – М.: Флинта, 2012. – Доступ по ссылке: URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=115141

7.2 Дополнительная литература:

1. Беклемишева, Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре / Л. А. Беклемишева, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров; – под редакцией: Беклемишев Д. В. 2-е изд., перераб. – М.: Физматлит, 2006. – 496 с. Доступ по ссылке: URL: http://www.biblioclub.ru/82795_Sbornik_zadach_po_analiticheskoi_geometrii_i_lineinoi_algebre.html
2. Бортакровский, А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учебное пособие для студ.вузов/ А.С.Бортакровский,А.В.Пантелеев. – М: Высш. шк., 2005. – 591с. – (Прикладная математика для вузов).
3. Ефимов, Н. В. Линейная алгебра и многомерная геометрия: учебник 4-е изд., стереотипное / Н. В. Ефимов, Э. Р. Розендорн. – М.: Физматлит, 2005. – 464 с. Доступ по ссылке: URL: <http://www.biblioclub.ru/book/75500/>
4. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: Учебное пособие, СПб.: Издательство «Лань», 2007. – 240 с.

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Math.ru [Электронный ресурс]: портал математического образования / Отделение математических наук Российской Академии Наук ; Московский центр непрерывного математического образования. - М : [б. и.], 2011. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. URL: <http://www.math.ru>
2. МЦНМО [Электронный ресурс]: свободно распространяемые издания / Департамент образования г. Москвы, Математический институт имени В.А. Стеклова, МГУ имени М.В. Ломоносова, отделение математики РАН. - М : [б. и.], 2004. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. URL: <http://www.mccme.ru/free-books>
3. Exponenta.ru [Электронный ресурс] : образовательный математический сайт / АХОФТ. - М : [б. и.], 2000. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. URL:<http://exponenta.ru/>
4. Образовательная система MOODLE ТГПУ им. Л.Н. Толстого <http://moodle.tsput.ru/course/view.php?id=11318>

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью дисциплины «Линейная алгебра и многомерная геометрия» модуля «Алгебра и геометрия» является формирование систематизированных знаний в области линейной алгебры и геометрии и их основных методов, необходимых для развития навыков их применения для решения задач профессиональной области, умений использовать геометрический язык в различных областях математики.

Многомерная геометрия в настоящее время широко применяется в математике и физике для наглядного представления уравнений с несколькими неизвестными, функций нескольких переменных, систем с несколькими степенями свободы. Геометрический язык позволяет применить к решению сложных задач геометрическую интуицию, сложившуюся в нашем обычном пространстве.

К множеству задач, решаемых с помощью многомерной геометрии, относятся задачи многие экономические задачи. Выпуклые фигуры лежат в основе теории оптимизации (линейной и нелинейной), а также оптимальных процессов управления. Необходимость рассмотрения n -мерных пространств при $n > 3$ диктуется также математическими задачами физики, химии, биологии и других областей знания. А потому, хотя пространственные свойства окружающего мира хорошо описываются геометрическим трёхмерным пространством, потребности практической деятельности человека приводит к необходимости рассмотрения пространств любой размерности n .

Но типовые задачи геометрии n -мерных пространств используют матричное исчисление и аппарат линейной алгебры.

Для успешного освоения дисциплины «Линейная алгебра и многомерная геометрия» учебной программой предусмотрено выполнение двух индивидуальных заданий по следующим темам:

- «Линейные пространства и линейные операторы»;
- «Квадратичные формы и квадратики».

Индивидуальные задания способствуют лучшему усвоению программного материала, позволяют лучше понять алгоритмы решения задач. Для самопроверки отдельных заданий индивидуального задания можно использовать математические пакеты *Mathcad*.

Контроль результатов освоения учебной программы проверяется при выполнении аудиторных контрольных работ, которых предусмотрено две, по каждому их разделов программы.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

1. Подписка Microsoft DreamSpark Premium - Сублицензионный договор № S-2042626/M18 от 04.06.2013:
 - 1.1. Средства для разработки и проектирования Visual Studio 2008, 2010, 2012 и 2013 Professional Editions;
 - 1.2. Интегрированная среда разработки Visual Studio Express;
 - 1.3. Операционная система Windows Server 2008 Standard Edition 32-bit;
 - 1.4. Операционная система Windows 8.1 Pro;
 - 1.5. Отдельные программы из Office 2007, Office 2010, Office 2013;

2. Операционная система Microsoft Windows XP Professional Russian – Лицензия № 16698685 от 08.08.2003 г.;
3. Программное обеспечение Microsoft Office XP Professional Win32 Russian– Лицензия № 16698685 от 08.08.2003 г.;
4. Веб-браузеры.
5. Доступ студентов через личные кабинеты к электронным библиотечным системам.
6. Возможность работы студентов на удаленном рабочем столе кафедры информатики и информационных технологий.

**11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ
ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И МНОГОМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»**

Для проведения лекций с использованием мультимедийных средств обучения необходима аудитория с мультимедийным комплексом.

Для качественной организации самостоятельной работы студентов необходимы компьютерные аудитории, подключение к локальной сети университета и сети Интернет, права доступа к перечисленному выше программному обеспечению

12. АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И МНОГОМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

1. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенция: *Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям (ОПК 3).*

Выпускник знает:

- основные понятия линейной алгебры;
- основные понятия многомерной геометрии.

Умеет:

- профессионально решать типовые задачи.

Владеет и (или) имеет опыт деятельности:

- математическим аппаратом линейной алгебры;
- навыками практического использования математического аппарата для решения конкретных задач.

2. Место дисциплины «Линейная алгебра и многомерная геометрия» в структуре ОПОП

Дисциплина «Линейная алгебра и многомерная геометрия» относится к дисциплинам базовой части образовательной программы бакалавриата. Для освоения дисциплины «Линейная алгебра и многомерная геометрия» используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплины «Аналитическая геометрия и введение в алгебру».

К началу изучения дисциплины студенты должны:

- знать способы задания уравнений плоскостей и прямых в трехмерном евклидовом пространстве;
- уметь решать системы неоднородных линейных уравнений;
- уметь составлять уравнения прямых и плоскостей в трехмерном евклидовом пространстве, определять их взаимное расположение;
- владеть навыками работы с матрицами и определителями.

Многомерная геометрия в настоящее время широко применяется в математике и физике для наглядного представления уравнений с несколькими неизвестными, функций нескольких переменных, систем с несколькими степенями свободы. Дисциплина «Линейная алгебра и многомерная геометрия» является необходимой основой для успешного изучения дисциплин «Многомерный анализ», «Методы оптимизации и исследование операций», «Компьютерная графика» и «Программная инженерия», а также для успешного ведения научно-исследовательской и производственно-технологической деятельности.

3. Объем дисциплины – 4 зачетные единицы.

4. Образовательный процесс осуществляется на русском языке.

5. Разработчики:

Балаба Ирина Николаевна, доктор физико-математических наук, профессор кафедры алгебры, математического анализа и геометрии.

**13. ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ
ДИСЦИПЛИНЫ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И МНОГОМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»**

Заведующий кафедрой

алгебры, математического анализа и геометрии  Н.М. Добровольский,

«1» декабря 2015 г.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО.

Разработчики:

Фамилия, имя, отчество	Учёная степень	Учёное звание	Должность	Дата разработки	Подпись
Балаба Ирина Николаевна	доктор физико-математических наук	доцент	профессор кафедры алгебры, математического анализа и геометрии	01.12.2015	